

Astr. P.

65

7/1

Astr. P. 65 $\pm$ (7

Kommunikation mit Kometen
durch die Gitter des Sterns
des im Inneren befindlichen

23. 10. 1991

U

<36607270040018



<36607270040018

Bayer. Staatsbibliothek



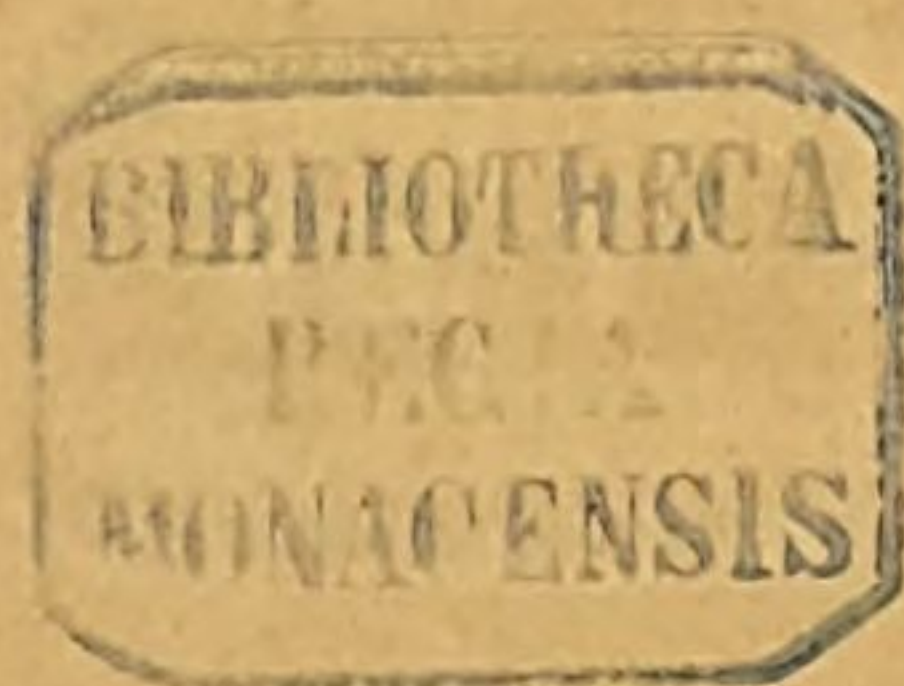
GESCHICHTE
DER
BAHNBESTIMMUNG
VON
PLANETEN UND KOMETEN.

I. THEIL:
DIE THEORIEN DES ALTERTHUMS.

VON
DR. NORBERT HERZ,
LEITER DER v. KUFFNER'SCHEN STERNWARTE IN WIEN.

MIT 2 LITHOGRAPHIERTEN TAFELN

LEIPZIG.
COMMISSIONS-VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1887.



GESCHICHTE
DER
BAHNBESTIMMUNG
VON
PLANETEN UND KOMETEN.



GESCHICHTE
DER
BAHNBESTIMMUNG

VON
PLANETEN UND KOMETEN.

I. THEIL:
DIE THEORIEN DES ALTERTHUMS.

VON
DR. NORBERT HERZ,
LEITER DER v. KUFFNER'SCHEN STERNWARTE IN WIEN.

MIT 2 LITHOGRAPHIERTEN TAFELN.

LEIPZIG.
COMMISSIONS-VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1887.

Act. p. 65 $\frac{1}{1}$



VORWORT.

Als ich daran gieng, das seit einer grösseren Reihe von Jahren von mir gesammelte Material über die verschiedenen Methoden der Bahnbestimmungen, wie sie sich im Laufe der Zeit — allerdings der neueren Zeit — herausgebildet hatten, zusammenzustellen, ergab sich die beinahe unabweisliche Nothwendigkeit, auch die Theorien der Alten zu behandeln, da gerade für die Bahnbestimmung der grossen Planeten die Werke der ältesten Astronomen grundlegend waren, und nur die Bearbeitung des Uranus und Neptun unserer Zeit vorbehalten blieb. Indem aber die ältesten Methoden von den neuen wesentlich verschieden waren, sowie auch eine wesentlich verschiedene Darlegung erforderten, war eine naturgemässe Theilung des Werkes in zwei Theile vorgeschrieben. Im Alterthum wird jedes Element für sich aus den dem speciellen Zwecke entsprechenden Beobachtungen bestimmt; in der neueren Zeit tritt immer mehr und mehr das Bestreben hervor, mehrere Elemente gemeinschaftlich zu ermitteln, woraus sich nach und nach die jetzigen Methoden entwickelten, alle Bahnelemente gleichzeitig zu erhalten. Im Alterthum wird eine Methode durch lange Zeiträume beibehalten, die Elemente successive verbessert, die Theorie nach und nach erweitert; in der neueren Zeit tritt dem allgemeinen Charakter derselben entsprechend eine gleichzeitige Behandlung derselben Materie durch eine grosse Reihe von Männern auf, von denen jeder sich die ihm am geeignetsten

erscheinende Methode nach seiner Art und Weise zurecht legt, wodurch sich eine Reihe von verschiedenen Bearbeitungen derselben Methode, zum Theil jedoch im Principe von einander verschiedene Methoden entwickeln. Ich konnte mich daher um so leichter entschliessen, den ersten Theil schon jetzt zu publicieren, und den zweiten Theil einem späteren, nicht allzufernen Zeitpunkte vorzubehalten, als der erste Theil, die Geschichte der Bahnbestimmungen bis Ptolemäus, ein in sich abgeschlossenes Ganzes bildet; in sich abgeschlossen für einen langen Zeitraum, da fast ein Jahrtausend nach Ptolemäus nichts wesentlich Neues zu Tage gefördert wurde.

Nichtsdestoweniger hätte ich, um den einheitlichen Charakter des Ganzen zu wahren, mit der Publication des ersten Theiles gewartet, wenn mir nicht verschiedene Umstände die Beschleunigung der Publication hätten wünschenswert erscheinen lassen. Zwar ist das Material für den zweiten Theil ziemlich vollständig gesammelt, und wenngleich die Ausfüllung der Lücken, die Zusammenstellung und Sichtung vielleicht in einigen Monaten hätte vollendet sein können, so bin ich genöthigt, die Publication des zweiten Theiles vielleicht doch auf ein bis zwei Jahre hinauszuschieben, da die Redaction des ersten Bandes der Publicationen der unter meiner Leitung stehenden v. Kuffner'schen Sternwarte, so wie auch andere nicht länger aufschiebbare grössere astronomische Arbeiten für den Augenblick meine Zeit völlig in Anspruch nehmen; auf so lange Zeit konnte ich aber die Drucklegung des vorliegenden bereits seit längerer Zeit vollendeten ersten Theiles aus mancherlei Gründen nicht aufschieben.

Der vorliegende erste Theil des Werkes zerfällt in vier Capitel.

Das erste Capitel enthält vorerst in Kürze die ältesten für die vorliegende Geschichte in Betracht zu ziehenden astronomischen Forschungen; sodann die Theorien der homocentrischen Sphären des Eudoxus in analytischer Darstellung, die analytische Prüfung auf ihre Zulänglichkeit und Güte, die Verbesserung des Calippus und die physikalischen Theorien des Aristoteles. Endlich wird der Über-

I.

DIE ÄLTESTE ZEIT; THEORIEN DES EUDOXUS UND CALIPPUS.

Schon in den ältesten historischen Berichten findet man Angaben über astronomische Beobachtungen, welche uns auf ein verhältnismässig hohes Alter der Astronomie überhaupt und der hier in Betracht zu ziehenden Probleme insbesondere schliessen lassen; denn wenn man auch allen anderen geistigen Bestrebungen der alten und ältesten Völker den Namen einer Wissenschaft absprechen wollte, so dürfte man doch von einer wissenschaftlichen Astronomie wenigstens insoferne reden, als die Beobachtung des gestirnten Himmels nicht ein müssiges Beschauen war, sondern trotz des Mangels der uns heute zu Gebote stehenden Hilfsmittel zweckmässig und zielbewusst in ihrer Art angestellt werden musste, da auf dieselbe die tägliche und jährliche Eintheilung der Arbeiten, die Orientierung bei Reisen u. s. w. gestützt wurden. Wir haben uns jedoch hier nicht mit sämtlichen astronomischen Beobachtungen, sondern nur mit einer gewissen Gruppe derselben zu beschäftigen, andererseits aber nicht nur mit den Beobachtungen, sondern auch mit den aus denselben gezogenen Schlüssen über den Bau des Weltsystems. Mit Rücksicht auf diesen Umstand müssen wir jedoch hier den Begriff Beobachtung etwas weiter fassen, als wir dieses heutzutage gewohnt sind, und jede einfache, mit Hilfe der Sinne gemachte Erfahrung, wie z. B. die ohne Messung gemachte Wahrnehmung der Retrogradation und Station der Planeten, als Beobachtung auffassen; denn in den ältesten Zeiten verursachte wol diese blossе Wahrnehmung den Philosophen ebensoviel, wenn nicht mehr Nachdenken, als heutzutage die Nichtübereinstimmung einer durch directe Messung gefundenen Beobachtung mit der Theorie.

Der erste Schritt, welcher zur Begründung einer Wissenschaft führt, besteht in der Sammlung von Erfahrungsthatfachen. Wann dieser erste Schritt gemacht wurde, lässt sich gewiss nie feststellen; wo derselbe gemacht wurde, ziemlich leicht. Denn in dem Momente, als der Mensch aufhört, nur an die Befriedigung seiner körperlichen Bedürfnisse zu denken, in dem Momente, wo er seine Sinne für äussere Eindrücke schärft und diese Eindrücke zusammenträgt, beginnt er Beobachtungen zu machen und Erfahrungsthatfachen zu sammeln, die nicht sein eigenes Ich allein betreffen. Dieser erste Schritt wurde daher weder von einem einzelnen Menschen, noch von einem einzelnen Volke gemacht, er ist Gemeingut aller Menschen und gewiss überall, wenn auch nicht gleichzeitig gemacht worden. Aber nicht jeder Mensch und nicht jedes Volk hatte und hat das Bestreben, die empfangenen Eindrücke zu verarbeiten, zusammenzustellen, zu vergleichen, die gleichartigen zu Gruppen zu vereinigen, kurz zu denken. Und die ersten Anschauungen des Menschen sind auch nicht immer die richtigen; diese, selbst Producte des ersten Denkens, müssen später richtigeren weichen, und ziemlich lange dauert es, bis der Mensch anfängt, Ursachen für die beobachteten Erscheinungen zu suchen. Dieses Bild der fortschreitenden Erkenntnis bietet sich uns auch in der Geschichte der Völker und der ganzen Menschheit dar. In den ältesten Schriften jedes Volkes findet man Berichte, welche auf eine nicht nur oberflächliche Betrachtung der umgebenden Natur und des gestirnten Himmels hindeuten. Wir brauchen nicht, wie dies Bailly thut, aus den chinesischen Aufzeichnungen auf ein untergegangenes System der Astronomie schliessen; die chinesischen sowie die ägyptischen, phönici-schen, chaldäischen, indischen und nahe gleichzeitigen griechischen Berichte von Homer (aus dem XI. bis VIII. Jahrhundert v. Chr.) und Hesiod (IX. Jahrhundert v. Chr.) zeigen uns alle dasselbe: den Beginn des Denkens der Menschen. Für unsere Zwecke haben diese Berichte von der Aufzählung der damals bekannten Constellationen etc., wie schon gesagt, kein Interesse; doch müssen wir zu den hierher gehörigen Beobachtungen die Kenntnis des Thierkreises als eines Elementes der Sonnenbahn und die Kenntnis der Jahreslänge als des zweiten Elementes derselben, ferner zur Bestimmung der Elemente der Mondbahn die Beobachtungen der Finsternisse rechnen. Nach W. Förster, „Die Astronomie des Alterthums und Mittelalters im Verhältnis zur neueren Entwicklung, Vortrag, gehalten im wissenschaftlichen Verein zu Berlin“ (pag. 9), soll Tscheu-Kong, ein chinesischer Prinz, schon um 1100 v. Chr. die Lage der scheinbaren Sonnenbahn zum Horizonte der damaligen Reichshaupt- und Residenzstadt Lo-Yang mittels des Gnomon bestimmt haben. Da

jedoch die Ekliptik gegen einen Horizont keine feste Lage hat, so wird damit wol nur die Ermittlung der grössten Höhe verstanden sein (siehe auch das später darüber Gesagte), ohne dass von einer wirklichen Sonnenbahn die Rede war, zu deren Bestimmung vor allem die Erkenntnis dienen musste, dass sie ein grösster Kreis wäre. Welche Methoden in den ältesten Zeiten angewendet wurden, um die Jahreslänge zu finden, ist nicht leicht anzugeben. Sollen wir die Beobachtungen der periodischen Wiederkehr gewisser allgemeiner Erscheinungen, der Jahreszeiten, des Temperaturwechsels, des Erscheinens und Verschwindens der Zugvögel etc. auch hieher rechnen? Diese Erscheinungen mögen wol dazu gedient haben, um eine gewisse Periodicität zu constatieren, nicht aber die Dauer der Periode zu finden. Selbst die Abzählung der Tage zwischen zwei gleichartigen Solstitien konnte eine Genauigkeit bis auf mehrere Tage nicht geben. Lalande*) schreibt die Kenntnis der Sonnenbahn und der Jahreslänge den Chaldäern**) zu, welche die letztere um 700 v. Chr. bis auf wenige Stunden genau ermittelt haben sollen. Herodot berichtet, dass die Entdeckung der Jahreslänge zu 365 Tagen von den Egyptern herrühre; er sagt, „dass die Egypter zuerst die wahre Länge des Jahres gefunden und dasselbe in zwölf gleiche Theile getheilt haben, und sie sagen, dass sie diese Entdeckung mit Hilfe der Sterne gemacht haben“. Ptolemäus nennt dieses Jahr in seinem Almagest das egyptische Jahr. Was die Beobachtung der Finsternisse anbelangt, so ist wol als die älteste die Finsternis des Schuking anzusehen, welche nach Oppolzer im fünften Regierungsjahre des Kaisers Tschungkhang am 22. October des Jahres — 2136 stattfand***). Ptolemäus berichtet im Almagest von einer grossen Anzahl von Finsternissen, welche in Babylon um 700 v. Chr. beobachtet wurden und welche Hipparch für seine Theorie des Mondes verwendete. Es war daher nicht schwer, schon damals den Cyklus von 18 Jahren und 11 Tagen, den sogenannten Saros der Chaldäer zu finden, wonach es auch leicht war, Finsternisse vorherzusagen, insbesondere wenn man Tag und Stunde nicht genauer angab. Thales (639 bis 548 v. Chr.), wol der erste, von dem wir positive Resultate einer jedenfalls systematischen Forschung haben, soll eine Finsternis vorhergesagt†) und auch eine Erklärung für die Finsternisse gegeben haben, indem

*) *Astronomie*, deuxième édition 1771, pag. 111 und 116.

**) Dabei ist es gleichgiltig, ob man die Chaldäer als ein Volk oder als die in Babylon ansässigen assyrischen und babylonischen Priester ansieht.

***) Oppolzer, *Monatsberichte der königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, 1880, pag. 182.

†) Plinius, *Historia naturalis*, Buch II, Cap. 12.

der Mond, der ein dunkler Körper ist, die gerade Linie zwischen Erde und Sonne durchschneidet [Sonnenfinsternis]*). Wie viel von diesen Angaben wahr ist, lässt sich nicht eruieren, indem wir in der Folge wiederholt Gelegenheit haben werden, uns von der Unverlässlichkeit der Quellen zu überzeugen. Thales soll seine Kenntnis von den Egyptern geholt und dann in Milet die jonische Schule begründet haben. Allerdings hatten die Egypter zu jener Zeit bereits ein reicheres Beobachtungsmaterial, doch ist es wahrscheinlich, dass die Griechen schon damals in der systematischen Verwertung der Beobachtungen weiter fortgeschritten waren, wofür auch spricht, dass sie sich in der allernächsten Zeit fast der gesamten Wissenschaften bemächtigten und auch das Hauptmaterial zum Fortschritte derselben lieferten, wenngleich auch andere Völker sich mit mehr oder weniger wichtigen Beiträgen theiligten. Dem Wesen nach werden wir auch hauptsächlich die Geschichte des Problems der Bahnbestimmungen bei den Griechen zu verfolgen haben und nur nebenbei die Leistungen anderer Völker erwähnen müssen.

Nach dem Zeugnis des Aristoteles lässt Thales die Erde auf Wasser schwimmen**). Nach Lalande***) kannte er aber schon die Kugelgestalt der Erde; er spricht von Zonen, von der Ekliptik, vom Meridian und vom scheinbaren Halbmesser der Sonne. Anaximander (610—546 v. Chr.) lässt die nach ihm ebene Erde in der Mitte der Welt schweben, weil kein Grund da sei, dass sie leichter nach der einen als nach der andern Seite gezogen werde. Nach Lalande stellte er in Lacedämon einen Gnomon, das ist einen hohen senkrechten Stab auf, mit dessen Hilfe man durch Messung der Schattenlängen zu verschiedenen Jahreszeiten die Höhe der Sonne, demzufolge die Schiefe der Ekliptik bestimmen konnte. Nach dem oben Gesagten war der Gebrauch des Gnomon schon viel früher den Chinesen geläufig; Goguet glaubt, dass er zuerst den Egyptern bekannt war, und dass die Obeliskten dazu dienten, um aus der Schattenlänge die Länge des Jahres zu bestimmen†). Am Ende kann eigentlich jeder Thurm als Gnomon verwendet werden, und seine Benützung zur Messung von Schattenlängen mit den daraus zu ziehenden Consequenzen kann ganz wol vielen Völkern unabhängig von einander bekannt geworden sein. Allein schon die Egypter erkannten

*) Plutarch, De placitis philosophorum, II. Buch, Cap. 24.

**) Schaubach, Geschichte der griechischen Astronomie, pag. 92.

***) l. c., pag. 137.

†) Lalande, l. c., pag. 121.

sehr wol ohne den Gnomon durch die blosse Verschiebung der Jahreszeiten, dass ihr Jahr zu 365 Tagen durchaus nicht die Umlaufszeit der Sonne zwischen den Sternen darstelle. Auch hatten sie die wahre Umlaufszeit derselben in einer den damaligen Verhältnissen ziemlich entsprechenden Weise durch Beobachtung der heliakischen Aufgänge des Sirius, also wie oben erwähnt „durch die Sterne“, zu $365\frac{1}{4}$ Tagen bestimmt.

Nach Diodor sollen die Egypter schon sehr früh die Kenntnis von der Bewegung der Erde gehabt*) und auch die Bewegungen von Mercur und Venus studiert haben. Letzteres Gestirn hielten sie, je nachdem es am Abend der Sonne folgte, oder am Morgen derselben vorausgieng, für zwei verschiedene Sterne und nannten dieselben Vesper und Lucifer. Von den Egyptern erhielten die Griechen diese Kenntnis, auch sie unterschieden den Abendstern Esperos und den Morgenstern Eosphoros. Doch findet man hierüber die widersprechendsten Meinungen. Seneca sagt**): „Democritus quoque, subtilissimus antiquorum omnium, suspicari se ait plures esse stellas, quae currant, sed nec numerum illarum posuit nec nomina, nondum comprehensis quinque siderum cursibus. Eudoxus primus ab Egypto hos motus in Graeciam transtulit.“ Nach Plinius soll jedoch Pythagoras (580—500 v. Chr.), ein älterer Zeitgenosse des Demokrit, schon 150 Jahre vor Eudoxus nicht nur die Identität des Abend- und Morgensternes erkannt, sondern auch die Entfernungen der Planeten angegeben haben: „Infra solem ambit ingens sidus appellatum Veneris, alterno meatu vagum ipsisque cognominibus aemulum solis ac lunae; praeveniens quippe et ante matutinum exoriens luciferi nomen accipit ut sol alter diemque maturans, contra ab occasu refulgens nuncupatur vesper ut prorogans lucem vicemque lunae reddens. Quam naturam ejus Pythagoras Samius primus deprehendit Olympiade circiter XLII, qui fuit urbis Romae annus CXLII“***). „Sed Pythagoras interdum ex musica ratione appellat tonum quantum absit a terra luna, ab ea ad Mercurium dimidium ejus spatii, et ab eo ad Venerem fere tantundem, a qua ad solem sescuplum, a sole ad Martem tonum, id est quantum ad lunam a terra, ab eo ad Jovem dimidium, et ab eo ad Saturnum dimidium, et inde sescuplum ad signiferum †). Ita septem tonis effici quam diapason harmoniam vocant, hoc est universitatem concentuus; in ea Saturnum Dorio moveri phthongo, Jovem Phrigio, et in reliquis similia, jucunda

*) I. Buch, Cap. 81 und 98.

**) Naturales quaestiones, Lib. VII, Cap. III.

***) Nat. historia, Lib. II, Cap. 8.

†) Die angegebene Reihenfolge ist also:

♂ 1 ♀ ½ ♀ ½ ♀ 1½ ☉ 1 ♂ ½ ♀ ½ ♀ 1½ Thierkreis.

magis quam necessaria subtilitate“ *). Wenn nun auch die Angabe dieser Entfernungen, wie Plinius richtig voraussetzt, nur Spiel der Phantasie war, so musste Pythagoras doch wenigstens die Planeten gekannt haben. Schaubach jedoch behauptet, dass Anaximander dieselben noch nicht kannte; nur für die Sonne, den Mond und die Fixsterne nahm er drei Sphären an, damit sie sich gegeneinander verschieben könnten **). In der obersten soll die Sonne, in der zweiten der Mond, in der untersten die Fixsterne sein. Plutarch ***) sagt hierüber: „Alcmäon und die Mathematiker geben den Planeten einen dem der Fixsterne entgegengesetzten Lauf und lassen sie von West nach Ost gehen. Nach Anaximander wird jeder Stern von dem Kreise oder der Sphäre, auf der er steht, fortgetragen“ und ferner †) „Anaximander, Metrodor aus Chios und Crates lassen die Sonne den höchsten Stand einnehmen, nach ihr den Mond und erst unter diesen die Fixsterne und Planeten“.

Dass sich der Mond bewege, wurde gewiss sehr frühe erkannt, denn selbst im Laufe einer Nacht bemerkt man, dass, indem er gewisse Sterngruppen passiert, diese von seiner linken auf seine rechte Seite rücken. Auch die Dauer des Mondlaufes war in jener Zeit bereits ermittelt. Hiefür treffen wir die ersten Nachrichten in Griechenland, wo ein Lunisolarjahr eingeführt war. Nach Dodwell soll die Octaëdris oder achtjährige Periode im VI. Jahrhunderte v. Chr. eingeführt worden sein. Da nämlich 8 Jahre zu $365\frac{1}{4}$ Tagen gleich 2922 Tage sind, während welcher der Mond genähert 99 Umläufe zurücklegt, so vertheilte man, um den Mondlauf bei der Jahresrechnung zu berücksichtigen, diese 99 Lunationen so, dass man 8 Mondjahre, bestehend aus 6 Monaten zu 29 Tagen und 6 Monaten zu 30 Tagen, nebst 3 Zusatzmonaten zu 30 Tagen annahm. Für uns ist jedoch nur von Wichtigkeit, dass 99 Umläufe des Mondes gleich 2922 Tage gesetzt wurden, woraus man für die angenommene Dauer eines Umlaufes 29.515 Tage erhält.

Während man aber auf diese Weise für den Mond gleichzeitig die Lage der Bahn aus den durchwandelten Sternbildern erhielt, war dies für die Sonne nicht so leicht, indem diejenigen Sterne, die in ihrer Nähe sind, durch ihr Licht unsichtbar gemacht werden, und obzwar die Beweglichkeit, selbst die Umlaufszeit der Sonne frühzeitig den Egyptern bekannt war, dürfte man nicht das Gleiche von der wirklichen Sonnen-

*) Historia naturalis, Lib. II, Cap. 22.

**) Schaubach, pag. 163.

***) De placitis philosoph., II. Buch, 16. Cap.

†) Ibid. II. Buch, 15. Cap.

bahn behaupten. Whewell*) bemerkt darüber: „Wenn man den ganzen Umkreis des Himmels in zwölf gleiche Theile oder Zeichen theilt, so bemerkt Autolycus, dass die Sonne immer die Sterne eines solchen Zeichens für uns unsichtbar macht. Demnach würden die Sterne, die beim Auf- und Untergange der Sonne ihr zunächst noch sichtbar sind, ein halbes Zeichen (15°) von ihr abstehen, die abendlichen Sterne auf der Ostseite, die morgendlichen auf der Westseite der Sonne. Mit Hilfe dieser Bemerkung konnte ein Beobachter, der nur einige Kenntniss des gestirnten Himmels besass, jeden Tag diejenigen Sterne angeben, bei welchen die Sonne für diesen Tag eben stand“. Dass dieses der Weg ist, der ursprünglich eingeschlagen worden sein mag, scheint auch daraus zu folgen, dass in den ältesten Zeiten die Ekliptik, die Sonnenbahn, als ein breites Band, eben die Gesamtheit der von ihr durchstrichenen Zeichen angenommen wurde, eine Annahme, die sich lange Zeit hindurch erhielt. Hieraus konnte aber noch nicht gefolgert werden, dass diese Bahn der Sonne ein grösster Kreis sein müsse; wenn aber, wie Plinius**) sagt, Anaximander bereits mittels des Gnomon die Schiefe der Ekliptik mass, so wäre man versucht zu glauben, dass er diese Kenntniss schon besitzen musste, und daher schon aus jener Zeit genauere Beobachtungen vorliegen mussten. Sollten diese Beobachtungen wol in der uns aus späterer Zeit bekannten Art und Weise angestellt worden sein, dass die Entfernung der Sonne vom Monde und des letzteren Entfernung von einem fest angenommenen Fixsterne gemessen wurde, wodurch man zur Kenntniss der Länge der Sonne gelangte, so dass man im Verein mit den gemessenen Mittagshöhen der Sonne zwei Bestimmungsstücke erhielt, welche die Form der Sonnenbahn als grössten Kreis erkennen liessen? Die überhaupt mögliche grösste Sonnenhöhe im Vereine mit der Polhöhe des Beobachtungsortes gäbe dann unmittelbar die Schiefe der Ekliptik. Allein wenn auch die Messung der Sonnenhöhen mit Hilfe des Gnomon nicht schwer ist, so ist es fraglich, ob die Alten schon zu jenen Zeiten die Mittel besassen, um Winkelabstände, wie sie hiezu nöthig sind, zu bestimmen; denn „alle Nachrichten kommen darin überein, dass die Beobachtungen bis auf Eudoxus sehr roh und grob sind“***), und erst Aristill, Aristarch und Tymocharis kannten die Diopter†). Es scheint viel wahrscheinlicher, dass Anaximander als fleissiger

*) Geschichte der inductiven Wissenschaften, deutsch von J. J. Littrow. I. Band, pag. 120.

**) Naturalis historia, II. Buch, 8. Cap.

***) Schaubach l. c., pag. 365.

†) Ibid. pag. 373.

Beobachter der Sonnenhöhen bald herausgefunden hatte, dass die Sonne für jeden Ort eine Maximal- und Minimalhöhe erreiche, welche einer Maximal- und Minimalpoldistanz entspricht, die er immer wieder für seinen Beobachtungsort und vielleicht auch für verschiedene Orte constant fand. Da nun aber die Kreisbewegungen als die vollkommensten erklärt waren, so musste auch die Sonnenbahn ein Kreis sein, und das Complement der kleinsten Poldistanz der Sonne die Neigung der Sonnenbahn gegen den Äquator. Auch die Mittheilung von Plutarch*), nach welcher diese Entdeckung zuerst Pythagoras gemacht haben soll, wird in derselben Weise zu rectificieren sein. Es ist jedoch unzweifelhaft, dass Eudoxus schon wusste, dass die Sonnenbahn am Himmel ein grösster Kreis wäre, wenngleich man bei ihm gewisse Breitenabweichungen findet. Schaubach schreibt die erste Messung der Schiefe der Ekliptik dem Pitheas zu, der ihren Wert zu $23^{\circ} 50'$ fand; doch ist die Zeit dieser Bestimmung nicht genau angebbar.

Die späteren Commentatoren und Compileren mögen aber auch viel zur Verbreitung von irrthümlichen Meinungen beigetragen haben, indem sie glaubten, dass die ihnen bekannten Thatsachen auch schon ihren Vorgängern zur Erklärung gewisser Erscheinungen, also z. B. hier der constanten Maximal- und Minimalpoldistanz der Sonne dienen mussten; und auch hervorragende Gelehrte unserer Zeit konnten sich mitunter von diesem Vorurtheil nicht befreien. Bekanntlich hatte Pythagoras auch gelehrt, dass das Feuer in der Mitte der Welt sei. Daraus schliesst nun Lalande**), dass er „damit wahrscheinlich die Sonne gemeint habe“, und somit wird dem Pythagoras die erste Erkenntnis des Copernicanischen Weltsystems vindiciert. Nun gehört aber diese Meinung des Pythagoras wahrscheinlich zu den mystisch-philosophischen Speculationen über die Elemente, über den Ort, den sie einnehmen etc., und da kann denn allerdings Pythagoras sehr viel gemeint haben, was wir nicht wissen, oder auch sehr viel von dem, was er selbst nicht wusste; er konnte aber auch nichts von dem gemeint haben, was man von ihm vermuthet, was aber erst seine späteren Nachfolger erkannten.

Ebenso wie man die Bewegung von Sonne und Mond erkannte, musste man auch die Bewegung der Venus, ihr Erscheinen und Verschwinden bemerken, und, wenn auch seiner langsamen Bewegung halber etwas schwieriger, diejenige des Jupiter. Nehmen wir aber auch an,

*) De placitis philosophorum, II. Buch, Cap. 12.

**) l. c., pag. 142.

dass die Bewegung des Jupiter noch zu Pythagoras' Zeiten nicht bekannt war, so bleibt es unerklärlich, warum Anaximander in seinem von Schaubach mitgetheilten Sphärensystem auf den Planeten Venus nicht Rücksicht nahm. Die Erklärung Schaubachs, dass damals ein System der Planeten noch nicht bekannt war, und dass unter Planeten im allgemeinen irrende Sterne überhaupt, und hiezu auch die Kometen und gewisse sublunare Körper gezählt wurden, durch welche die Mondesfinsternisse erklärt wurden*), scheint nicht recht passend. Über die Kometen allerdings mögen in jener Zeit die widersprechendsten Meinungen geherrscht haben; Plinius**) sagt nur, dass Manche sie für unvergängliche, bestimmte Bahnen wandelnde Gestirne halten, die nur dann gesehen werden, wenn sie nicht von der Sonne verdunkelt werden, dass sie jedoch von Anderen als zufällig in der Luft entstandene Körper angesehen werden. Wer aber der einen oder der anderen Meinung gewesen ist, wird nicht gesagt. Bestimmter sprechen sich Plutarch und Seneca aus; der erstere sagt***): „Von den Pythagoräern erklären einige den Kometen für einen Stern aus der Gattung derer, die nicht immer sichtbar sind, sondern nur zu bestimmten Zeiten periodisch erscheinen, andere für einen Ausfluss der Sonne in unserem Gesichte ähnlich den Erscheinungen im Spiegel; Anaxagoras und Democrit für eine Conjunction zweier oder mehrerer Sterne, die ihre Strahlen dadurch vereinigen. Aristoteles betrachtet die Kometen als eine aus trockenen Ausdünstungen entstandene und entzündete Masse; Heraclides aus Pontus als eine höchstehende, von hochstehendem Lichte erleuchtete Wolke. Diogenes erklärt die Kometen für wirkliche Sterne“. Seneca sagt†): „Eudoxus primus ab Egypto hos motus (quinque siderum) in Graeciam transtulit; hic tamen de cometis nihil dixit; ex quo apparet ne apud Aegyptios quidem, quibus major coeli cura fuit, hanc partem elaboratam. Conon postea, diligens et ipse inquisitor, defectiones quidem solis servatas ab Aegyptiis collegit, nullam autem mentionem fecit cometarum, non praetermissurus, si quid explorati apud illos comperisset. Duo certe, qui apud Chaldaeos studuisse se dicunt, Epigenes et Appolonius Myndius peritissimus inspiciendorum naturalium, inter se dissident: hic autem ait cometas in numero stellarum errantium poni a Chaldaeis tenerique cursus eorum. Epigenes contra ait, Chaldaeos nihil de cometis habere comprehensi, sed videri illos accendi turbine quodam aëris concitati et intorti.“

*) l. c., pag. 183.

**) Naturalis historia, II. Buch, Cap. 25.

***) De placitis philosophorum, III. Buch, 2. Cap.

†) Naturales quaestiones, Lib. VII, Cap. 3, 4.

Selbst wenn aber die Kometen zu den sublunaren Körpern gezählt oder als Meteore im eigentlichen Sinne des Wortes, d. h. als tellurischen Ursprungs erklärt wurden, weil sich eine Regelmässigkeit in ihrem Erscheinen und Verschwinden nicht zeigte, so konnte dies nicht wol für die Venus möglich sein, bei welcher selbst ein nur halbwegs denkender Kopf, um wie viel mehr ein Anaximander, ein Pythagoras, besonders nachdem der letztere die Identität von Esperos und Eosphoros erkannt hatte, eben durch die Gesetzmässigkeit von der Meinung abgebracht werden musste, dass man es mit einer ephemeren Erscheinung zu thun habe.

Aber nicht nur über das Wesen der Himmelskörper, auch über ihre Bewegungen, ihr Erscheinen und Verschwinden, finden wir bereits aus jener Zeit Hypothesen bei den Griechen, welche wir als die ältesten Planetentheorien bezeichnen können, denn als solche müssen wir die Lehre Anaximanders von den drei Sphären ansehen. Die drei Sphären bewegen sich unabhängig von einander; die Fixsterne gemeinschaftlich in einer Sphäre, die Sonne in einer zweiten, der Mond in einer dritten. Aber warum die von Anaximander gewählte Anordnung? warum, wenn Plutarchs Meinung die richtige ist, dass Anaximander die Planeten, vielleicht Venus und Jupiter kannte, die Planeten zwischen den Fixsternen? Möglich, dass Anaximander von der Meinung ausgieng, die Fixsternensphäre müsse die der Erde nächste sein, weil sie sich am raschesten bewegt (in der täglichen Drehung von Ost nach West), Sonne und Mond blieben (wegen ihrer Eigenbewegung von West nach Ost) zurück, bewegten sich daher scheinbar langsamer von Ost nach West und mussten daher weiter sein. Da aber in diesem Sinne genommen die Sonne sich rascher um die Erde dreht als der Mond (erstere verspätet sich gegen die Fixsterne täglich um vier Minuten, letzterer um circa eine Stunde), so wäre die natürlichere Anordnung die umgekehrte, nämlich den Mond jenseits der Sonne anzunehmen. Möglich ist jedoch, dass Anaximander auf irgend eine Weise erkannt hatte, dass der Mond näher sei als die Sonne; es wird dies wahrscheinlich, wenn man bedenkt, dass er auch die Grösse der Sonne anzugeben suchte; er soll dieselbe 28mal so gross als die Erde gefunden haben*). Auch Pythagoras setzt die Sonne weiter als den Mond. Plinius**) berichtet, dass er die Entfernung des Mondes von der Erde zu 126.000 Stadien, diejenige vom Monde bis zur Sonne doppelt so gross angenommen habe

*) Lalande, Astronomie.

**) Naturalis Historia, II. Buch, Cap. 21.

Die Fixsterne jedoch hat Pythagoras nach Plinius nicht wie Anaximander unter den Mond, sondern jenseits der Sonne um das Dreifache der Entfernung vom Monde zur Erde gesetzt*). Jedenfalls hat Anaximander für eine Sphäre der Venus keine passende Stelle gefunden, da sich dieselbe zur Zeit der Sichtbarkeit des Planeten bald schneller, bald ebenso schnell, bald langsamer als die Fixsternensphäre drehen musste. Doch muss man gestehen, dass dies alles bloss Hypothesen sind, welche allerdings durch das Folgende wesentlich an Boden gewinnen.

Es ist sehr wahrscheinlich, dass um 500 die fortgesetzte anhaltende Betrachtung und Beobachtung des gestirnten Himmels zur Kenntnis der Planeten führte, wenngleich die Namen dieser ersten Planetenentdecker uns nicht bekannt geworden sind. Socrates (470—401 v. Chr.) kannte gewiss die sieben Planeten**), und sein Schüler Plato (430—347 v. Chr.) gibt die Reihenfolge dieser sieben wandelnden Gestirne Mond, Sonne, Venus, Mercur, Mars, Jupiter und Saturn, und zwar in der Reihenfolge ihrer Entfernung von der Erde, so zwar dass der Mond das nächste, Saturn das entfernteste Gestirn war. Auf Grund welcher Beobachtungen er zu dieser Reihenfolge gelangt war, ist nicht zu ersehen, doch scheint auch die Geschwindigkeit der Bewegung massgebend gewesen zu sein, und nur für die drei Gestirne Sonne, Venus, Mercur, deren mittlere Bewegungen gleich sind, war die Grösse für die Entfernung entscheidend. Ptolemäus gibt im Almagest dieselbe Reihenfolge (G. Buch, 1. Cap.), obgleich später Andere die Planeten Venus und Mercur weiter entfernt als die Sonne annahmen, weil sie niemals vor der letzteren vorübergehen. Ptolemäus zieht die ältere Reihenfolge nur aus dem Grunde vor, weil dadurch die Sonne auf eine „natürliche Weise“ diejenigen Planeten, welche sich beliebig weit von ihr entfernen können, von denjenigen trennt, die immer nur bis zu einer gewissen Entfernung von derselben auftreten können. Ein Mittel, um die wahre Stellung der Planeten zu erkennen, kannte noch Ptolemäus nicht, da die Parallaxen, das einzige Mittel zur Erkenntnis der Distanzen, unmerklich sind. *Μὴ δυναμένης δὲ μηδὲ κατ' ἄλλον τρόπον τῆς τοιαύτης καταλήψεως προχωρεῖν, διὰ τὸ μηδὲνα τῶν ἀσέρων ποιεῖσθαι τινα παράλλαξιν αἰσθητῇν, ἀφ' οὗ μόνου φαινόμενουτὰ ἀπορήματα λαμβάνεται.*

*) Hiemit steht das im 22. Capitel Gesagte und auch früher schon mitgetheilte allerdings bezüglich der Zahlen, wenn auch nicht der Anordnung nach im Widerspruch; daher ist es fraglich, ob Pythagoras den Mercur und Saturn als Planeten kannte, und ob dies nicht eine spätere Ergänzung eines seiner Schüler in seinem Sinne war.

**) Schaubach, pag. 212 und 395.

Wie dem auch sei, ob nun dies einfach speculativ geschlossen oder durch Beobachtungen gefunden wurde, so viel steht fest, dass schon damals die Meinung allgemein war, dass der Mond der Erde näher stehe als die Sonne, und diese Annahme mag auch Anaximander zu seiner Aufeinanderfolge der Sphären bewogen haben.

Bei Anaximander jedoch haben wir nur Rücksicht zu nehmen auf die Drehung der Sphären von Ost nach West selbst, während wir von einer Bewegung der Planeten (speciell der Venus) zwischen den Fixsternen um die Erde noch nichts finden. Der nächste Schritt zur richtigen Erkenntnis des Weltsystems bestand also noch gar nicht darin, eine Bewegung der Erde um die Sonne zu constatieren, sondern einfach darin, die tägliche Bewegung der Fixsterne auf die Erde zu übertragen. Diesen Schritt machte Philolaus (um 450 v. Chr.). Er nahm eine bewegte Erde an, aber nicht eine im Weltraum bewegte, sondern eine um ihre Axe rotierende; damit entfällt die Rotation der Fixsternsphäre, und es bleibt nur diejenige der Sphären der Planeten, welche jetzt eine der früheren entgegengesetzte ist, nämlich von West nach Ost. Das System des Philolaus war: Zwischen einer Erde und Gegenerde befindet sich im Mittelpunkte das Feuer, und die Erde und Gegenerde drehen sich um das Centralfeuer in 24 Stunden. Bedenkt man nun, dass Parmenides (um 460 v. Chr.) um dieselbe Zeit die Kugelgestalt der Erde gelehrt hatte*), so wäre die einfachste Erklärung die, dass Philolaus das Innere der Erde feurig annahm, und dass seine Bewegung der Erde eine Axendrehung war. Hierbei spielt die Gegenerde (Antichthon), wie leicht zu sehen, die Rolle unserer Antipoden, und es ist kein Grund vorhanden, die Annahme derselben als einen Unsinn darzustellen, wie dieses z. B. Whewell**) thut, welcher die Behauptung des Aristoteles, dass die Griechen zu derselben dadurch geführt wurden, dass 10 die vollkommenste Zahl sei, als einzigen Erklärungsgrund anführt: „Auf diese Weise führte z. B. das Princip, dass jedes Element seine eigene Stellung suche, zur Lehre, dass die Stelle des Feuers die höchste, d. h. die Luft eine wahre Feueratmosphäre sei . . . die pythagoräische Lehre, dass 10 die vollkommenste Zahl sei, verleitete sie zur Behauptung, dass es auch zehn Himmelskörper geben müsse***), und da sie nur neun derselben kannten, so sagten sie kühn, dass es auch ein Antichthon (Gegenerde) gäbe, die auf der anderen Seite der Sonne stehe und daher für uns unsichtbar sei.“ Es ist wahr, bei den grie-

*) Schaubach, pag. 100.

**) l. c., pag. 6.

***) Aristoteles, Metaphysik, I. Buch, 5. Cap., hat allerdings diese Begründung.

chischen Philosophen spielte die Phantasie eine grosse Rolle, aber warum sollen wir ihnen auch dort Speculationen zuschreiben, wo eine natürliche Erklärung sich für ihre Annahme geben lässt? Man vergleiche übrigens hiemit das von Plutarch*) Gesagte: „Die Schule des Thales setzt die Erde in die Mitte der Welt. Der Pythagoräer Philolaus setzt in die Mitte das Feuer, das sei der Herd des Weltalls. In die zweite Stelle die Gegenerde, in die dritte die von uns bewohnte Erde, die der Gegenerde gerade gegenüberliegt und sich in entgegengesetzter Richtung bewegt, weshalb auch die dortigen Bewohner von den diesseitigen nicht gesehen werden.“ „Die anderen Philosophen liessen die Erde stehen, Philolaus der Pythagoräer aber liess sie gleich der Sonne und dem Monde in einem schiefen Kreise um das Weltfeuer sich bewegen**). Heraclides aus Pontus und Ecphantus der Pythagoräer lassen die Erde sich bewegen, aber nicht von Ort zu Ort, sondern auf der Stelle wie ein Rad, um ihren eigenen Mittelpunkt, und zwar von Abend gegen Morgen.“ So unbestimmt auch hier die Ausdrucksweise ist, so lässt sich doch mit ziemlicher Wahrscheinlichkeit darauf schliessen, dass Philolaus nur eine Axendrehung der Erde annahm. Hiedurch ergibt sich auch eine einfache Deutung der Lehre des Pythagoras, dass das Feuer die Mitte der Welt einnehme, welche Lehre, wie schon erwähnt, auch dahin gedeutet wurde, dass die Sonne den Mittelpunkt der Welt bilde. Pythagoras nahm wahrscheinlich auch eine kugelförmige Erde mit feurigem Kerne an, eine Meinung, die sich übrigens schon in der Götterlehre von dem Sitze des Hephästos findet und ihren Ursprung in der Wirkung der thätigen Vulcane etc. hatte.

Hienach ist Bullialdus im Unrecht, wenn er die Copernicanische Astronomie mit dem Namen *Astronomia Philolaica* belegt. Eben- sowenig jedoch gebührt dem Nicetas von Syracus, einem Schüler des Philolaus, das Verdienst, die richtige Weltordnung erkannt zu haben. Die Stelle, aus welcher Copernicus***) dies schliesst, lautet: „Nicetas Syracusius, ut ait Theophrastus, coelum, solem, lunam, stellas, supra denique omnia stare censet, neque praeter terram rem ullam in mundo moveri quae cum circum axem se summa celeritate couertat et torqueat, eadem effici omnia, quasi stante terra, coelum moveretur atque hac etiam Platonem in Timaeo dicere quidam arbitrantur, sed paullo obscurius“†). Hieraus ersieht man aber nur, dass Nicetas ebenfalls für die

*) De placitis philosophorum, Cap. 11 und 13.

**) Also bewegt sich die Erde und die Sonne.

***) De Revolutionibus orbium coelestium. Prooemium, pag. 6.

†) Cicero, academicae questiones, IV. Buch, Cap. 29.

Bewegung des Himmels diejenige der Erde substituirt, aber merkwürdigerweise annimmt, dass auch Sonne, Mond und Planeten sich zwischen den Fixsternen nicht fortbewegen, woraus man höchstens schliessen könnte, dass er die Planeten gar nicht kannte.

Wie schon oben erwähnt, konnte aber auch weder Philolaus noch Nicetas ein Planetensystem mit der Sonne als Centrum überhaupt aufstellen; es lagen zu wenig directe Erfahrungen über die Planeten vor, und wenn man auch schon zu Platos Zeiten die Unregelmässigkeiten ihres Laufes erkannt hatte, so muss man nur bedenken, welche Schwierigkeiten die nun folgenden Gelehrten Eudoxus, Calippus, Aristoteles hatten, um diese Unregelmässigkeiten zu erklären; wenn Philolaus oder Nicetas das heliocentrische System entdeckt hätten, hätten es die genannten Männer nicht verwendet, um sich aus den sich ihnen darbietenden Schwierigkeiten zu retten? Aber die Zeit war noch nicht da, und die Entdeckung des heliocentrischen Systems gehört in einen viel späteren Zeitraum, nämlich volle 200 Jahre später, und das Verdienst dieser Entdeckung gebührt Aristarch*).

Wir sind jedoch der Zeit vorangeeilt, indem wir von Eudoxus und Aristarch sprachen, und müssen nunmehr wieder zu unserem Zeitraum zurückkehren, und da wäre zunächst zweier in jene Zeit fallenden Ereignisse zu gedenken, welche für unsere Geschichte von Wichtigkeit sind. Die erste derselben ist eine neuere Bestimmung der Umlaufszeiten der Sonne und des Mondes durch Meton (432 v. Chr.). Nach ihm sind 19 Jahre = 235 Lunationen = 6940 Tage. Hieraus

*) Um die Übersicht zu erleichtern, mögen hier die im Texte erwähnten Astronomen chronologisch zusammengestellt werden:

- 639—548 Thales
- 610—546 Anaximander
- 580—500 Pythagoras
- um 470 Democrit
- um 450 Philolaus und Nicetas
- 470—401 Socrates
- 430—347 Plato
- 420—355 Eudoxus
- 370—300 Calippus
- 384—322 Aristoteles
- um 294 Aristill und Tymocharis
- 281—264 Periode der Wirksamkeit des Aristarch
- 287—212 Archimed
- 276—196 Eratosthenes
- um 247 Apollonius.

ergibt sich für die Länge eines Jahres der allerdings nicht besonders gute Wert von 365·26316 Tagen, die Dauer eines synodischen Umlaufes zu 29·5319 Tagen. Sowohl der Metonische Cyklus als auch die früher erwähnte Octaëdris sind Näherungswerte. Nimmt man die Länge des tropischen Jahres zu 365·2422 Tagen, die des synodischen Monats zu 29·5306 Tagen, so sind die aufeinanderfolgenden Näherungswerte des Bruches

$$\frac{365\cdot2422}{29\cdot5306}$$

die folgenden:

$$\frac{25}{2}, \frac{37}{3}, \frac{99}{8}, \frac{136}{11}, \frac{235}{19}, \frac{3896}{315} \dots$$

Dem dritten Näherungswert entspricht die Octaëdris, dem fünften der Metonische Cyklus; der Calippische Cyklus gleich 76 Jahren liegt zwischen dem fünften und sechsten Näherungswerte.*)

*) Nach Delambre (*Histoire de l'astronomie ancienne*, I., 350) soll dieser 19jährige Cyklus den Chinesen schon um 2600 v. Chr. bekannt gewesen sein; auch sollen sie um dieselbe Zeit bereits Sonnen-, Mond- und Planetentheorien gehabt haben. Welche Kenntnisse jedoch die Chinesen thatsächlich damals in der Astronomie hatten, wird man vielleicht daraus entnehmen können, dass 1350 v. Chr. Ya-O die Astronomen Hi Tehong, Hi Chou, Ho-Tehong, Ho-Chou in die vier Weltgegenden sandte, um die Sterne zu suchen, die in den Solstitien und Äquinoclien stehen. Vieles von diesen Überlieferungen mag auf Missverständnissen, Fehlern der Abschreiber etc. beruhen, aber verdächtig bleibt immerhin z. B. in diesem Falle die Übereinstimmung der Namen, wenn man schon den in der Aufgabe gelegenen Unsinn auf irgend eine Art entschuldigen könnte.

Welches Vertrauen man diesen alten Berichten zu schenken hat, soll noch durch ein ebenfalls der Geschichte der alten Astronomie von Delambre entnommenes Beispiel erläutert werden. Bailly gibt als älteste Epoche der indischen Astronomie, wie sie in der *Surrya-Siddhanta* enthalten ist, das Jahr — 3102, den Beginn der Ära des Cali-Younga. Bentley hat jedoch durch sehr scharfsinnige Untersuchungen nachgewiesen, dass dies eine Fälschung ist und die Entstehungszeit der *Surrya-Siddhanta* ungefähr 1060 nach Chr. fällt. Hier sind nun allerdings die Untersuchungen noch nicht abgeschlossen. Wahr ist es, dass das zufällige Zusammenfallen einer allgemeinen Conjunction aller Planeten mit dem Beginn der Astronomie etwas verdächtig ist, und dass dieser Zeitpunkt durch Zurückrechnung erhalten werden und dann wegen seiner Wichtigkeit als Epoche gewählt werden konnte. (Delambre bemerkt, dass eine geringfügige Änderung von nur 12" in den mittleren Bewegungen der Planeten eine völlige Coincidenz herbeiführt.) Wahr ist, dass, wenn die Epoche durch Zurückrechnung gefunden und fingierte Beobachtungen nach denselben angegeben sind, durch Vorausrechnung einiger Planetenorte und Vergleichung derselben mit den aus unseren Planetentafeln erhaltenen Werten sich die Epoche der *Surrya-Siddhanta* bestimmen lässt; Bentley

Das zweite zu erwähnende Ereignis ist die nach Schiaparelli*) ebenfalls von Meton und Euctemon entdeckte Ungleichheit in der Längenbewegung der Sonne. Würde sich nämlich die Sonne stets mit gleicher Geschwindigkeit in der Ekliptik bewegen, so müssten, da diese und der Äquator sich als grösste Kreise in zwei um 180° von einander abstehenden Punkten schneiden, die Zwischenzeiten zwischen den Durchgängen durch die Äquinoclien und Solstitien gleich sein. Dieses ist nun aber nicht der Fall, und aus der Ungleichheit der Durchgangszeiten kann man sofort auf die ungleichförmige Bewegung der Sonne schliessen. Nun erfordert aber die Bestimmung der genauen Durchgangszeiten durch die Äquinoclien und Solstitien bereits sehr gute Beobachtungen, und es ist wol fraglich, ob Meton schon im Besitze von Instrumenten war, um diese genauen Bestimmungen zu erhalten. Ptolemäus, der von den durch Meton und Euctemon gemachten Beobachtungen der Sommersolstitien berichtet (Almagest, 3. Buch, 2. Cap.), fügt hinzu, dass er sie nicht benützt, weil Hipparch glaubte, dass dieselben nicht gut gemacht wären. Jedenfalls war eine solche Ungleichheit für den Mond leichter zu erkennen, da man ihn zwischen den Gestirnen selbst sah. Wir dürfen jedoch nicht zweifeln, dass 100 Jahre später diese Ungleichheit in der Sonnenbewegung bereits bekannt war, da Calippus dieselbe in seiner Theorie berücksichtigt.

Nachdem man einmal erkannt hatte, dass sich ausser Sonne und Mond auch gewisse andere Sterne zwischen den Fixsternen fortbewegen,

findet als Entstehungszeit der Surrya-Siddhanta: aus dem Mondapogäum 1200 n. Chr., ebenso aus den Mondknoten; aus dem Apogäum der Sonne 500, aus demjenigen der Venus 900, des Mercur 1600; im Mittel, allerdings wie zu erwarten, mit sehr grosser Unsicherheit etwa 1060 n. Chr., und nennt als Autor Varāha. Wahr ist ferner, dass das Vorhandensein einer Sinustafel in diesem indischen Buche sehr gegen das behauptete Alter spricht. Hingegen erscheint es befremdend, dass die Sternörter durch Zurückrechnung mit einer Präcession von $50\frac{1}{3}''$ erhalten werden, während sie die Präcession gleich $54''$ angeben. Hätten sie mit dieser Präcession zurückgerechnet, so wären sie bei der relativ grossen Zeitdifferenz auf ganz falsche Sternpositionen gekommen. Befremdend ist ferner, dass die Inder aus späteren Beobachtungen im Vereine mit diesen alten eine mittlere Sonnenbewegung erhalten, die äusserst nahe mit der in den Cassini'schen Sonnentafeln verwendeten identisch ist. Sollte dies wirklich blosser Zufall sein, als welchen es Delambre erklärt, oder sollten die Tafeln noch späteren Datums sein?

*) Die homocentrischen Sphären des Eudoxus, Calippus und Aristoteles; Memoire, gelesen im lombardischen Institut zu Mailand am 26. November 1874. Deutsch von W. Horn, Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik, I. Heft, Leipzig 1877, pag. 169 ff.

gieng man selbstverständlich auch daran, zu beobachten, welcher Art diese Bewegungen seien. Da fand man denn nun nach dem ersten Anblick die grösste Unregelmässigkeit und Gesetzlosigkeit. Trägt man sich z. B. die Orte eines Planeten Tag für Tag in eine Karte ein und verbindet die erhaltenen Positionen durch einen stetigen Linienzug, so wird dieser die verschiedensten Formen aufweisen, von denen eine beispielsweise aus Fig. 1 zu ersehen ist. Ist AA' (Fig. 1) die scheinbare Sonnenbahn, so kann man, um den Ort eines Planeten P zu einer gewissen Zeit festzulegen, von P ein sphärisches Perpendikel PB auf die Ekliptik AA' fällen; die Entfernung des Fusspunktes B von einem festen, aber sonst beliebigen Punkte in der Ekliptik, als welchen man das Frühlings-äquinocetium wählt, nennt man die Länge des Planeten, den Bogen PB die Breite desselben. Für einige Planeten (Jupiter und Saturn) sind die Breitenunterschiede in den auftretenden Verschlingungen oder Schleifen so klein, dass sie in den ältesten Zeiten wol unbeachtet blieben; aber die ziemlich bedeutenden Änderungen in der Längenbewegung wurden wahrgenommen. Man fand, dass die Längen eines Planeten eine Zeitlang grösser werden, der Planet sich also in der Richtung des Pfeiles bewegt. Dann scheint er eine kurze Zeit seine Länge gar nicht zu ändern, also stille zu stehen, sich dann zwischen den Sternen in der entgegengesetzten Richtung zu bewegen und nach einem abermaligen Stillstande wieder seine ursprüngliche Bewegungsrichtung anzunehmen. Im Ganzen bewegt er sich in der Richtung des Pfeiles (von West nach Ost), welche man die directe oder rechtläufige nennt, während die zeitweilig entgegengesetzte die retrograde oder rückläufige heisst. Die zwischen den beiden bemerkte unveränderte Lage des Planeten nennt man seine Stillstände oder Stationen.

Man fand, dass die Zwischenzeiten zwischen den einzelnen Retrogradationen für die verschiedenen Planeten zwar verschieden, für jeden einzelnen aber nahe gleich waren; dass im Laufe der Zeit der Planet trotz der Retrogradationen doch vorwärts kam, ohne sich weit von der Ekliptik nach Norden oder Süden zu entfernen, und dass er in nahe gleichen Zwischenzeiten zu seinem ursprünglichen Orte zurückkehrte, nun aber die Schleifen, und zwar alle nahe gleich viel zwischen den Sternen verschoben waren; dass aber nach einer Reihe von Umläufen sich einzelne Schleifen wieder deckten, und dass, wenn dies für die erste der Fall war, dies auch für alle folgenden stattfand, soweit es die ältesten Beobachtungen überhaupt zu constatieren gestatteten. So fand man z. B., dass sich die Schleifen des Jupiter nach einem Umlaufe etwa um den sechsten Theil des Zwischenraumes zweier Schleifen zwischen

den Sternen verschoben hatten, dass er daher nach sechs Umläufen, während welcher er 65mal retrograd geworden war, und zu denen er 70 Jahre und 360 Tage (das Jahr zu $365\frac{1}{4}$ Tagen gerechnet) brauchte, ziemlich genau an der früheren Stelle erschien, und dass sich nach dieser Zeit die Erscheinungen genau wiederholen. Hieraus folgt, dass er zu einem Umlaufe, wenn er sich gleichmässig bewegen würde (mit Rücksicht auf die noch sehr kleine Verschiebung der Retrogradationen nach dem sechsten Umlaufe), 11 Jahre 315 Tage braucht, und dass die Zwischenzeit zwischen zwei Retrogradationen 398 Tage beträgt. Die erstere Umlaufszeit, innerhalb welcher der ganze Zodiacus durchlaufen wird, auch zodiacale Umlaufszeit genannt, wurde nun merkwürdigerweise für Sonne, Venus und Mercur gleich gefunden, für die drei übrigen Planeten und den Mond verschieden. Alle diese Verhältnisse mussten natürlich zum Nachdenken anregen, und schon Plato legte den Astronomen die Frage vor, durch welche Annahme von regelmässigen und geordneten Bewegungen sich die Erscheinungen der Planetenläufe darstellen lassen. Plato selbst hatte zwar auch ein System erdacht, welches aber nur die Bewegungen selbst, so wie sie sich dem Beschauer darbieten, nicht aber ihre Zerlegung in die gewünschten einfachen und regelmässigen gibt. Nach Schaubach legt er eine Reihe von Planetenkreisen ineinander (welche jedenfalls wieder als mehr oder weniger breite Streifen anzusehen sind), die Öffnungen wie Spunde an Fässern haben. Der oberste Kreis ist der der Fixsterne; hierauf folgen die von Saturn, Jupiter, Mars, Mercur, Venus, Sonne und Mond, welche Anordnung auch Eudoxus und Aristoteles haben.

Die Antwort auf die von Plato gestellte Frage, die dieser selbst nicht zu lösen imstande war, gab Eudoxus (420—355 v. Chr.) durch seine Theorie der homocentrischen Sphären*). Dieselbe ist uns nur in dunkeln, unzusammenhängenden Bruchstücken erhalten, wohl durch spätere Commentatoren, unter denen Simplicius, ein Commentator

*) Allerdings behauptet Diodor im I. Buche (Cap. 98) seiner Geschichte, dass Eudoxus „die Belehrungen aus der Sternkunde, die er den Griechen mittheilte, und wodurch er sich einen so berühmten Namen machte“, von den Egyptern hatte, welche bereits (s. Cap. 81) „die Bewegungen, Umlaufzeiten und Stillstände der Planeten, sowie ihren Einfluss auf die Entstehung der lebenden Wesen und ihren heilsamen und schädlichen Einfluss sorgfältig studierten“. Diodor ist aber ein relativ späterer Schriftsteller, und wie man z. B. aus seinen im 8. und 43. Cap. geäusserten Ansichten über die ältesten Menschen schliessen kann, viel zu sehr von der Bildung seiner Zeit beeinflusst, als dass man diesen Worten viel Zutrauen entgegenbringen sollte. Herodot (II. Buch, 4. Cap.) berichtet nur, dass die Egypter als die ersten die Jahreslänge zu 365 Tagen angaben.

des VI. Jahrhunderts n. Chr., der uns diese Theorie vorträgt, besonders zu nennen ist, wesentlich entstellt und in den älteren Geschichtswerken zum Theil gar nicht aufgenommen, zum Theil missverstanden worden *). Erst Schiaparelli **) hat sie durch Restitution des Textes und Hinzufügung von einigen mathematischen Deductionen in das rechte Licht gesetzt und ihr dadurch erst den richtigen Platz in der Geschichte der Planetentheorien angewiesen.

Denkt man sich zunächst zwei dicht übereinander gelegte Kugelschalen, von denen die äussere K_1 um eine Axe AA' (Fig. 2) etwa im Sinne des Pfeilers rotiert, dann wird jeder Punkt der Kugel K_1 , z. B. B einen Parallelkreis beschreiben. Seien nun in zwei diametral gegenüberstehenden Punkten $B B'$ die Endpunkte der Axen einer zweiten Kugel K_2 eingesetzt, die mit derselben Geschwindigkeit im entgegengesetzten Sinne

*) Whewell (l. c. I., 137) schreibt, dass Eudoxus von Cnidus nach Simplicius der erste die Theorie der beweglichen Kreise eingeführt haben soll, und dass diese ihre wissenschaftliche Ausbildung erst in den Zeiten Hipparchus erhielt; er glaubt also, dass Eudoxus der erste war, der die Theorie der Epicykeln anwendete, und ähnlich urtheilt Mädler. Lalande äusserst sich sehr abfällig über die Eudoxische Theorie; ja er glaubt, dass Eudoxus einfach ein Commentator ist. Ebenso Delambre, der die Eudoxische Theorie nicht erwähnt, und meint, dass alle wissenschaftliche Astronomie der Griechen im Almagest zu finden ist. Er glaubt geradezu, dass die ganze Wissenschaft des Eudoxus in dem bestand, was Aratus in seinem Gedichte mittheilt, welches nichts weiter als eine Aufzählung der Constellationen und ziemlich viel Unsinn über deren Bedeutung enthält. (Histoire de l'astronomie ancienne, I., 107, und II., 67.) Er sagt zwar (Vorrede, pag. X): „Platon conseille aux astronomes de chercher l'explication des mouvements celestes, dans la combinaison de différents cercles; ils suivent ce conseil, et fautes d'idées assez précises et de bonnes observations, ils multiplient les cercles outre mesure et sans aucun succès.“ Hier scheint er jedoch an die Aristotelische Theorie zu denken, welche er nicht verstanden hat. Bailly nennt die Eudoxische Theorie absurd, und zwar wahrscheinlich aus einem gleich zu erwähnenden Grunde. Schaubach (l. c., pag. 433) erkennt wohl den Unterschied von der Epicykeltheorie, gibt auch einen kurzen, aber auf die ungenaue Darstellung im Simplicius gegründeten Abriss der Theorie, konnte aber doch mit derselben nicht recht zum Ziele kommen. Die Eudoxische Theorie besteht nämlich in der Superposition einer Anzahl von concentrischen Kugelschalen, von denen jede einzelne sich um eine Axe dreht, deren Pole in der Oberfläche der darüber befindlichen befestigt sind. Dass nun eine dieser Sphären ihre Pole in der Ekliptik hat, nennt Whewell (I., pag. 138) einen Irrthum des Aristoteles, der, wie wir später sehen werden, diese Theorie weiter ausbildete, und dies ist auch wahrscheinlich der Grund, warum Bailly dieselbe absurd nennt.

**) „Die homocentrischen Sphären des Eudoxus, Calippus und Aristoteles“, Memoire, gelesen im lombardischen Institut zu Mailand den 26. November 1874. Ins Deutsche übersetzt von W. Horn. Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik, I. Heft, Leipzig 1877.

rotiert, und sei von B um 90° entfernt ein Körper P . Es wird einmal vorkommen, dass die Pole A, B und der Punkt P in einen Kreis fallen, wenn man sich die beiden Kugelschalen unmittelbar untereinander denkt. Sei diese Lage AB_1I (Fig. 3), wenn I die Lage des Körpers P für diesen Fall ist. Dann muss der Bogen $O I$ gleich AB_1 sein, welchen Bogen Schiaparelli die Inclination nennt. (In der Figur sind nicht die räumlichen Punkte A, B_1, O, I , sondern ihre Projectionen auf zwei gegen einander senkrechte Ebenen: $A' A''; B_1' B_1''; O' O''; I' I''$, verzeichnet.) Nach einer Viertelumdrehung der Kugel K_1 kommt B_1 nach B_2 (in der Figur $B'_2 B''_2$); würde sich die zweite Kugel K_2 nicht gedreht haben, so wäre BP wie früher in die Verlängerung $B_2 M$ von AB_2 gekommen. Die ebenso grosse entgegengesetzte Drehung der zweiten Kugel bewirkt aber, dass die wirkliche Lage von BP um 90° von $B_2 M$ verschieden ist, nämlich $B_2 II$ und O der jetzige Ort des Punktes P ist; inzwischen wird der letztere einen Weg $I x II$ zurückgelegt haben. Bei der weiteren Drehung der beiden Kugeln bewegt sich der Punkt P über y weiter, und wenn der Pol B nach B_3, B_4 und B_1 gekommen sein wird, wird P wieder in den Punkten III, IV, I angelangt sein, wo, wie leicht ersichtlich, der Bogen $II III$ gleich der Inclination ist. Die Curve, welche P beschreibt, wird eine sphärische Lemniscate, welche Eudoxus nach der Nachricht des Simplicius Hippopede genannt hat. Die Dimensionen derselben hängen von der Inclination ab, und zwar werden sich die beiden Dimensionen $II III$ und xu mit wachsender Inclination, allerdings in ungleichem Verhältnisse vergrössern. Statt der von Schiaparelli gegebenen synthetischen Ableitung beziehen wir den Punkt P auf ein sphärisches Coordinatensystem. Möge wie früher AOA' (Fig. 4) der zur Zeichnungsfläche senkrechte, durch den Pol A gehende grösste Kreis sein, und sei für einen gegebenen Augenblick die Grösse der Drehung der Sphäre K_1 bestimmt durch den Winkel $OAB = \theta$. Der Pol der zweiten Sphäre K_2 liege in B , wo $AB = i$ die Inclination ist. Gleichzeitig habe sich die zweite Sphäre um B ebenfalls um den Winkel θ gedreht, so dass der ursprünglich in der Verlängerung von AB gegen p hin gelegene Punkt (P) jetzt nach P kommt, wobei $pBP = \theta$ ist. Nennt man die Entfernung $AP = r$, den Winkel $OAP = u$, positiv nach abwärts, wenn die Drehung der äusseren Kugel K_1 von OA nach aufwärts geschieht, so ist aus dem Dreiecke BAP , weil $BP = 90^\circ$ ist:

$$\begin{aligned}\cos r &= -\sin i \cos \theta \\ \sin r \cos (\theta + u) &= +\cos i \cos \theta \\ \sin r \sin (\theta + u) &= +\sin \theta\end{aligned}$$

Multipliziert man die zweite Gleichung mit $-\sin \theta$, die dritte mit $+\cos \theta$ und addiert, so erhält man

$$\sin r \sin u = \sin \theta \cos \theta (1 - \cos i) = \sin \frac{1}{2} i^2 \sin 2 \theta.$$

Multipliziert man die zweite mit $+\cos \theta$, die dritte mit $+\sin \theta$ und addiert, so folgt:

$$\sin r \cos u = \sin \theta^2 + \cos i \cos \theta^2 = \left(\cos \frac{1}{2} i^2 + \sin \frac{1}{2} i^2 \right) \sin \theta^2 + \left(\cos \frac{1}{2} i^2 - \sin \frac{1}{2} i^2 \right) \cos \theta^2 = \cos \frac{1}{2} i^2 - \sin \frac{1}{2} i^2 \cos 2 \theta = 1 - 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta^2$$

Aus dem Dreiecke AOP , in welchem $AO = 90^\circ$ ist, folgt:

$$\begin{aligned} \cos \rho &= \sin r \cos u \\ \sin \rho \sin v &= \sin r \sin u \\ \sin \rho \cos v &= -\cos r \end{aligned}$$

und hiemit für die sphärischen Coordinaten ξ, η aus dem Dreiecke OPM :

$$\begin{aligned} \sin \eta &= \sin v \sin \rho = \sin \frac{1}{2} i^2 \sin 2 \theta \\ \cotg \xi &= \frac{\cot \rho}{\cos v} = -tg r \cos u = \frac{1 - 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta^2}{\sin i \cos \theta} \end{aligned}$$

Die rechtwinkligen Coordinaten x und y folgen aber als Projectionen der grössten Kreisbögen ξ, η auf die Ebene AB_2M (Fig. 3). Projiziert man das Dreieck OPM auf diese Ebene, so wird, wenn man die Projectionen der einzelnen Stücke wie in Fig. 3 accentuiert und die positive y -Axe, entgegengesetzt den positiven u, v nach oben zählt

$$\begin{aligned} O''M'' &= x; M''P'' = -y \\ \angle v'' &= \angle v \\ \rho'' &= R \sin \rho \end{aligned}$$

wenn R der Halbmesser der Kugel ist; demnach:

$$\begin{aligned} x &= \rho'' \cos v'' = R \sin \rho \cos v = -R \cos r \\ y &= -\rho'' \sin v'' = -R \sin \rho \sin v = -R \sin r \sin u \end{aligned}$$

folglich:

$$\begin{aligned} x &= R \sin i \cos \theta \\ y &= -R \sin \frac{1}{2} i^2 \sin 2 \theta^*). \end{aligned}$$

*) Da diese Curve noch wenig Beachtung gefunden hat, so wollen wir hier auch ihre Construction (es ist die eine Projection der Hippopede) nach Schiaparelli geben. Man zeichnet (Fig. 6) zwei concentrische Kreise; den grösseren mit dem Halbmesser $R \sin i = B_1'' B_2''$; den kleineren mit dem Halbmesser $R \sin \frac{1}{2} i^2 = \frac{1}{2} R (1 - \cos i) = \frac{1}{2} A'' B_1''$. Der grössere Kreis wird in doppelt so viele Theile getheilt als der kleinere; durch die Theilpunkte des grösseren zieht man Linien parallel zur y -Axe, durch die Theilpunkte des kleineren Linien parallel zur x -Axe, und

Denkt man sich nunmehr die beiden Kugeln K_1, K_2 mit $A A'$ in eine dritte äussere Kugel K eingehängt, welche um eine Axe rotiert, die zu $A A'$ senkrecht steht, und die durch die Pole $C C'$ der Ekliptik geht, und zwar mit anderer Geschwindigkeit als K_1, K_2 , und beobachtet die Erscheinung aus dem gemeinschaftlichen Mittelpunkte aller Kugeln, so wird sich zunächst der Punkt O gleichmässig in einem grössten Kreise bewegen, dessen Pole $C C'$ sind, also in der Ekliptik. Ist P der Planet, so wird er sich nicht in O befinden, sondern bald rechts, bald links von diesem Punkte, der also gewissermassen einen mittleren Ort des Planeten darstellt. Denkt man sich nun einen Streifen der Himmelskugel längs der Bahn von $A A'$ herausgeschnitten und in die Zeichnungsfläche gelegt, oder besser ausgedrückt, eine äquatoriale Cylinderprojection gebildet, so wird vermöge der Drehung der Kugel K der Punkt O in gleichen Zeiträumen nach O_1, O_2, O_3 (Fig. 5) kommen, während die relative Lage von P gegenüber O durch die Hippopede gegeben ist, welche das System der beiden Sphären K_1, K_2 ersetzt. Überträgt man also die Hippopede auf jeden einzelnen der Mittelpunkte O_1, O_2, O_3 , wo jedoch in Fig. 5 die positive x -Axe nach links gelegt ist, weil dies die Richtung der directen Bewegung ist, und verbindet die jeweiligen Planetenorte durch einen stetigen Linienzug, so erhält man eine Curve, deren Form wesentlich bedingt ist durch das Verhältniss der Geschwindigkeiten von K und von dem Systeme (K_1, K_2) . (Zur Construction braucht man natürlich nicht die ganze Hippopede, sondern nur die Abscissen und Ordinaten der jeweiligen Planetenorte zu übertragen; z. B. $O_9 m$ und $m 9$ als Abscisse und Ordinate des Punktes 9 der Hippopede.) So lange nicht nur die Breitenunterschiede, sondern die Breiten selbst nicht genau beobachtet werden konnten, konnten diese Curven den Planetenlauf im allgemeinen ziemlich befriedigend darstellen (über das Nähere siehe weiter unten), wenn nur die drei Elemente: Rotationsdauer der äusseren Schale, des Systems der inneren beiden Sphären und Inclination passend gewählt wurden. Es ist unmittelbar ersichtlich, dass die Rotationsdauer von K gleich der Umlaufszeit des mittleren Ortes um die Erde, also gleich der zodiacalen Umlaufszeit des Planeten sein muss, also für Jupiter 11 Jahre 315 Tage, und die Rotationsdauer von K_1 und K_2 gleich der Zwischenzeit zwischen zwei Retrogradationen, d. h. gleich der synodischen Umlaufszeit, also für Jupiter 398 Tage. Nun ist für die oberen Planeten

verbindet einander entsprechende Punkte. Für den Punkt 2 ist dann z. B. $x O \alpha' = \theta$; $x O \alpha = 2 \theta$; $x_2 = O \alpha' \cos x O \alpha' = R \sin i \cos \theta$, $y_2 = - O \alpha \sin x O \alpha = - R \sin \frac{1}{2} i^2 \sin 2 \theta$, wobei die positive x -Axe nach rechts, die positive y -Axe nach oben gelegt ist.

diese zodiacale Umlaufszeit gleich der siderischen, indem nämlich wegen der relativen Kleinheit der Erdbahn die mittlere Bewegung so stattfindet, als würde der Planet von der Sonne aus gesehen, und die Ungleichheiten der mittleren Bewegung sich durch den veränderlichen Erdort ergeben. Für die unteren Planeten Mercur und Venus aber ist die zodiacale Umlaufszeit gleich einem Jahre, da die mittleren Orte dieser Planeten stets mit dem Sonnenorte zusammenfallen, von welchem sie bald rechts, bald links erscheinen; der Grund zu dieser Unterscheidung liegt im Wesen darin, dass die Periode der Ungleichheiten kleiner genommen wird als die Periode der mittleren Bewegung.

Wird nun noch das ganze System in eine äusserste Kugel eingehängt, die in 24 Stunden um eine Axe rotiert, welche durch die Weltpole geht, so wird auch die tägliche Bewegung erklärt, und man gelangt durch diese „freie, aber logische Betrachtung der wenigen Nachrichten, welche über die Planetentheorie des Eudoxus existieren“ *), zu einer wirklich befriedigenden Lösung der von Plato gesellten Aufgabe, die complicierten Erscheinungen der Planetenbewegung in eine mittlere Bewegung und eine gesetzmässig auftretende Gleichung oder Ungleichheit aufzulösen.

Um auch über die Epochen der mittleren Bewegungen und der Ungleichheiten zu entscheiden, hat man zu beachten, dass die grösste und kleinste Geschwindigkeit stattfindet, wenn der Planet sich im Mittelpunkt der Hippopede befindet, also wenn der durch die Pole AA' , BB' gelegte grösste Kreis durch die Pole CC' geht, welcher Moment auf den Zeitpunkt der Opposition, beziehungsweise Conjunction zu versetzen ist. Der Planet durchschneidet in seiner Bahn zwischen zwei Oppositionen, daher Retrogradationen viermal die Ekliptik und erreicht zweimal die grösste nördliche und zweimal die grösste südliche Breite, welche sämtlich dem absoluten Werte nach gleich gross und gleich $\sin \frac{1}{2} i^2$ sind. Ihre Werte sind also mit der Grösse des rückläufigen Bogens mit bestimmt, und würde man die Inclination so bestimmen, dass der rückläufige Bogen gleich dem durch die Beobachtung gefundenen ist, so ist damit die Breitenabweichung des Planeten mit bestimmt. Während sich aber die Umlaufzeiten ziemlich leicht finden lassen und auch schon zu Eudoxus' Zeiten ziemlich gut bekannt waren, scheint dieses für die Inclinationen nicht so leicht gelungen zu sein; wenigstens gibt sie Simplicius nicht an und sagt nur, dass für die verschiedenen Planeten diese Inclinationen verschieden waren; doch ist

*) Schiaparelli l. c., pag. 137.

wahrscheinlich, dass Eudoxus, der nur die rückläufige Bewegung und die Stillstände erklären wollte, die Inclinationen, und zwar nach Schiaparelli aller Wahrscheinlichkeit nach an Modellen so bestimmte, dass die Grösse des rückläufigen Bogens sich mit der Beobachtung übereinstimmend ergab.

Um nun für jeden Planeten die Übereinstimmung oder Nichtübereinstimmung der Theorie mit der Beobachtung zu ersehen, wollen wir die Verhältnisse etwas näher beleuchten. Es war gefunden

$$\left. \begin{aligned} \cot \xi &= \frac{1 - 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta^2}{\sin i \cos \theta} \\ \sin \eta &= - \sin \frac{1}{2} i^2 \sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Die Geschwindigkeit des Planeten in irgend einem Punkte der Hippopede in der Richtung der ξ (also der Ekliptik) ist, wenn t die Zeit bedeutet:

$$\begin{aligned} u = \frac{d \xi}{d t} &= - \frac{\sin \theta (1 + 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta^2)}{\sin i \cos \theta^2} \sin \xi^2 \frac{d \theta}{d t} \\ &= - \frac{\sin \theta \sin i (1 + 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta^2)}{1 - \sin \frac{1}{2} i^2 \sin 2\theta^2} \cdot \frac{d \theta}{d t} \end{aligned}$$

Die Geschwindigkeit wird ein positives oder negatives Maximum, wenn

$$\theta = \frac{\pi}{2} \text{ oder } \frac{3\pi}{2}, \text{ dann wird } \xi = 0, \eta = 0,$$

$$u_0 = \mp \sin i \cdot \frac{d \theta}{d t}.$$

Sei nunmehr die Geschwindigkeit der Kugel K gleich v , diejenige der beiden Kugeln K_1 und K_2 gleich w , so zwar dass dies die in einem mittleren Sonnentage zurückgelegten Winkel, z. B. ausgedrückt in Bogensekunden seien, so ist

$$\theta = \theta_0 + w t,$$

wobei nunmehr t in mittleren Sonnentagen auszudrücken ist; daher

$$\frac{d \theta}{d t} = w$$

und

$$\left. \begin{aligned} u &= - \frac{\sin \theta \sin i (1 + 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta^2)}{1 - \sin \frac{1}{2} i^2 \sin 2\theta^2} w \\ u_0 &= \mp \sin i \cdot w \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Es ist nunmehr v die mittlere und

$$V = v + u$$

die wahre Geschwindigkeit des Planeten, und da für die Opposition die Bewegung des Planeten retrograd, also V negativ ist, so wird in dem Ausdrücke für u_0 das obere Zeichen der Opposition, das untere der Conjunction entsprechen. Man hat daher

$$\left. \begin{array}{l} \text{für die Opposition } \theta = \frac{\pi}{2}; \xi = 0, \quad V_1 = v - \sin i \cdot w \\ \text{für die Conjunction } \theta = \frac{3\pi}{2}; \xi = 0, \quad V_2 = v + \sin i \cdot w \end{array} \right\} \quad (3)$$

und t Tagen nach der Opposition

$$\left. \begin{array}{l} \theta = \frac{\pi}{2} + w \cdot t \\ \cot \xi = \frac{1 - 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta^2}{\sin i \cos \theta}; \\ V = v - \frac{\sin i \sin \theta (1 + 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta^2)}{1 - \sin \frac{1}{2} i^2 \sin 2 \theta^2} \cdot w \end{array} \right\} \quad (4)$$

Der Planet wird stationär, wenn $V = 0$ ist, d. h. wenn

$$v = \frac{\sin i \sin \theta' (1 + 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta'^2)}{1 - \sin \frac{1}{2} i^2 \sin 2 \theta'^2} \cdot w \quad (5)$$

ist. Wenn die Inclination i bekannt ist, so erhält man hieraus den der Station zugehörigen Wert von θ' ; allerdings folgen zwei Werte, nämlich

$\theta_1 = \theta'$ und $\theta_2 = 180^\circ - \theta'$, welche aber von $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ gleichweit ab-
stehen, da:

$$\theta_1 = \theta_0 - \left(\frac{\pi}{2} - \theta' \right); \quad \theta_2 = \theta_0 + \left(\frac{\pi}{2} - \theta' \right)$$

ist; der erste entspricht daher der der Opposition vorangehenden, der zweite der ihr folgenden Station, und

$$\frac{\theta_0 - \theta_1}{w} = \frac{\theta_2 - \theta_0}{w} = \frac{\frac{\pi}{2} - \theta'}{w} = \frac{1}{2} t_0$$

ist die Zeit zwischen Station und Opposition, folglich die Zeit der Retrogradation

$$t_0 = 2 \frac{\frac{\pi}{2} - \theta'}{w} \quad \text{oder da } w = \frac{360^\circ}{\Sigma}$$

ist, wenn Σ die synodische Umlaufszeit des Planeten ist,

$$t_0 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2\theta'}{\pi} \right) \Sigma. \quad (6)$$

Um auch die Grösse des retrograden Bogens zu finden, hat man ξ_1 und ξ_2 für die beiden Stationen nach der Formel

$$\cot \xi' = \frac{1 - 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta'^2}{\sin i \cos \theta'} \quad (7)$$

zu rechnen; es ergibt sich $\xi_1 = \xi'$ für die der Opposition vorangehende, $\xi_2 = -\xi'$ für die folgende Station. Ist nun l_0 die mittlere Länge des Planeten zur Zeit der Opposition, so ist die wahre Länge desselben

$$\text{für die vorausgehende Station } \lambda_1 = l_0 - \frac{1}{2} t_0 v + \xi'$$

$$\text{für die nachfolgende Station } \lambda_2 = l_0 + \frac{1}{2} t_0 v - \xi'$$

folglich der retrograde Bogen da $\lambda_2 < \lambda_1$ ist:

$$B = \lambda_1 - \lambda_2 = 2 \xi' - t_0 v$$

also

$$B = 2 \xi' - \frac{v}{w} (\pi - 2\theta'). \quad (8)$$

Zur Bestimmung der Inclination kann man nun verschiedene Wege einschlagen.

1. Aus der beobachteten täglichen siderischen Bewegung zur Zeit der Opposition; ist dieselbe (absolut genommen) μ' , so wird, wenn man in der gebräuchlichen Weise die mittlere tägliche siderische Bewegung μ nennt, da $V = -\mu'$ ist:

$$\begin{aligned} \mu' &= w \sin i - v \\ \sin i &= \frac{v + \mu'}{w} = \frac{v + \mu'}{\mu} \cdot \frac{\mu}{w}. \end{aligned}$$

Nennt man die siderische und synodische Umlaufszeit, ausgedrückt in Jahren S und Σ , so ist für die oberen Planeten:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Sigma} &= 1 - \frac{1}{S} \\ \text{folglich} \quad \Sigma &= \frac{S}{S-1}; \quad \frac{\Sigma}{S} = \Sigma - 1 = \frac{1}{S-1}. \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \frac{1}{\Sigma} &= 1 - \frac{1}{S} \\ \Sigma &= \frac{S}{S-1} \end{aligned}} \right\} (9)$$

Denn sei $\odot$ die mittlere tägliche siderische Bewegung der Sonne, μ diejenige des Planeten, so eilt die Sonne dem Planeten täglich um $\odot - \mu$ vor; in x Tagen wird daher die Entfernung Sonne — Planet $x (\odot - \mu)$; ist diese Entfernung 360° , so ist x die synodische Umlaufszeit in Tagen, daher

$$x (\odot - \mu) = 360^\circ; \frac{1}{x} = \frac{\odot}{360} - \frac{\mu}{360}$$

und da $\frac{360^\circ}{\odot} = 365 \cdot 256$ Tage, $\frac{360^\circ}{\mu} = s$, gleich der siderischen Umlaufszeit in Tagen, folglich

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{365 \cdot 256} - \frac{1}{s}$$

oder weil

$$\frac{x}{365 \cdot 256} = \Sigma, \quad \frac{s}{365 \cdot 256} = S$$

ist, so folgt die Relation (9).

Für die unteren Planeten bleibt die Sonne um $\mu - \odot$ täglich zurück, es ist daher für den synodischen Umlauf

$$x (\mu - \odot) = 360^\circ,$$

woraus für die unteren Planeten

$$\frac{1}{\Sigma} = \frac{1}{S} - 1$$

$$\Sigma = \frac{S}{1 - S}; \quad \frac{\Sigma}{S} = 1 + \Sigma = \frac{1}{1 - S}$$

folgt.

Da nun

$$\frac{\mu}{w} = \frac{\Sigma}{S}$$

ist, so wird

$$\sin i = \frac{v + \mu'}{\mu} \frac{\Sigma}{S}.$$

Sei ferner die zodiacale Umlaufszeit T , so ist für die oberen Planeten Saturn, Jupiter und Mars

$$T_o = S_o$$

daher

$$v_o = \mu_o$$

für die unteren Planeten Venus und Mercur aber ist

$$T_u = 1 \text{ Jahr}$$

daher

$$v_u = \odot;$$

es wäre daher für die oberen Planeten

$$\sin i_o = \left(1 + \frac{\mu'}{\mu}\right) (\Sigma - 1) \quad (10 a)$$

und für die unteren Planeten, da

$$\frac{\odot}{\mu} = S$$

ist:

$$\sin i_u = \left(S + \frac{\mu'}{\mu} \right) (\Sigma + 1). \quad (10 b)$$

Man hat ferner für die Grösse des rückläufigen Bogens für die oberen Planeten:

$$B_o = 2 \xi' - (\Sigma - 1) (\pi - 2\theta') \quad (8a)$$

und für die unteren Planeten

$$B_u = 2\xi' - \Sigma (\pi - 2\theta'). \quad (8 b)$$

2. Aus der beobachteten Zeit der Retrogradation folgt

$$\text{für die oberen Planeten: } \theta' = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} w t_o = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \mu (S - 1) t_o \quad (11 a)$$

$$\text{und für die unteren } \theta' = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \mu (1 - S) t_o \quad (11 b)$$

und mit diesem Werte von θ' aus (5) der Wert von i .

3. Aus der Grösse des rückläufigen Bogens. Da die Gleichung (8) ξ' und θ' enthält, ξ' aber selbst von i abhängig ist, so wird die Rechnung indirect und am besten so geführt, dass für eine Reihe von Werten von i der Wert von θ' aus (5), sodann ξ' aus (7) und damit B aus (8) gerechnet wird; i wird so lange variiert, bis B mit der Beobachtung stimmt.

4. Für die unteren Planeten gibt die grösste Elongation ein gutes Mittel zur Bestimmung von i . Da der Mittelpunkt der Hippopede mit dem mittleren Ort der Sonne zusammenfällt, so ist der Maximalwert von ξ gleich der grössten Elongation E ; dieser Maximalwert für $\theta = 0$ ist aber gleich i , daher hat man

$$i = E.$$

Hat man i nach einer dieser Methoden bestimmt*), so kann man von den drei Grössen: Geschwindigkeit zur Zeit der Opposition, Zeit der Retrogradation, Grösse des retrograden Bogens, die beiden zur Bestimmung von i nicht verwendeten berechnen und den gerechneten Wert mit dem beobachteten vergleichen. Die Übereinstimmung oder Nichtübereinstimmung gibt dann ein Mittel zur Entscheidung über die Güte der Hypothese, ohne dass man zu den feineren Vergleichen von berechneten und beobachteten Sternorten greifen muss.

*) Der hier eingeschlagene Weg der Rechnung wurde bei den Alten selbstverständlich durch empirische Methoden ersetzt.

Wenn i sehr klein ist, so dass man $\sin \frac{1}{2} i^2$ vernachlässigen und $tg \xi$ mit ξ vertauschen kann, so wird

$$\xi = \sin i \cos \theta \quad (1')$$

wo allerdings auch i statt $\sin i$ gesetzt werden könnte. Dieser Wert von ξ ist identisch mit dem Werte

$$x = R \sin i \cos \theta$$

welcher die Projection von ξ auf die Tangentialebene im Mittelpunkte der Hippopede darstellt, woraus folgt, dass die Hippopede mit ihrer Projection auf die Tangentialebene in ihrem Mittelpunkte vertauscht wird. Nun ist

$$\left. \begin{aligned} u &= - \sin i \sin \theta \cdot w \\ u_0 &= + \sin i \cdot w \end{aligned} \right\} \quad (2')$$

$$V = v - \sin i \sin \theta \cdot w; \quad (4')$$

der Planet wird stationär, wenn

$$\sin i \sin \theta' = \frac{v}{w}; \quad (5')$$

die Zeit der Retrogradation ist

$$t_o = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2 \theta'}{\pi} \right) \Sigma; \quad (6')$$

die Grösse des retrograden Bogens folgt aus

$$\xi' = \sin i \cos \theta' \quad (7')$$

$$B = 2 \xi' - \frac{v}{w} (\pi - 2 \theta') \quad (8')$$

und man hat für die oberen Planeten

$$\sin i \sin \theta' = \Sigma - 1$$

$$t_o = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2 \theta'}{\pi} \right) \Sigma$$

$$\xi' = \sin i \cos \theta'$$

$$B = 2 \xi' - (\Sigma - 1) (\pi - 2 \theta')$$

und für die unteren Planeten

$$\sin i \sin \theta' = \Sigma$$

$$t_o = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2 \theta'}{\pi} \right) \Sigma$$

$$\xi' = \sin i \cos \theta'$$

$$B = 2 \xi' - \Sigma (\pi - 2 \theta').$$

Die Geschwindigkeit in der Opposition war gefunden:

$$V = v - \sin i \cdot w.$$

Die grösstmögliche retrograde Geschwindigkeit findet daher statt, wenn $i = 90^\circ$ ist, und sie ist dann $V = v - w$.

Man hat überhaupt für den Fall $i = 90^\circ$ die Formeln

$$\left. \begin{aligned} \cot \xi &= \sin \theta \operatorname{tg} \theta \\ \sin \eta &= \sin \theta \cos \theta \\ u &= - \frac{\sin \theta (1 + \cos \theta^2)}{1 - \frac{1}{4} \sin 2\theta^2} \cdot w \\ u_0 &= \mp w \\ V &= v \mp u. \end{aligned} \right\} (12)$$

Die retrograde Geschwindigkeit in der Opposition wird demnach

$$V_1 = w - v$$

demnach für die oberen Planeten, wo $v_0 = \mu_0$ ist:

$$V_1 = \mu (S - 2) \quad (13 a)$$

und für die unteren Planeten, weil $v_u = \odot$ ist:

$$V_1 = \odot \left(\frac{w}{\mu} \cdot \frac{\mu}{\odot} - 1 \right)$$

oder

$$V_1 = \odot \frac{1 - \Sigma}{\Sigma} \quad (13 b)$$

Die Grössen μ , S , Σ , E sind nun für:

	μ	S	Σ	E
Saturn..	120''4546	29.4567	1.03514	—
Jupiter..	299.1284	11.8618	1.09207	—
Mars...	1886.518	1.88082	2.13531	—
Venus..	5767.670	0.61519	1.59866	zwischen $44\frac{2}{3}^\circ$ und $47\frac{1}{2}^\circ$
Mercur .	14732.420	0.24084	0.31725	zwischen $21\frac{1}{2}^\circ$ und $26\frac{1}{2}^\circ$

ferner ist

$$\odot = 3548''.193$$

1. Für den Saturn ist die Zeit der Retrogradation 134^d , der retrograde Bogen nahe 7° ; die grösste Geschwindigkeit in der Opposition konnte von den Alten selbst nicht angenähert bestimmt werden. Mit den beiden Werten $i = 6^\circ 20'$ und $4^\circ 34'$ hat man

für $i = 6^\circ 20'$; $\theta' = 18^\circ 34'5$; $\xi' = 5^\circ 59'5$; $B = 6^\circ 57'8$; $t_0 = 150^d$

$i = 4^\circ 34'$; $\theta' = 26^\circ 11'3$; $\xi' = 4^\circ 5'6$; $B = 3^\circ 42'1$; $t_0 = 134^d$

Eine Inclination von $6^\circ 20'$ würde demnach den retrograden Bogen genügend darstellen, aber die Zeit der Retrogradation um 16 Tage zu klein geben, während eine Inclination von $4^\circ 34'$ die Zeit der Retrogradation wol darstellt, aber für den retrograden Bogen nur den halben

Wert gibt. Mit Rücksicht darauf, dass die Zeit der Stationen für die mangelhaften Beobachtungsmittel der Alten nur sehr ungenau zu fixieren war, wird demnach $i = 6^\circ 20'$ die Beobachtungen genügend gut darstellen. Die halbe Breite der Hippopede wird 10.5 , ein Betrag, der den Beobachtern entgangen sein muss.

2. Nimmt man für den Jupiter die Zeit der Retrogradation gleich 121^d , den retrograden Bogen gleich $9^\circ 52'$, so hat man

$$\begin{aligned} \text{für } i &= 12^\circ 8'; \theta' = 25^\circ 58'; \xi' = 10^\circ 50'; B = 9^\circ 52'; t_0 = 142^d \\ i &= 9^\circ 8'; \theta' = 35^\circ 27'; \xi' = 7^\circ 24'; B = 4^\circ 44'; t_0 = 121^d \end{aligned}$$

woraus man sieht, dass im ersten Fall der retrograde Bogen, im zweiten die Zeit der Retrogradation dargestellt wird. Aus dem oben angeführten Grunde, und da überdies die Zeit der Retrogradation mit der Entfernung des Jupiter von der Erde zur Zeit der Opposition etwas variiert, wird $i = 12^\circ 8'$ als Inclination zu wählen sein, wenngleich mit Rücksicht auf die daraus resultierende grösste Breite von 39.3 , diese schon beträchtliche Abweichungen von der Beobachtung zeigen kann.

3. Für den Mars wird die Sache wesentlich complicierter. Da

$$\Sigma - 1 = 1.13531$$

so wird

$$\sin i = \frac{1.13531}{\sin \theta'}$$

unter allen Umständen grösser als 1, woraus folgen würde, dass es keine Inclination gibt, welche die Bewegung des Mars darstellen würde.

Da jedoch diese Formel voraussetzt, dass i sehr klein ist, so gehen wir auf die strengen Formeln zurück, und betrachten gleich jenen Wert, für welchen die retrograde Geschwindigkeit in der Opposition ein Maximum ist, was für $i = 90^\circ$ stattfindet.

Nach (13 a) wäre diese retrograde Maximalgeschwindigkeit

$$V_1 = -0.135 \times 1886''.5 = -4' 14''.6$$

also die Geschwindigkeit in der Opposition noch immer direct, die Darstellung daher unmöglich. Auch Eudoxus hatte wol auf irgend eine Weise, wahrscheinlich durch Modelle, Kenntniss von diesem Umstande; um aber doch eine Darstellung zu ermöglichen, musste die Geschwindigkeit in der Hippopede vergrössert werden, also die Umlaufszeit der beiden Sphären K_1 K_2 verkleinert, natürlich so, dass eine gewisse Anzahl von ganzen Umläufen zwischen zwei Oppositionen vollendet werde, damit in jede Opposition eine Retrogradation fällt.

Sei also jetzt $\frac{\Sigma}{n}$ die Umlaufszeit der beiden Sphären K_1 und K_2 ,

wobei wegen des letzterwähnten Umstandes n eine ganze Zahl sein muss, so wird nach n Umdrehungen von $(K_1 K_2)$, d. h. nach n mal ausgeführter Bewegung des Planeten in der Hippopede wieder eine Opposition sein; zwischen zwei Oppositionen fallen also noch $n-1$ Retrogradationen.

Dann ist

$$w = \frac{360^\circ}{\Sigma} n;$$

$$\frac{\sin i \sin \theta' (1 + 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta'^2)}{1 - \sin \frac{1}{2} i^2 \sin 2 \theta'^2} = \frac{v}{w} = \frac{\Sigma}{n S} = \frac{\Sigma - 1}{n} \quad (5 \alpha)$$

und es wird dann

$$t_0 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2 \theta'}{\pi} \right) \frac{\Sigma}{n} \quad (6 \alpha)$$

$$\cot \xi' = \frac{1 - 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta'^2}{\sin i \cos \theta'} \quad (7 \alpha)$$

$$B = 2 \xi' - \frac{\Sigma - 1}{n} (\pi - 2\theta'). \quad (8 \alpha)$$

Aus diesem Formelsystem erhält man:

für $n = 2$

i	θ'	B	t_0
38°	60° 22'	1° 57'	66 ^d 6
39	56 51	2 51	72.7
40	53 43	3 49	78.6
41	51 0	4 53	84.3
42	48 37	6 1	89.7
43	46 27	7 15	94.4
44	44 31	8 34	98.5
45	42 44	9 54	102.4
46	41 5	11 14	106.0
47	39 34	12 33	109.3
48	38 10	13 53	112.4
49	36 51	15 14	115.2
50	35 37	16 38	117.8
51	34 28	18 5	120.3
52	33 24	19 36	122.7
53	32 23	21 10	124.8

für $n = 3$

i	θ'	B	t_0
25°	61° 35'	1° 44'	41 ^d 4
26	57 21	2 41	47.8
27	53 39	3 45	53.1
28	50 24	4 54	57.7
29	47 33	6 8	61.8
30	45 2	7 26	65.3
31	42 47	8 48	68.4
32	40 47	10 12	71.1
33	38 59	11 39	73.6
34	37 20	13 8	75.9
35	35 49	14 39	78.1
36	34 25	16 13	80.3
37	33 7	17 47	82.3
38	31 53	19 23	84.1
39	30 45	21 0	85.7
40	29 41	22 38	87.1

für $n = 4$

i	θ'	B	t_0	i	θ'	B	t_0
25°	39° 23'	9° 30'	54 ^d 8	37°	23° 39'	29° 28'	71 ^d 8
26	37 23	11 0	57.0	38	22 51	31 15	72.7
27	35 34	12 32	59.0	39	22 6	33 3	73.5
28	33 54	14 7	60.8	40	21 24	34 51	74.3
29	32 23	15 44	62.5	41	20 44	36 40	75.0
30	30 59	17 22	64.0	42	20 6	38 30	75.7
31	29 42	19 2	65.4	43	19 30	40 20	76.4
32	28 31	20 43	66.6	44	18 56	42 11	77.0
33	27 25	22 26	67.8	45	18 23	44 2	77.6
34	26 22	24 10	68.9	46	17 52	45 54	78.2
35	25 24	25 55	69.9	47	17 22	47 46	78.7
36	24 30	27 41	70.9	48	16 54	49 38	79.2

Der retrograde Bogen und die Zeit der Retrogradation schwanken für Mars zwischen 10° und 60 Tagen einerseits, wenn die Erde im Aphel, Mars im Perihel ist *) und $19\frac{1}{2}^\circ$ und 80 Tagen andererseits, wenn die Erde im Perihel, der Mars im Aphel ist **). Der Fall $n = 2$ ist demnach ganz unstatthaft, da für einen retrograden Bogen von 10° eine Inclination von 45° entsprechen würde, die Dauer der Retrogradation aber schon 102 Tage wäre und mit wachsendem B auch t_0 wächst. $n = 3$ gibt für $B = 10^\circ$ die genäherte Inclination von 32° , mit $t_0 = 71$ Tage, was allerdings um 11 Tage zu gross ist, für $i = 38^\circ$ würde B wieder mit $19\frac{1}{2}^\circ$ ziemlich gut dargestellt und auch die Zeit der Retrogradation $t_0 = 84$ Tage nur um 4 Tage unrichtig. Es ergibt sich aber hieraus das auffallende Resultat, dass eine variable Inclination zwischen 32 und 38° die Beobachtungen in der Opposition ziemlich befriedigend wiedergeben würde, freilich ohne Rücksicht auf die Breitenbewegungen, da die Breite in der Hippopede zur Zeit der Mitte der Retrogradation (für $\theta' = 90^\circ$) stets Null ist. (Die grössten Breiten werden in den beiden Fällen $4^\circ 21'$ und $6^\circ 5'$, Grössen, die beim Mars vorkommen können, allerdings in umgekehrter Ordnung; denn wenn $B = 10^\circ$, so ist der Mars in der Erdnähe, daher die Breite grösser, als wenn $B = 19\frac{1}{2}^\circ$ ist. Natürlich hängt die Breite auch vom Argument der Breite ab, welches in der Eudoxischen Theorie ganz unberücksichtigt bleiben muss.) Eine variable Inclination

*) Z. B. bei der Opposition Juli-August 1845.

**) Z. B. bei der Opposition Januar-Februar 1884.

einzuführen, hat aber seine Schwierigkeiten, da im Sinne der Alten die Einschaltung von Sphären zwischen K_1 und K_2 nöthig würde. Überdies würde dies keine genügende Übereinstimmung mit der Beobachtung geben, da die Bewegung der Inclination nicht gleichmässig ist, weil sie mit der Umlaufszeit der Erde und des Mars zusammenhängt, da sie von der Entfernung der beiden Himmelskörper, also von ihren wahren Anomalien zur Zeit der Opposition abhängig ist, überdies auch die Inclination eine undulatorische und keine gleichmässig wachsende sein müsste. Jedenfalls hat Eudoxus auf diese Variationen der Retrogradationen keine Rücksicht nehmen können und sich mit einem Mittelwerte (Schiaparelli nimmt 34° an) begnügt.

Noch tritt hier ein anderer Übelstand hervor: Für die Umlaufszeit $\frac{\Sigma}{n}$ des Sphärensystems (K_1, K_2) findet die erste Retrogradation nach der Opposition im Winkelabstand $180 - \frac{1}{n} \cdot 360^\circ$ von der Sonne statt*), dann für die Winkelabstände $\left(180 - \frac{2}{n} \cdot 360^\circ\right), \left(180 - \frac{3}{n} \cdot 360^\circ\right) \dots \left(180 - \frac{n-1}{n} \cdot 360^\circ\right)$ und $\left(180 - \frac{n}{n} \cdot 360^\circ\right)$, d. h. für die nächste Opposition. Der Beginn der Retrogradation findet zur Zeit der Station statt; ist der retrograde Bogen B , so nähern sich Sonne und Planet von der Station des letzteren bis zur Mitte der Retrogradation um die retrograde Bewegung des Planeten $\frac{1}{2} B$, und um die directe Bewegung der Sonne in der Zwischenzeit; ist demnach τ die Dauer der Retrogradation, ausgedrückt in Tagen, daher genähert $\frac{1}{2} \tau^\circ$ die Bewegung der Sonne (da deren Betrag genähert 1° täglich ist), so nähern sich die beiden Himmelskörper zwischen Station und Mitte der Retrogradation um

$$\frac{1}{2} (B + \tau).$$

Da für die Opposition die Entfernung Sonne — Planet $= 180^\circ$ ist, so würde für jede der beiden Stationen vor und nach der Opposition die Entfernung Sonne — Planet

$$E = 180^\circ - \frac{1}{2} (B + \tau)$$

$$\text{also für Mars im Perigeum: } E_p = 180 - 35 = 145^\circ$$

$$\text{für Mars im Apogeum: } E_a = 180 - 50 = 130^\circ$$

welche Werte allerdings sehr unsicher zu beobachten sind, da der Planet mehrere Tage stationär ist.

*) Weil sich die Sonne dem Planeten um $\frac{1}{n} 360^\circ$ genähert hat.

Für die erste Retrogradation nach der Opposition wäre, da hier τ durch t_0 zu ersetzen ist:

$$E_1 = \left(180 - \frac{1}{n} \cdot 360^\circ\right) + \frac{1}{2} (B + t_0)$$

demnach für $n=3$, mit dem Mittelwerte $i=34^\circ$; $E_1=104\frac{1}{2}^\circ$; in welcher Entfernung aber Mars noch sehr gut zu beobachten wäre; diese nach der Eudoxischen Theorie nothwendige Retrogradation fehlt demnach in der Beobachtung; die Theorie erweist sich mangelhaft.

Noch ungünstiger werden die Verhältnisse für $n=4$; denn der retrograde Bogen wird durch eine Inclination von 25° bis 31° dargestellt, aber die Zeiten der Retrogradationen sind viel zu klein; sollten diese mit der Beobachtung stimmen, so müsste die Inclination 28° bis 48° betragen, was aber B sehr schlecht geben würde und überdies auch von unzulässigen Breitenbewegungen begleitet wäre. Nimmt man nun, um B darzustellen, einen Mittelwert von $v=28^\circ$, so würde die erste Retrogradation nach der Opposition in der Entfernung

$$E_1 = 127\frac{1}{2}^\circ$$

von der Sonne eintreten; die Abweichungen der Theorie von der Beobachtung würden demnach noch viel früher bemerkbar sein.

4. Für Venus fällt so wie für den Mercur der mittlere Ort mit dem Orte der Sonne zusammen, daher, wie schon erwähnt, die zodiacale Umlaufszeit gleich einem Jahr; die Geschwindigkeit der Rotation der die Axe AA' tragenden Sphäre ist also für diese beiden Planeten dieselbe, und da sowol für Mercur als für Venus der Mittelpunkt der Hippopede stets in die Sonne fällt, so fallen auch die Axen AA' für die beiden Planeten zusammen. Aristoteles bemerkt: „Nach Eudoxus sind die Pole der dritten Sphäre (von aussen nach innen gezählt) verschieden für einige Planeten, identisch für Hermes und Aphrodite.“ Schiaparelli schliesst hieraus, dass „diese sich ungesucht ergebende Übereinstimmung zugleich die Genauigkeit der Beschreibung des Aristoteles und die Richtigkeit der von Schiaparelli wieder aufgefundenen Planetentheorie des grossen Astronomen von Cnidus beweist“ *). Plutarch (De placitis philosophorum) sagt: „Platon und die Mathematiker schrieben der Sonne, dem Mercur und der Venus den gleichen Lauf zu.“ Doch wäre es gewagt, aus dieser isolierten Stelle etwas zu schliessen.

Nun ist die grösste Elongation für Venus zwischen $44\frac{2}{3}^\circ$ und $47\frac{1}{2}^\circ$, demnach ebenfalls i zwischen diesen Grenzen eingeschlossen. Hiefür ergibt sich aber kein Wert von θ' , der der Gleichung (5) genügen

*) l. c., pag. 161.

würde, d. h. es folgt keine Retrogradation. Auch hier muss wieder die Geschwindigkeit in der Hippopede vergrößert werden, und zwar auf das Dreifache derselben. Sei wieder die Umlaufzeit der Kugeln $K_1 K_2$ gleich $\frac{\Sigma}{n}$, so hat man für die Stationen den Wert von θ' aus

$$\frac{\sin i \sin \theta' (1 + 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta'^2)}{1 - \sin \frac{1}{2} i^2 \sin 2 \theta'^2} = \frac{\Sigma}{n} \quad (5 \beta)$$

$$t_0 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2 \theta'}{\pi} \right) \frac{\Sigma}{n} \quad (6 \beta)$$

$$\cot \xi' = \frac{1 - 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta'^2}{\sin i \cos \theta'} \quad (7 \beta)$$

$$B = 2 \xi' - \frac{\Sigma}{n} (\pi - 2 \theta') \quad (8 \beta)$$

Auch für $n = 2$ folgt hieraus noch kein Wert von θ' , für $n = 3$ wird

$$\frac{\Sigma}{n} = 0.53289$$

und hiemit

$$\text{für } i = 44^\circ 40'; \quad \theta' = 39^\circ 19'; \quad B = 12^\circ 38'; \quad t_0 = 54^d 8$$

$$\text{für } i = 47^\circ 30'; \quad \theta' = 35^\circ 31'; \quad B = 16^\circ 43'; \quad t_0 = 58^d 9$$

Es ist aber B ca. 16° und t_0 ca. 42 Tage, so dass demnach der Fehler hier noch mässig erscheint. Allein er fällt hier gerade in diejenige Zeit, wo der Planet am günstigsten zu beobachten ist, denn die Mitte der Retrogradation findet zur Zeit der unteren Conjunction statt, wo der Planet unsichtbar ist, die Stationen hingegen fallen in die Nähe der grössten Elongationen, und ein Fehler in der Retrogradationszeit sowol wie des retrograden Bogens, namentlich aber das Fehlen der hier bedingten überzähligen Stationen musste besonders auffallen.

5. Für Mercur hat man die Inclination zwischen $21\frac{1}{2}^\circ$ und $26\frac{1}{2}^\circ$ anzunehmen, es wird, da $\Sigma = 0.31725$ nach den Formeln 5, 6, 7, 8:

$$\text{für } i = 21\frac{1}{2}^\circ; \quad \theta' = 58^\circ 2'; \quad B = 2^\circ 7'; \quad t_0 = 20^d 6$$

$$\text{für } i = 26\frac{1}{2}^\circ; \quad \theta' = 42^\circ 5'; \quad B = 10^\circ 17'; \quad t_0 = 30^d 8$$

Thatsächlich aber beträgt der retrograde Bogen zwischen 8° und 16° , die Dauer der Retrogradation ca. 22 Tage; die Übereinstimmung ist daher nur als sehr ungenügend zu bezeichnen.

Für diese 5 Himmelskörper sind nach dem Gesagten im ganzen 20 Sphären angenommen, durch welche sich die Bewegungen der Planeten wenigstens theilweise erklären liessen. Für die Sonne und den Mond nahm Eudoxus je drei Sphären an, also im ganzen 26, und ausserdem für die Fixsterne eine Sphäre. Eigentlich würden für die Sonne zwei

Sphären genügt haben, eine äussere, welche die tägliche Bewegung darstellt, und eine innere, deren Pole auf der ersten liegen und mit den Polen der Ekliptik identisch sind, und welche in einem Jahre entgegengesetzt der äusseren rotiert, wodurch die Bewegung zwischen den Fixsternen erklärt würde. Diese musste dabei als gleichmässig angesehen werden. Dass Eudoxus noch eine dritte Sphäre annahm, kann nicht dem Umstande zugeschrieben werden, dass er die ungleichmässige Bewegung der Sonne kannte; hiezu würde nicht genügt haben, eine einzige Sphäre hinzuzulegen; es müssten wie bei den Planeten zwei neue Sphären angenommen werden, für welche die Inclination sehr klein wäre. Um die Bedeutung dieser dritten, innersten Sphäre zu erkennen, müssen wir zuerst die Mondtheorie des Eudoxus betrachten.

Für den Mond konnte wieder die äusserste Sphäre die tägliche Bewegung darstellen; die zweite könnte ihre Pole in den Polen der Mondbahn haben; allein da diese nicht fest sind, sondern um die Pole der Ekliptik rotieren, und zwar in derselben Zeit, wie die Mondknoten längs der Ekliptik zurückschreiten, so musste eine Sphäre eingeschoben werden, deren Pole in die Pole der Ekliptik fallen, und die erst die Pole der dritten, innersten Sphäre enthält. Denken wir uns die zweite mittlere Sphäre einen Augenblick fest, so stellt die dritte die momentane Mondbahn vor; dreht sich nun die mittlere im Sinne der täglichen Bewegung, also im selben Sinne wie die äusserste, mit der Rotationsdauer von 223 Lunationen oder etwa 18 Jahren, so werden sich die Pole der Mondbahn, demnach auch deren Knoten auf der Ekliptik in dieser Zeit verschieben. Der Commentator Simplicius aber begeht hier einen Irrthum, indem bei ihm die Umlaufszeiten der beiden inneren Sphären vertauscht sind, welchen Irrthum bereits Ideler bemerkt hat *).

Für die Sonne schaltet nun Eudoxus ebenfalls eine Sphäre ein, deren Pole in diejenigen der Ekliptik fallen sollen, während die Pole der innersten um einen halben Grad von denen der Ekliptik abstehen, und deren Umlaufszeit auf 2922 Jahre angegeben wird, wodurch eine Schwankung in der Breite von 1° entstehen würde. Diese Bewegung wurde nach Schiaparelli von einigen als Präcessionsbewegung gedeutet, doch ist sie davon wesentlich verschieden, da nichts auf eine Bewegung der Frühlingspunkte hindeutet **). Schiaparelli nennt sie kürzshalber Nutation.

*) Schiaparelli l. c., pag. 161 ff.

**) Mit der Trepidation der arabischen Astronomen hat diese Bewegung einige Ähnlichkeit, doch ist sie sowol in der Amplitude als auch in der Periode von derselben verschieden.

Wenn nun die von den Excentricitäten abhängigen Ungleichheiten unbeachtet bleiben, so ergibt sich hieraus für die Bewegungen der Sonne, des Mondes, ebenso für Jupiter und Saturn, und auch einigermassen für Mercur eine für jene Zeiten genügende Darstellung, wenngleich sich eine merkliche Abweichung in der Dauer der Rückläufigkeit zeigen musste, während für Mars und Venus sich bedeutende Mängel ergaben.

Diesem Übelstande begegnete Calippus (370—300 v. Chr.) durch Einschiebung neuer Sphären. Von ihm selbst haben wir keine Nachrichten, und müssen wir uns auf das beschränken, was wir von Aristoteles erfahren. Dieser berichtet, dass Calippus für Saturn und Jupiter dieselbe Anordnung und dieselbe Anzahl von Sphären behält wie sein Vorgänger Eudoxus. Für den Mars fügte er eine Sphäre hinzu, jedoch findet sich nach Schiaparelli in den alten Quellen nichts, was uns darauf führen könnte, wie er diese Sphäre annahm. Schiaparelli gibt als einfachste und daher wahrscheinlichste Lösung die folgende: Die ersten beiden (äusseren) Sphären bleiben dieselben; in der zweiten hängt mit den Polen $A A'$ (Fig. 7) eine dritte, deren Umlaufszeit gleich ist der synodischen Umlaufszeit des Planeten. Im Äquator dieser Sphäre (also um 90° von $A A'$ abstehend) sind die Pole $B_1 B_1'$ einer vierten, welche mit der doppelten Geschwindigkeit im entgegengesetzten Sinne rotiert. In dieser letzteren von $B_1 B_1'$ um einen Abstand i entfernt, sind die Pole einer fünften $B_2 B_2'$, welche wieder im selben Sinne wie die dritte und auch mit derselben Geschwindigkeit wie diese rotiert, und in welcher, um 90° von $B_2 B_2'$ abstehend, sich der Planet P befindet. Zu einer gewissen Epoche werden die grössten Kreise $A B_1$, $B_1 B_2$, $B_2 P$ zusammenfallen; nach Ablauf einer gewissen Zeit hat $A B_1$ den Bogen θ , $B_1 B_2$, von $B_1 A$ gezählt, den Bogen 2θ , und $B_2 P$, von $B_2 B_1$ an gezählt, wieder den Bogen θ zurückgelegt.

Man kann hier viel grössere Längenbewegungen bei viel kleineren Breitenbewegungen erzielen. Ist z. B. $B_1 B_2 = 45^\circ$, so wird die Breiten-dimension $4^\circ 11'$ bei einer Länge von $95\frac{1}{2}^\circ$, mit einer retrograden Bewegung für Mars von 72° , was genähert richtig ist. Obzwar für den Mercur schon die Theorie des Eudoxus ziemlich gut war, schaltete Calippus doch noch eine Sphäre ein, wodurch eine grössere Genauigkeit erzielt worden sein mag. Für die Venus war, wie schon oben gesagt wurde, die Eudoxische Theorie sehr mangelhaft. Durch Einschaltung einer Sphäre, wie es eben beschrieben wurde, wird für die Annahme der Entfernung der Pole $B_1 B_2 = \frac{1}{8}$ der Peripherie, die grösste Elongation von der Sonne (dem mittleren Orte) $47\frac{2}{3}^\circ$, nahe gleich der beobachteten. Allein es entsteht noch keine rückläufige Bewegung. Schiaparelli

sagt jedoch, dass man durch gewisse Combinationen der Sphären allerdings eine rückläufige Bewegung erzielen kann, welche aber von ganz unzulässigen Breitenbewegungen oder unmöglichen Elongationen von der Sonne begleitet ist*). Es scheint hienach, dass die Restitution der Calippischen Theorie noch nicht gelungen ist und eine andere Sphärenanordnung vielleicht die gewünschte Übereinstimmung geben würde, vorausgesetzt dass Calippus überhaupt so glücklich war, dieselbe zu erreichen.

Besonders bemerkenswert ist aber, dass, wie Eudemus berichtet**), Calippus für die Sonne zwei neue Sphären hinzufügte. Hier ist nun die Wahrscheinlichkeit sehr gross, dass dies den Zweck hatte, eine Hippopede einzuführen, um die Ungleichheit der Sonnenbewegung zu erklären. Mit einer Inclination von 2° würde die Hippopede 4° Länge und $1'$ Breite erhalten, und die Sonnenbewegung würde fast so genau wie mit Epicykel oder excentrischem Kreise dargestellt werden. Auch Simplicius sagt, dass wegen der ungleichen Länge der Jahreszeiten Calippus bei der Sonne und beim Monde je zwei neue Sphären einführte. Mit dem Mondlaufe hat nun die ungleiche Länge der Jahreszeiten allerdings nichts zu thun; aber so wie für die Sonne die Ungleichheit der Längenbewegung erkannt war, hatte Calippus wahrscheinlich auch schon Kenntniss von der Ungleichheit des Mondlaufes, da, wie schon früher bemerkt, diese leichter erkannt werden kann als jene. Mit einer Inclination von 6° , wobei die Hippopede 12° Länge und $9'$ Breite erhält, kann die Mittelpunktsgleichung auch ziemlich gut dargestellt werden, während die Breitenbewegung als unmerklich jedenfalls in jener Zeit unbeachtet blieb.

Wichtig ist noch die Neubestimmung der synodischen Umlaufszeit des Mondes durch Calippus, welche sich aus seinem Cyklus ergibt. Er führte einen Kalender ein, nach welchem 76 Lunisolarjahre zu $365\frac{1}{4}$ Tagen, also 27.759 Tage gleich waren 940 Lunationen, woraus sich die Dauer einer Lunation gleich 29.53085 Tage ergibt.

Durch die Hinzufügung je einer Sphäre für Mars, Venus und Mercur, ferner je zweier Sphären für die Sonne und den Mond hatte Calippus für seine Erklärung 33 Planetensphären nöthig, wozu noch eine Fixsternsphäre kam.

Durch die Sphärentheorie war man in der Lage, den Ort eines jeden Himmelskörpers jederzeit vorauszubestimmen, indem man aus den bekannten Geschwindigkeiten der einzelnen Sphären vielleicht

*) l. c., pag. 169.

**) Schiaparelli l. c., pag. 169 ff.

ohne Rechnung, einfach an Modellen, oder wie sich Schiaparelli ausdrückt, „graphisch, ohne Trigonometrie“*), den wirklichen Ort durch die Zusammensetzung mehrerer einfacher, gleichförmiger Bewegungen, von denen nebst der täglichen Bewegung die eine eine mittlere Bewegung, die übrigen die Ungleichheiten derselben darstellten, erhielt. Und dieses war auch der Endzweck der Eudoxischen Theorie und auch der Calippischen Verbesserung. Kennt man für einen gewissen Moment, für die Epoche, den mittleren Ort des Sternes, d. i. den Ort des Mittelpunktes der Hippopede und die Grösse der Ungleichheit, d. i. den Ort des Planeten in derselben; ferner die Geschwindigkeit der Bewegung des Mittelpunktes der Hippopede aus der Umlaufszeit der Kugel K und den seit der Epoche von den die Hippopede erzeugenden Kugeln K_1, K_2 zurückgelegten Weg, so kann man für jeden Moment den Ort des Sternes angeben. Es ist kein Grund vorhanden, anzunehmen, dass Eudoxus diese Sphären als im Weltraume wirklich vorhanden wissen wollte; Niemand berichtet uns von den „krystallinen Schalen“ des Eudoxus und Calippus; diese fragen nicht nach ihrem Stoff, ihrer Grösse, ihren gegenseitigen Abständen; für sie waren die Planetensphären nur eine geometrische Conception**), die uns ein glänzendes Zeugnis von der Geistesgrösse ihrer Autoren gibt. Dass Eudoxus nicht nach den Ursachen der Rotationsbewegungen forschte, können wir ihm nicht zum Vorwurfe machen; er erachtete den Zeitpunkt wahrscheinlich noch nicht für gekommen, physikalische Theorien aufzustellen, wo die geometrische Darstellung noch nicht völlig hinreichend war, und überliess die Vervollkommnung seiner Theorie und die physikalischen Schlussfolgerungen seinen Nachkommen. Erstere nahm Calippus in Angriff, mit letzteren beschäftigte sich Aristoteles (384—322 v. Chr.), wenngleich in ziemlich verunglückter Weise. Für den Physiker Aristoteles waren wol die für sich bestehenden Sphären jedes einzelnen Planeten ein Unding, und wenn er auch die Ursache der Rotationen nicht angeben konnte, so wollte er doch wenigstens ein miteinander zusammenhängendes System von jetzt natürlich realen Sphären haben. Die Bewegung des Fixsternhimmels konnte sich natürlich direct auf den Saturn übertragen; eine directe Verbindung der innersten Saturnsphäre mit der äussersten Jupitersphäre war aber nicht möglich, ohne die Bewegung des ersteren auch auf den letzteren mit zu übertragen, und so sah sich Aristoteles genöthigt, zwischen den einzelnen Planeten eine gewisse Anzahl reagierender Sphären einzuschalten, welche die Bewegung der Eudoxischen oder

*) l. c., pag. 174.

**) Schiaparelli l. c., pag. 174.

Calippischen revolvierenden oder deferierenden aufhoben. Für eine Reihe von n revolvierenden Sphären genügen aber $(n-1)$ reagierende, denn die n te reagierende wird bereits der täglichen Bewegung folgen und kann als erste revolvierende des nächsten Planeten dienen. Hieraus folgt als Anzahl der von Aristoteles angenommenen Sphären:

Für Saturn 4 revolvierende, 3 reagierende Sphären

„ Jupiter	4	„	3	„	„
„ Mars	5	„	4	„	„
„ Venus	5	„	4	„	„
„ Mercur	5	„	4	„	„
„ Sonne	5	„	4	„	„
„ Mond	5	„	—	„	„

da der Mond als innerster Wandelstern keine reagierenden Sphären mehr braucht. Hienach hatte Aristoteles 33 revolvierende und 22 reagierende Sphären, zusammen 55 Sphären, wozu noch die Fixsternsphäre kommt.

Sehen wir von diesem missglückten Versuche einer physikalischen Erklärung, wenn man dieselbe überhaupt so bezeichnen darf, ab, so haben wir in der Eudoxischen Theorie eine den [Thatsachen angepasste, auf Beobachtungen gestützte Theorie, welche sich überdies durch ziemliche Einfachheit auszeichnet, da zur Bestimmung einer Planetenbahn nur drei Elemente: zodiacale, synodische Umlaufszeit und Inclination nöthig sind. Wegen dieses Umstandes scheint sie sich auch wahrscheinlich noch über ein Jahrhundert, bis in die Zeiten des Archimedes *) erhalten zu haben, selbst als schon richtigere Begriffe über die wechselnde Entfernung der Planeten platzgegriffen hatten. Schon Aristoteles scheint letzteren Umstand wahrgenommen zu haben, denn in den verlorengegangenen „physikalischen Problemen“ hält er die Hypothesen der Astronomen deshalb für zweifelhaft, weil die Grösse der Planeten nicht constant zu sein scheint. Die Veränderlichkeit der Durchmesser von Sonne und Mond (bei letzterem beträgt der Unterschied zwischen dem grössten und kleinsten Durchmesser $4'$, also $\frac{1}{7}$ seiner Grösse), welche sich frühzeitig in den Finsternissen zeigen musste, da sie die Verschiedenheit der centralen Finsternisse, die manchmal total, manchmal ringförmig auftreten, bewirkt, sowie auch die sich zeigenden Abweichungen der Beobachtungen, die in dem Masse merklicher hervortreten mussten, als die Beobachtungen besser wurden, mussten zur Erkenntnis der Unzulänglichkeit der Eudoxischen Theorie führen. Doch erhielt sich dieselbe noch sehr lange, theils, wie schon erwähnt, ihrer relativen Ein-

*) Schiaparelli l. c., pag. 196.

das Quadrat $SEAB$, halbiert ferner den Winkel BEA durch die Linie EC , so ist

$$CEA = 22^\circ 30'$$

demnach

$$\frac{CEA}{MEA} = \frac{22^\circ 30'}{3^\circ} = 7^p 30' = \frac{15}{2}$$

folglich

$$\frac{CA}{DA} > \frac{15}{2}.$$

Da ferner

$$EA = AB, \\ BE^2 = 2 EA^2$$

und, weil CE den Winkel BEA halbiert:

$$EB : EA = BC : CA$$

ist, so ist auch

$$BC^2 = 2 CA^2 \\ \frac{BC^2}{CA^2} = \frac{50}{25} > \frac{49}{25} \quad *)$$

demnach

$$\frac{BC}{CA} > \frac{7}{5} ; \frac{BC + CA}{CA} > \frac{12}{5} \\ \frac{BA}{CA} > \frac{12}{5}$$

Es ist also

$$\frac{BA}{CA} > \frac{36}{15} ; \frac{CA}{DA} > \frac{15}{2}$$

Daraus folgt durch Multiplication

$$\frac{BA}{DA} = \frac{EA}{DA} > \frac{36}{2}$$

und a fortiori

$$\frac{ED}{DA} > 18$$

und da wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke AED , MSE auch

$$\frac{ED}{DA} = \frac{ES}{EM}$$

so folgt

$$ES > 18 EM.$$

Dass Aristarch eine um so vieles fehlerhafte Zahl fand, ist aus dem Umstande leicht erklärlich, dass die Zeit der Dichotomie nur ganz unsicher erhalten werden kann und ein Irrthum von wenigen Stunden den Winkel am Erdorte schon um sehr viel ändert.

*) Diese Zahlen werden gewählt, um die Quadratwurzel ziehen zu können.

Von hervorragender Wichtigkeit für uns ist, dass Aristarch der Erste war, welcher die Bewegung der Erde um die Sonne lehrte. Archimedes sagt von ihm: „Um dieses zu beweisen, nahm er an, dass die Fixsterne und die Sonne beweglich wären und die Erde um die Sonne in einem Kreis laufe*)." Plutarch**) sagt: „Aristarch zählt die Sonne unter die Fixsterne und lässt die Erde sich um den Sonnenkreis bewegen und durch deren Neigung die Sonnenscheibe beschattet werden.“ Hiemit im Einklang steht auch die Meinung in Plutarchs „De facie in orbe Lunae“: „Wie einst Kleanthes meinte, ganz Griechenland müsse den Samier Aristarch als Religionsverächter, der den Weltherd verrückte, vor Gericht laden, weil nämlich der Mann, um die Himmelserscheinungen richtig zu stellen, den Himmel still stehen, die Erde dagegen sich in einem schiefen Kreise fortwälzen und zugleich um ihre eigene Axe drehen liess***)."

Während nun aber Schiaparelli behauptet†), dass Heraclides von Pontus, ein Schüler des Plato und Aristoteles (um 328 v. Chr.), diese Theorie schon vor Aristarch aufgestellt hatte, und Aristarch sich derselben anschloss, fragt Schaubach, ob denn Aristarch tatsächlich die Bewegung der Erde um die Sonne gelehrt hat, und ob er mit seinen Worten nicht einen ganz anderen Sinn verband, und knüpft hieran die Bemerkung, dass man doch dem Copernicus nicht das Verdienst seines Systems nehmen solle. Nun, darüber herrscht doch gewiss kein Zweifel, dass das heliocentrische System schon im Alterthume aufgetreten ist, denn es findet sich unzweideutig ausgesprochen in Archimedes, Plutarch, Seneca und Anderen. Seneca sagt im VII. Buche der Quaestiones naturales (2. Cap.). „Fuerunt enim qui dicerent nos esse, quos rerum natura nescientes ferat nec coeli motu fieri ortus et occasus, sed ipsos oriri et occidere: digna res contemplatione, ut sciamus, in quo rerum statu simus, pigerrimam sortiti an velocissimam sedem, circa nos deus omnia an nos agat“; und im 25. Capitel äussert er sich ganz bestimmt, dass nach seiner Meinung die Stationen und Retrogradationen parallaktische, durch die Bewegung der Erde hervorgerufene Erscheinungen sind: „Quid est ergo, cur aliqua (sidera) resistere videantur? Solis occursus speciem illis tarditatis im-

*) Schaubach l. c., pag. 469.

**) De placitis philosophorum, II. Buch, 24. Cap.

***) Nach Lalande schreibt Plutarch dem Aristarch gerade das Gegentheil zu, dass er nämlich den Kleanthes beschuldigt haben soll, dass er die Ruhe der Vesta gestört hätte.

†) l. c., pag. 177.

ponit et natura viarum circulatorumque sic positorum, ut certo tempore intuentes fallant: sic naves, quamvis plenis velis eant, videntur tamen stare.“ Wie alt aber diese Meinung ist, das ist nicht gewiss, denn die genannten Männer selbst schreiben sie früheren Autoren zu, freilich beinahe jeder einem anderen Autor, natürlich kein einziger dem Copernicus, von dem sie damals gewiss noch keine Kunde hatten. Warum sollten nun aber jene Autoren die ihnen zugeschriebene Meinung nicht gehabt haben? Warum sollten sie etwas anderes darunter verstanden haben? Und wenn sie etwas anderes darunter verstanden haben, so muss man die späteren, Archimedes, Plutarch, Seneca, die uns diese Meinung überlieferten, als Autoren derselben ansehen. Wenn man also schon Aristarch das Verdienst rauben will, welches ihm von rechts wegen gebührt, so dürfte man doch höchstens sagen: „In den Schriften der Alten findet sich diese Meinung, wo sie aber zuerst auftritt, ist ungewiss.“ Der Ruhm, das heliocentrische System wieder entdeckt zu haben, und vorzugsweise dasjenige, dasselbe in ein streng wissenschaftliches Gewand gekleidet zu haben, bleibt Copernicus sicher. Nach langer Nacht der Vergessenheit, musste man wieder denselben Weg von der Finsternis zum Lichte wandeln; man schlug nicht ganz denselben Weg ein, aber das Ziel war dasselbe, und Copernicus leugnet ja nicht, von einigen Schriften der Alten Kenntnis gehabt zu haben. Schaubach hat daher gewiss Unrecht, wenn er schreibt: „Alle die Gründe zusammengenommen, zeigen einem Unbefangenen mit der grössten Wahrscheinlichkeit, dass an das copernicanische Weltsystem bei keinem alten Griechen zu denken war, obgleich Copernicus selbst in seinem Buche ‚De revolutionibus‘ erklärt, durch die Ideen der Pythagoräer und namentlich durch angeführte Stellen aus dem Plutarch auf seine Hypothesen gekommen zu sein. Merkwürdig ist, dass er Aristarch gar nicht erwähnt, und dass ihm dagegen Philolaus ein mathematicus non vulgaris ist*).“ Es scheint dies jedoch dafür zu sprechen, dass Copernicus die Meinung des Aristarch eben nicht kannte und durch die etwas dunkel gehaltene Stelle des Philolaus, welche allerdings wegen des gewissen Centralfeuers alle möglichen Deutungen zulässt, zur Conception seines Systems angeregt wurde. Ohne sich vielleicht in eine historische Discussion einzulassen, glaubte Copernicus, dass Philolaus in seinen dunkeln Worten bereits das heliocentrische System meinte, und schrieb sein eigenes System dem „mathematicus non vulgaris“ zu. Aber sowie man die Alten nicht über Verdienst erheben soll, was leider nur zu oft zu geschehen pflegt und z. B. im Mittelalter jeden Fortschritt hemmte und noch

*) Schaubach l. c., pag. 475.

heutzutage durch den mitunter auftretenden Autoritätsglauben zu hemmen geeignet ist, so darf man sie ihrer wirklichen Verdienste auch nicht berauben, und jedenfalls haben sie nicht nur die Anregung zur Conception des neuen Systems gegeben, sondern dieses System selbst auch schon, wenn auch vielleicht nur in den Umrissen und ohne mathematische Anwendung, besessen.

Auf dieselbe Weise wie Aristarch hatte auch Archimed (287 bis 212 v. Chr.) das Verhältniß der Entfernungen der Sonne und des Mondes bestimmt, und er fand, dass die Sonne 30mal weiter sei als der Mond. Bezüglich der Planetentheorie scheint er diejenige des Eudoxus adoptiert zu haben, nur verändert er die Reihenfolge der Planeten. Nach ihm sind dieselben von der Erde aus in der folgenden Anordnung: Mond, Mercur, Venus, Sonne, Mars, Jupiter, Saturn. Was ihn veranlasste, die Reihenfolge der Planeten Mercur, Venus, Sonne gegen diejenige des Eudoxus umzukehren, ist nicht bekannt, doch war es wahrscheinlich nebst der Überlegung, dass in dem sehr grossen Zwischenraum zwischen Mond und Sonne sich Himmelskörper befinden müssten, auch der Umstand, dass dadurch diejenigen Himmelskörper, welche sich nur bis zu einer gewissen Entfernung von der Sonne bewegen können, von denjenigen getrennt werden, die sich in jeder beliebigen Entfernung vorfinden*).

Von Eratosthenes (276—194 v. Chr.), der bekanntlich den ersten Versuch machte, die Grösse der Erde durch wirkliche Messung zu bestimmen, haben wir eine Bestimmung der Schiefe der Ekliptik zu $23^{\circ} 51'$, welche deshalb von Wichtigkeit ist, weil sowohl Hipparch als auch Ptolemäus dieselbe verwendeten. Nach Plutarch**) soll Eratosthenes den Abstand des Mondes von der Erde zu 780.000 Stadien, denjenigen der Sonne zu 4,080.000 Stadien angegeben haben. Wenn diese Angabe auf Wahrheit beruht, so wäre darin ein bedeutender Rückschritt gegen Aristarch und Archimed, indem hier das Verhältniß der Entfernungen nur etwa 5 bis 6 beträgt.

Mit Eratosthenes haben wir die Reihe der Astronomen des ersten Zeitraumes abzuschliessen, und haben hier noch einen Mann zu nennen, der bereits als Vorläufer der zweiten Periode gelten kann, ja man könnte vielleicht sagen als Begründer derselben, denn die Einführung der Epicykeln in die Geometrie und Astronomie ist das Verdienst des Apollonius (um 247 v. Chr.).

*) Ptolemäus, Almagest, 9. Buch, 1. Cap.

**) De placitis philosophorum, II. Buch, 31. Cap.

Ptolemäus sagt im 12. Buche, 1. Cap. des Almagest, dass Apollonius von Perga eine Regel aufgestellt hatte zur Bestimmung der Stationen der Planeten. Hieraus kann man schliessen, dass er die complicierten Bewegungen der Planeten durch die Epicykeln erklärte, wenngleich er nicht die Mittel, vielleicht auch nicht das nöthige Beobachtungsmaterial hatte, um die numerischen Werte der dabei in Betracht kommenden Elemente zu bestimmen. Es genügte ihm, die Möglichkeit gezeigt zu haben, durch die Epicykeln die recht- und rückläufige Bewegung, die Stationen und Retrogradationen zu erklären. Die von ihm gegebene Theorie wurde wol bald anzuwenden versucht; ihre Vollendung, in welcher sie sich durch fast ein und ein halbes Jahrtausend ohne nennenswerte Fortschritte erhielt, bekam sie erst durch Hipparch und Ptolemäus. Dem Wesen nach besteht die Theorie darin, dass sich auf einem dem Beobachter concentrischen oder auch excentrischen Kreise der Mittelpunkt eines zweiten kleineren Kreises bewegt, auf welchem mit derselben oder auch mit einer anderen Geschwindigkeit sich das Gestirn bewegt. Der erste Kreis K (Fig. 9) wird der führende Kreis, Deferent, auch der excentrische Kreis (wenn sein Mittelpunkt nicht mit der Erde E zusammenfällt) genannt; der zweite Kreis K_1 , dessen Mittelpunkt C auf dem Deferenten ist, heisst der Epicykel.

Die Regel des Apollonius lässt sich nun in folgender Weise darstellen:

Wenn $EC = R$ der Halbmesser der Deferenten, $BC = r$ der Halbmesser des Epicykels, μ die Geschwindigkeit des Epicykelmittelpunktes C auf dem Deferenten, μ' die Geschwindigkeit des Gestirnes auf dem Epicykel ist, so wird der Planet retrograd erscheinen können, wenn

$$\frac{BC}{EB} = \frac{r}{R - r} > \frac{\mu}{\mu'};$$

dann wird sich immer eine Linie DE so ziehen lassen, dass

$$\frac{\frac{1}{2}DF}{FE} = \frac{\mu}{\mu'} \quad (a)$$

ist, weil von AE angefangen $\frac{1}{2}DF$ immer von r bis zur Null abnimmt und EF von $R - r$ an wächst, und durch jene Linie, für welche die Gleichung (a) stattfindet, wird im Epicykel ein Punkt F bestimmt, in welchem der Planet stationär erscheint.

Den Beweis des Apollonius findet Ptolemäus zu compliciert, und er gibt dafür theilweise einen anderen, welchen wir hier mittheilen wollen.

Vorerst sei erwähnt, dass, während der Planet sich von F nach F' bewegt, der Epicykelmittelpunkt von C nach C' kommen wird; ist

nun die Bewegung CC' so gross, dass trotz der Rückwärtsbewegung FF' des Planeten die Linie EF' (die Visur nach dem Planeten) vorgerückt ist, so bewegt sich der Planet direct; bleibt aber die EF' hinter EF zurück, so hat sich der Planet scheinbar gegen die Ordnung der Zeichen bewegt, er ist retrograd; fällt EF' auf EF , so scheint der Planet seinen Ort nicht zu verändern, er ist stationär.

Um den angeführten Satz zu erweisen, beweist Apollonius vorerst folgendes Lemma:

Wenn im Dreiecke $\alpha\beta\delta$ (Fig. 10)

$$\alpha\beta > \alpha\delta$$

ist, und man nimmt

$$\alpha\gamma \geq \alpha\delta$$

so wird

$$\alpha\gamma : \gamma\beta > \sphericalangle \alpha\beta\delta : \sphericalangle \delta\alpha\beta \quad (b)$$

Man ziehe das Parallelogramm $\alpha\gamma\delta\zeta$; nun ist $\delta\zeta > \alpha\delta$. Wenn erwiesen ist, dass für $\alpha\gamma = \alpha\delta$ die Beziehung (b) besteht, so besteht sie natürlich a fortiori für einen Punkt γ' , für welchen $\alpha\gamma' > \alpha\delta$; wenn aber $\alpha\gamma = \alpha\delta = \delta\zeta$, so kann man mit δ als Mittelpunkt durch α und ζ einen Kreis beschreiben. Verlängert man $\beta\delta$ und $\alpha\zeta$ bis zum Durchschnitt ε , so ist

$$\triangle \delta\zeta\varepsilon > \text{sect } \delta\zeta\theta$$

$$\triangle \alpha\delta\zeta < \text{sect } \alpha\delta\zeta$$

folglich

$$\frac{\triangle \delta\zeta\varepsilon}{\triangle \alpha\delta\zeta} > \frac{\text{sect } \delta\zeta\theta}{\text{sect } \alpha\delta\zeta}$$

oder

$$\frac{\varepsilon\zeta}{\alpha\zeta} > \frac{\sphericalangle \zeta\delta\theta}{\sphericalangle \alpha\delta\zeta}$$

Es ist aber

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon\zeta}{\alpha\zeta} &= \frac{\varepsilon\zeta}{\delta\gamma} = \frac{\zeta\delta}{\gamma\beta} = \frac{\alpha\gamma}{\gamma\beta} \\ \frac{\sphericalangle \zeta\delta\theta}{\sphericalangle \alpha\delta\zeta} &= \frac{\sphericalangle \alpha\beta\delta}{\sphericalangle \beta\alpha\delta} \end{aligned}$$

somit

$$\frac{\alpha\gamma}{\beta\gamma} > \frac{\sphericalangle \alpha\beta\delta}{\sphericalangle \beta\alpha\delta} \text{ w. z. b. w.}$$

Nun sei in Fig. 9 F so bestimmt, dass

$$\frac{\frac{1}{2}FD}{FE} = \frac{\mu}{\mu'}$$

ist. Sei nun FF' beliebig angenommen; im Dreiecke $EF'D$ ist nun $ED > DF'$; $DF > DF'$, folglich ist

$$\frac{DF}{EF} > \frac{\sphericalangle DEF'}{\sphericalangle EDF'}$$

mithin

$$\frac{\frac{1}{2}DF}{EF} > \frac{\sphericalangle DEF'}{2\sphericalangle EDF'}$$

oder

$$\frac{\mu}{\mu'} > \frac{\sphericalangle DEF'}{\sphericalangle FCF'}$$

Da aber $FCF' = \mu' t$ ist, so folgt

$$\mu t > \sphericalangle FEF'$$

d. h. die Bewegung von EF' in derselben Zeit, in welcher der Planet von F nach F' kam, ist grösser als $F'EF$, also wird $F'E$ in dieser Zeit sich weiter nach vorwärts bewegt haben (im Sinne der wachsenden Längen), demnach der Planet in dem Theile FDA des Epicykels sich mit diesem direct bewegen. Ist aber der Planet auf der anderen Seite von FB in F'' , so ist jetzt im Dreiecke DEF''

$$ED > EF''; EF > EF''$$

daher

$$\begin{aligned} \frac{EF}{FD} &> \frac{\sphericalangle FDF''}{\sphericalangle DEF''} \\ \frac{\frac{1}{2}FD}{EF} &< \frac{\sphericalangle DEF''}{2\sphericalangle FDF''} \\ \frac{\mu}{\mu'} &< \frac{\sphericalangle DEF''}{\sphericalangle FCF''} \end{aligned}$$

und da $FCF'' = \mu' t$ ist, so wird

$$\mu t < \sphericalangle DEF''$$

woraus weiter folgt, dass, während der Planet im Epicykel von F'' nach F gekommen ist, dieser sich nicht so weit bewegt hat, dass EF auf EF'' fallen würde, demnach der Planet retrograd ist. F ist daher jener Punkt des Epicykels, in welchem der Planet sich befindet, wenn er stationär erscheint*). Praktische Anwendung hat Ptolemäus von dem

*) Der Beweis lässt sich natürlich viel einfacher führen. Es ist für ein sehr kleines Zeittheilchen t :

$$\begin{aligned} FCF' &= \mu' t \\ FEF' &= \mu t \end{aligned}$$

wenn F der Ort des Planeten für den Moment der Station ist, weil, während der Planet im Epicykel von F nach F' kam, die Linie EF' nach EF sich bewegt hat.

Satze zur Bestimmung der Grösse des retrograden Bogens etc. für die einzelnen Planeten gemacht, wovon seinerzeit gesprochen wird.

Man hat also:

$$FF' = r \mu' t = EF \cdot \frac{\mu t}{\sin DFF'} = EF \cdot \frac{\mu t}{\cos CFD}$$

weil $CF \perp FF'$; daher

$$r \cos CFD \cdot \mu' = EF \cdot \mu$$

und da

$$r \cos CFD = \frac{1}{2} DF$$

ist, so wird

$$\frac{\frac{1}{2} DF}{EF} = \frac{\mu}{\mu'}.$$

II.

THEORIE DER EPICYKELN. HIPPARCH.

Grosse Umwälzungen in den Wissenschaften treten nicht plötzlich auf, sondern vollziehen sich langsam und stetig. Zahlreiche mehr oder minder wichtige Wahrheiten, grössere und kleinere Entdeckungen leiten jene grossen epochemachenden Entdeckungen ein, welche einen Abschnitt in der Geschichte einer Wissenschaft zu bilden uns berechtigen, und die grossen Männer, welche als Repräsentanten derselben auftreten, sind nicht die einzigen Träger der grossen Gedanken, aber sie haben das Verdienst, das verworren und zusammenhanglos Dastehende durch ihre fundamentalen Ideen vereinigt, das Band, welches scheinbar Heterogenes lose zusammenbindet, hiedurch geknüpft und damit das System geschaffen zu haben, das ihren Namen verherrlicht.

Lange ehe der befruchtende Geist eines grossen Mannes die ewigen Wahrheiten der Naturerscheinungen als Gesetze erkannte, musste der Fleiss vieler minder begabter Männer das Material schaffen, ohne welches die Geisteskräfte der bedeutendsten Forscher für die Fortschritte der Wissenschaft unfruchtbar geblieben wären, und lange ehe die wahren Gesetze zur Erkenntnis gelangten, bot das angehäuften Material Stoff zu Versuchen, die der Wahrheit oft sehr nahe kamen, und oft war nur eine Kleinigkeit, eine mangelhafte Beobachtung, eine unrichtig erfasste Thatsache Ursache davon, dass jemand die Siegespalme einem Nachfolger überlassen musste! Kepler sowie Newton haben ihre Vorläufer, die Bausteine für den stolzen Bau zusammentrugen, den uns diese grossen Männer hinterliessen, und auch Hipparch war nicht der erste, der die Epicykeln verwendete, wenngleich die Begründung des Systems an seinen Namen geknüpft bleibt, weil wol die Verwendung der Epicykeln vor ihm nur in vereinzelten Versuchen stattfand.

Seit Apollonius (um 247 v. Chr.) die mathematische Theorie der Epicykeln begründet hatte, mögen wol wiederholt Versuche gemacht worden sein, dieselben für die Erklärung der Bewegung der Himmelskörper zu verwenden, und in der Folgezeit mögen auch homocentrische Sphären und Epicykeln im Kampfe miteinander gelegen sein, bis Hipparch (160—125 v. Chr.) den letzteren zum Siege verhalf. Allein auch er war nicht imstande, die Theorie auf alle Himmelskörper auszudehnen; nur für Sonne und Mond führte er sie in befriedigender Weise durch, während er für die Planeten wegen der von ihm bereits vermutheten doppelten Ungleichheit (wegen der Excentricität der Erdbahn und der Planetenbahn) nicht zum Ziele gelangte. Ptolemäus, in dessen Almagest wir die einzigen Nachrichten über die Hipparch'schen Theorien finden, sagt hierüber *): „Οθεν καὶ τὸν Ἰππαρχὸν ἡγοῦμαι φιλαληθέστατον γενόμενον, διὰ τε ταῦτα πάντα, καὶ μάλιστα διὰ τομὴν πωτοσαύτας ἄνωθεν ἀφορμὰς ἀκριβῶν τηρήσεων εἰληφέναι, ὅσας αὐτὸς ἡμῖν παρέσχε, τὰς μὲν τοῦ ἡλίου καὶ τῆς σελήνης ὑποθέσεις καὶ ζητῆσαι καὶ ὡς ἐνῆν γε ἀποδείξαι πάσῃ μηχανῇ δι' ὁμαλῶν καὶ ἐγκυκλίων κινήσεων αποτελουμένας, ταῖς δὲ τῶν ἐπλανωμένων, διὰ γε τῶν εἰς ἡμᾶς ἐληλυθότων ὑπομνημάτων, μηδὲ τὴν ἀρχὴν ἐπιβαλεῖν, μόνον δὲ τὰς τηρήσεις αὐτῶν ἐπὶ τὸ χρησιμώτερον συντάξαι, καὶ δεῖξαι δι' αὐτῶν ἀνομολογὰ τὰ φαινόμενα ταῖς τῶν τότε μαθηματικῶν ὑποθέσεσιν. Οὐ γὰρ μόνον ᾤετο δεῖν, ὡς ἔοικε δεῖν ἀποφύνασθαι, διότι διπλὴν ἕκαστος αὐτῶν ποιεῖται τὴν ἀνωμαλίαν.“

Aber für die Sonne und auch für den Mond, dieses Gestirn, welches den Geist der Beobachter durch seinen mannigfachen und verwickelten Lauf quälte **) und noch heute quält, gab Hipparch die Theorie in einer Vollendung, so dass 250 Jahre später Ptolemäus beinahe nichts daran zu ändern fand. Hipparch kannte bereits die Bewegung der Mondknoten und der Apsiden und bestimmte ihre Werte aus seinen eigenen Beobachtungen und den etwa 200 Jahre früher angestellten sehr nahe richtig, was in anbetracht der grossen Complicirtheit des Mondlaufes als ein nicht hoch genug anzuschlagendes Verdienst betrachtet werden muss. Wie genial aber waren auch die von ihm eingeschlagenen Wege, und wie genial die Hilfsmittel, die er verwendete und die er sich auch erst selbst schaffen musste! Noch kurz vorher hatte Aristarch ein rechtwinkeliges Dreieck nicht aufzulösen vermocht. Ptolemäus sagt zwar in seinem Almagest nicht ausdrücklich, dass die von ihm eingeschlagenen

*) IX. Buch, 2. Cap. Über die Wahrscheinlichkeit, dass bereits Hipparch die Epicykeltheorie auf die Planeten angewendet hat, vergleiche pag. 81 ff.

**) Plinius, Hist. nat., Buch II, Cap. 9.

Wege zur Auflösung ebener und sphärischer Dreiecke auch schon von Hipparch verwendet worden sind, allein wenn man die von Hipparch erzielten Resultate betrachtet, so erscheint es in hohem Grade wahrscheinlich, dass die im Almagest angewandten Methoden, welche unsere heutige Trigonometrie, abgesehen von der Unbehilflichkeit und Weitläufigkeit jener Methoden im Verhältnis zur letzteren, ganz gut ersetzen, auch schon von Hipparch herrühren, ja sogar, dass der nach Ptolemäus genannte Satz vom Sehnenviereck, dessen sich der letztere zur Berechnung seiner Sehnentafel bedient, auch seinem grossen Vorgänger zugeschrieben werden muss *).

Da es von wesentlichem Interesse und auch für den vorliegenden Gegenstand von besonderer Wichtigkeit ist, die hiebei eingeschlagenen Methoden kennen zu lernen, so sollen dieselben in Kürze erwähnt werden **).

Durch die Sectio aurea ergeben sich die Seiten des dem Kreise eingeschriebenen Fünf- und Zehneckes, also die Sehnen zu den Winkeln von 72° und 36° . Da ferner die Sehne des Winkels von 60° bekannt ist, so ergeben sich aus dem Satze über das Sehnenviereck nacheinander die Sehnen der halben Winkel, der Summen und Differenzen zweier Winkel, so weit, dass sich eine Tafel der Sehnen für beliebige Winkel finden lässt. Im Almagest ist eine solche Tafel, wobei das Argument von halben zu halben Grad (der Quadrant in 90 Grade getheilt) fortschreitet, während die Sehnen in Theilen ausgedrückt sind, von denen 120 auf den Durchmesser gehen. So ist z. B. nach dieser Tafel ***) für den Winkel von $36^\circ 30'$ die Sehne $37^p 34. 47$, wobei die Bruchtheile nach dem Sexagesimalsystem fortschreiten. In Theilen des Halbmessers ist daher die halbe Sehne (oder der Sinus von $18^\circ 15'$) gleich $\frac{1}{2} \left\{ \frac{37}{60} + \frac{34}{60^2} + \frac{47}{60^3} \right\} = 0.31316$. Um nunmehr die Anwendung dieser Tafel zur Auflösung der Dreiecke zu zeigen, wird es am besten sein, die Methode an einem concreten Beispiel anzuwenden, welches wir aus der Mondtheorie entlehnen†). Aufzulösen ist das schiefwinkelige Dreieck ACE (Fig. 11), in welchen $\angle CEA = 3^\circ 24'$ und der Winkel $BCA = 26^\circ 47' 30''$ ist; gesucht wird das Verhältniss der Seiten CA und EC . Nun ist das wol mit Hilfe des

*) S. auch Chasles, Histoire des mathématiques, I., § 18.

**) Bezüglich der Arithmetik der Griechen sehe man Delambre, Histoire de l'Astronomie ancienne, II., pag. 3 bis 35.

***) Almagest, I. Buch, Cap. 9.

†) Ibid. IV. Buch, 5. Cap.

Sinussatzes sehr leicht; aber wie ohne den Formelapparat, der uns heutzutage zu Gebote steht, diese Frage lösen? Man darf sich nicht verhehlen, dass gerade dieser Mangel an Formeln, der z. B. die Auflösung von Dreiecken heutzutage zur mechanischen Berechnung eines Formelschemas macht, die Alten zwang, für die mannigfach auftretenden Fälle einen Grad von Scharfsinn aufzuwenden, der uns in die höchste Bewunderung versetzen muss. Jetzt kann es doch mitunter vorkommen, dass ein oder der andere Astronom ein blosser Rechner ist; im Alterthum war jeder Astronom auch ein Denker, er musste es wol sein, wenn er irgend etwas selbständig leisten wollte. Nicht als ob das Studium der Mathematik jetzt weniger Scharfsinn erfordern würde als einst; aber die Anwendung derselben ist in Folge des uns in allen Fällen zu Gebote stehenden Formelapparates wesentlich erleichtert. Allerdings mag auch damals die fortgesetzte Übung gemeinsame Merkmale als Führer bei Inangriffnahme der Probleme zur Erkenntnis gebracht haben (und die Weitläufigkeit der Rechnung wurde aus Mangel an kürzeren Methoden nicht erkannt); doch erfordern selbst ähnliche Probleme, die sich für uns oft gar nicht unterscheiden, weil wir z. B. die Zeichenunterschiede der goniometrischen Functionen für Winkel verschiedener Quadranten als unwesentlich für die analytische Lösung erkannt haben, wenn man hierauf Rücksicht zu nehmen gezwungen ist, oft wesentlich verschiedene Methoden. Für die Auflösung von schiefwinkligen Dreiecken gibt nun zunächst allgemein die Zerfällung in zwei rechtwinklige Dreiecke den Weg zur Lösung. In Fig. 11 wird durch das Perpendikel CD das schiefwinklige Dreieck AEC in die zwei rechtwinkligen CDE und CDA zerlegt. Im ersteren ist der zu CED gehörige Centriwinkel des um EDC beschriebenen Kreises gleich $2 CED = 6^\circ 48'$; die zugehörige Sehne aus der Sehnentafel $CD = 7^p 7'$ für $CE = 120^p$; ferner im Dreiecke AEC der Winkel $BCA = 53^d 35'$, wobei d für den Grad gebraucht ist, von denen 360 auf $2R$ gehen (diese Ausdrucksweise wird von Ptolemäus sehr häufig gebraucht, um wiederholte Halbierungen und Verdopplungen zu umgehen); $BEA = 6^d 48'$; $CAD = 46^d 47'$; daher der zu CD gehörige Centriwinkel des um CDA beschriebenen Kreises gleich $46^\circ 47'$ und die Sehne $CD = 47^p 38' 30''$, für den Durchmesser $CA = 120^p$; daher $AC = 17^p 55' 32''$, für $CD = 7^p 7'$, d. h. für $CE = 120$, und daraus das Verhältniss

$$\frac{AC}{CE} = \frac{17.55.32}{120}$$

Die gesammte sphärische Trigonometrie wird auf den folgenden

Satz aufgebaut: Sei (Fig. 12) $AFBGDE$ ein sphärisches Vierseit, so ist (Almagest, I. Buch, Cap. 11)

$$\frac{\text{chord } 2 \, GE}{\text{chord } 2 \, AE} = \frac{\text{chord } 2 \, GF}{\text{chord } 2 \, FD} \cdot \frac{\text{chord } 2 \, DB}{\text{chord } 2 \, BA} \quad *)$$

Ist z. B. AB der Äquator, G der Nordpol desselben, BE die Ekliptik, F der Ort der Sonne, gegeben durch ihre Länge BF , so werde $AB = 90^\circ$ angenommen, wodurch EA gleich der Schiefe der Ekliptik wird; dann hat man, um die Declination FD der Sonne zu finden:

$$\text{chord } 2 \, GA \cdot \text{chord } 2 \, EB \cdot \text{chord } 2 \, FD = \\ \text{chord } 2 \, AE \cdot \text{chord } 2 \, GD \cdot \text{chord } 2 \, FB$$

und da $AG = 90^\circ$, $EB = 90^\circ$, $GD = 90^\circ$ ist, also die Sehnen ihrer Verdopplungen 120° , so ist

$$\text{chord } 2 \, FD = \frac{\text{chord } 2 \, AE}{120} \cdot \text{chord } 2 \, FB;$$

aus den bekannten Winkeln AE und FB findet man mit Hilfe der Sehnentafel die nöthigen Sehnen, und aus der Sehne von $2FD$ den Bogen FD selbst.

Indem wir uns mit diesen wenigen Beispielen begnügen, aus denen wol die Rechnungsmethoden der Alten zur Genüge hervorgehen werden, gehen wir nun zum eigentlichen Gegenstande, der Hipparch'schen Sonnen- und Mondtheorie über. Die Schiefe der Ekliptik, das am einfachsten zu bestimmende Element, indem hiezu die Messung der grössten und kleinsten Länge des mittäglichen Schattens eines Gnomons genügt, nimmt Hipparch zu $23^\circ 51' 20''$ an, welchen Wert auch Ptolemäus fand und beibehielt (Almagest, I. Buch, Cap. 10, und II. Buch, Cap. 5). Letzterer gibt den Wert 47° und mehr als $\frac{2}{3}$, aber weniger als $\frac{3}{4}$, also als Mittel 47.7 als Winkel zwischen den beiden Wendekreisen, „welchen Wert auch Eratosthenes gefunden und Hipparch verwendet hat“. (Die Veränderung von $2'$ von Eratosthenes bis Ptolemäus kann dabei als innerhalb der Grenzen der damaligen Beobachtungsfehler angesehen werden.)

*) Mit Einführung der jetzigen Bezeichnungsweise wird dieser Satz

$$\sin AE \cdot \sin GF \cdot \sin DB = \sin GE \cdot \sin FD \cdot \sin BA$$

der Beweis ist sehr leicht, wenn der Sinussatz zugrunde gelegt wird; es ist

$$\frac{\sin AE}{\sin AB} = \frac{\sin B}{\sin E} \\ \frac{\sin DB}{\sin FD} = \frac{\sin F}{\sin B} \\ \frac{\sin GF}{\sin EG} = \frac{\sin E}{\sin F}$$

woraus durch Multiplication der Satz sich unmittelbar ergibt.

Was die Umlaufszeit der Sonne anbelangt, so berichtet Hipparch*), dass Meton und Euctemon das Jahr zu $365\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{76}$ ($= 365.26316$) Tage, Calippus zu $365\frac{1}{4}$ ($= 365.25$) Tage machten, dass er jedoch für die Zeit zwischen zwei gleichartigen Solstitien oder Äquinoclien $365\frac{1}{4} - \frac{1}{300}$ ($= 365.2467$) Tage fand, welchen Wert auch Ptolemäus beibehielt. Für die mittlere tägliche Bewegung der Sonne findet sich hiemit $0^\circ 59' 8'' 17''' 13'''' 12''''' 31'''''' = 3548''287002$. Aber Hipparch erkannte bereits, dass von dem tropischen Jahr das siderische verschieden sei; nach Ptolemäus**) wunderte er sich ausserordentlich darüber, dass das erstere kleiner als $365\frac{1}{4}$ Tage sei, das letztere jedoch grösser, woraus er auf die Vorwärtsbewegung der Fixsternsphäre schliesst, die er auch aus der Vergleichung der Längen der Fixsterne bestätigt fand.

Nun war aber, wie schon erwähnt, bereits dem Calippus die Ungleichheit in der Bewegung der Sonne bekannt; allerdings hatte Hipparch nebst der Verschiedenheit in der Länge der Jahreszeiten auch Ungleichheiten in der beobachteten Jahreslänge selbst gefunden. Allein er scheint dieselben ganz richtig als Beobachtungsfehler angesehen zu haben, und Ptolemäus glaubt, dass „Hipparch sehr wol wusste, dass in alledem nichts gelegen war, was ihn ermächtigt hätte, eine zweite Ungleichheit der Sonne anzunehmen...denn er bediente sich für die Sonne und den Mond gewisser Hypothesen, indem er annahm, dass für die Sonne nur eine und dieselbe Ungleichheit bestehe, welche jedes Jahr in den Solstitien und Äquinoclien verschwindet“. (*Κέχρηται γοῦν καὶ αὐτός ταῖς ὑποθέσεσιν ἡλίου καὶ σελήνης, ὡς μιᾶς καὶ τῆς αὐτῆς ὑπαρχούσης περὶ τὸν ἥλιον ἀνωμαλίας τῆς συναποκαθισταμένης τῷ πρὸς τὰς τροπὰς, καὶ τὰς ἰσημερίας ἐνιαυσίῳ χρόνῳ.*) Hier scheint jedoch bei Ptolemäus ein Missverständnis vorzuwalten, denn die hier angeführte Ungleichheit, welche in den Solstitien und Äquinoclien verschwindet (und die von der Bewegung der Sonne in der Ekliptik statt im Äquator herrührt), war nicht die von Hipparch ermittelte. Im 4. Capitel des III. Buches des Almagest wird die von diesem aus der Ungleichheit der Jahreszeiten gefolgerte Anomalie bestimmt, welche demnach die Mittelpunktsgleichung ist; die höchst sinnreiche Art und Weise, auf welche Hipparch aus der Zwischenzeit zwischen einem Frühlingsäquinoclium und dem darauffolgenden Sommersolstitium und Herbstäquinoclium diese Ungleichheit ermittelte, und welche auch später Ptolemäus in unveränderter Form anwandte, erfahren wir ebenfalls

*) Ptolemäus, Almagest, III. Buch, 2. Cap.

**) Ibid.

aus dem Almagest. Hipparch fand, dass die Zwischenzeit zwischen dem Frühlingsäquinocmium und dem darauffolgenden Sommersolstitium $94\frac{1}{2}$ Tage beträgt, die Zeit zwischen diesem und dem folgenden Herbstäquinocmium $92\frac{1}{2}$ Tage. Um dies zu erklären, nahm er an, dass die Erde nicht im Mittelpunkte der Sonnenbahn wäre; denn wäre die Erde in dem Mittelpunkte O der Sonnenbahn $Q N P M$ (Fig. 13), in welcher sich die Sonne gleichmässig bewegt, sind die Visuren $O N$, $O M$ nach den Äquinocmien, die Visuren $O P$, $O Q$ nach den Solstitien gerichtet, so müsste die Zeit zwischen den Durchgängen durch die Solstitien und Äquinocmien gleich sein. Nun ist aber die Zeit zwischen Frühlings- und Herbstäquinocmium 187, diejenige zwischen Herbst- und Frühlingsäquinocmium $178\frac{1}{4}$ Tage; in der ersten Zeit legt aber die Sonne einen grösseren Bogen zurück als in der zweiten; die Erde muss daher in einer zu NM parallelen Geraden $\gamma \sqcup$ liegen, so dass der von den beiden Visuren EN' , EM' begrenzte Bogen $N'PM'$ auf der Seite des Sommersolstitiums grösser ist als der zweite $M'QN'$ auf der Seite des Wintersolstitiums. Da ferner die Zeit von dem Sommersolstitium zum vorhergehenden Äquinocmium grösser ist als zum folgenden, so muss die Erde in E näher zu M' liegen; nunmehr schneiden die Visuren $O \gamma$, $O \sigma$, $O \sqcup$, $O \propto$ nach den vier Cardinalpunkten der Ekliptik die Sonnenbahn in $N'P'M'Q'$, und da die Bewegung in dem Kreise $NPMQ$ gleichförmig stattfindet, so verhalten sich die Bögen wie die Zwischenzeiten, also:

$$N'P' : P'M' : M'Q'N' = 94\frac{1}{2} : 92\frac{1}{2} : 178\frac{1}{4}.$$

Aus dieser Angabe allein bestimmt Hipparch *) den Ort von E gegenüber O und fand $EO = \frac{1}{24}$ des Radius ON und den Ort des Apogeums $24\frac{1}{2}^\circ$ vor dem Sommersolstitium, d. h. den Winkel LEP gleich $24\frac{1}{2}^\circ$. Setzt man statt der Zahlen $94\frac{1}{2}$, $92\frac{1}{2}$, $178\frac{1}{4}$ die Buchstaben a , b , c , so ist

$$N'OP' : P'OM' : N'OM' = a : b : c$$

daher

$$\begin{aligned} N'OM' &= \frac{c}{a+b+c} \cdot 2\pi; \quad N'OQ = \frac{c}{a+b+c} \cdot \pi \\ N'OP' &= \frac{a}{a+b+c} \cdot 2\pi; \quad N'OP = \pi - N'OQ = \frac{a+b}{a+b+c} \pi \\ POP' = OP'E &= N'OP' - N'OP = \frac{a-b}{a+b+c} \pi \end{aligned}$$

folglich, wenn die Länge des Apogäums $\angle LEN' = A$, $EO = \rho$, $ON' = OP' = r$ gesetzt wird:

*) Ptolemäus, Almagest, III. Buch, 4. Cap.

$$OR = \rho \sin A = r \cos \frac{c}{a + b + c} \pi$$

$$OS = \rho \cos A = r \sin \frac{a - b}{a + b + c} \pi$$

Hieraus folgt nun eine optische Ungleichheit, indem die wahre Geschwindigkeit der Sonne in jedem Punkte ihrer Bahn dieselbe ist, hingegen die von der Erde aus gesehene im Apogäum geringer ist als im Perigäum, da der in derselben Zeit beschriebene gleiche Bogen im ersten Falle unter einem kleineren Sehwinkel erscheint als im zweiten.

Dieselbe Ungleichheit tritt auch beim Monde auf und kann direct wahrgenommen werden; allein hier fand sich, dass der Mond bereits nahe an denselben Orte des Himmels gekommen war (einen vollständigen Umlauf in Länge zurückgelegt hatte) und erst nachher dieselbe Geschwindigkeit (z. B. das Maximum) erreichte; dass er aber bereits früher dieselbe Breite hatte (also z. B. die Ekliptik geschnitten hatte), und zwar hatte er während 241 Revolutionen in Länge (241 vollständigen siderischen Umläufen) nur 239mal die grösste Geschwindigkeit erlangt (239 Umläufe der Anomalie vollführt), hingegen 242mal die Ekliptik geschnitten (= 242 Umläufe in der Breite, oder eigentlich des Arguments der Breite). Die hiezu gehörige Zeit wird von den Alten*) zu $6585\frac{1}{3}$ Tagen angegeben, in welcher Zeit 223 Lunationen (Zeit zwischen zwei Neumonden) stattfinden und die Sonne $10\frac{2}{3}^\circ$ über 18 Revolutionen zurückgelegt hat. Das Dreifache dieser Periode (um auf ganze Zahlen zu kommen) nannten sie ἐξελιγμός. Da nun während dieser Zeit sowol die Anomalie als auch die Breite sich nahe am selben Orte des Himmels bei nahe derselben Stellung des Mondes zur Sonne restituiert, so müssten nach Ablauf dieses Zeitraumes die Finsternisse sich in derselben Ordnung, in derselben Grösse und nahe an denselben Orten des Himmels wiederholen, welche Beobachtung die Chaldäer auch machten, und aus der sie diese Periode von 18 Jahren 11 Tagen fanden. Hipparch jedoch hatte durch Zusammenstellung chaldäischer Beobachtungen mit seinen eigenen gefunden, dass diese Zeiten nicht hinreichend genau wären; er findet, dass in 4612 siderischen Umläufen (weniger $7\frac{1}{2}^\circ$) 4573 Restitutionen der Anomalie stattfinden, und zwar in der Zeit von 126007 Tagen und einer Stunde, während welcher die Sonne 345 ganze Umläufe (weniger obigen $7\frac{1}{2}^\circ$) vollführte und 4267 Lunationen stattfanden. Ausserdem fand Hipparch, dass in 5458 Monaten (Lunationen)

*) Von wem, wird nicht näher angegeben; Almagest, IV. Buch, 2. Cap. Es sind damit wahrscheinlich die Chaldäer gemeint, denn es ist dies der Saros derselben.

5923 Restitutionen der Breite (Durchgänge durch die Ekliptik) stattfinden, indem er zwei sehr weit von einander entfernte Finsternisse verglich, welche in Grösse und Dauer dieselben waren, und wo in der Anomalie kein Unterschied stattfand.

Hieraus folgt nun für die Länge des synodischen Monates

$$29^d 31' 50'' 8''' 20'''' = 29.5305942 \text{ Tage}$$

und für die mittlere tägliche Bewegung in Länge*)

$$13^\circ 10' 34'' 58''' 33'''' 30''''' 30'''''' = 47434''.975974.$$

Da 4573 Umläufe der Anomalie gleich 4267 Lunationen (oder durch 17 abgekürzt: 269 Umläufe der Anomalie = 251 Lunationen) sind, so folgt, dass $269 \times 360^\circ$ der Anomalie in 251×29.530594 Tagen zurückgelegt werden, dass also die tägliche Bewegung der Anomalie

$$13^\circ 3' 53'' 56''' 29'''' 38''''' 38'''''' = 47033''.94157^{**})$$

und in derselben Weise die tägliche Bewegung des Argumentes der Breite

$$13^\circ 13' 45'' 39''' 40'''' 17''''' 19'''''' = 47625''.66119.$$

Da der Mond dieselbe Anomalie (gleichgiltig ob als Abweichung vom mittleren Ort oder von der mittleren Geschwindigkeit verstanden) erlangt, nachdem er bereits einen vollen Umlauf (siderisch) vollendete, so muss man, wenn man bei Wiedererlangung derselben Anomalie annimmt, dass diese einen vollen Umkreis = 360° zurücklegte, eine Drehung des Perigäums im Sinne der Zeichen annehmen, und zwar täglich um den Betrag „mittlere tägliche siderische Bewegung — mittlere tägliche anomalistische Bewegung“, also um $401''.03440$ (so dass das Perihel in 3231.64 Tagen einen vollen Umlauf vollführt); da ferner die Breite denselben Wert erreicht, ehe er einen siderischen Umlauf vollendete, so müssen sich die Knoten der Mondbahn entgegengesetzt den Zeichen (den wachsenden Längen) verschieben, und zwar täglich um den Betrag der „täglichen Bewegung des Argumentes der Breite — mittlere tägliche siderische Bewegung“, also um $190''.68522$ (so dass die Mondknoten in 6796.54 Tagen einmal die Ekliptik durchlaufen).

Sieht man zunächst von der Breitenbewegung ab, so wird man den excentrischen Kreis als in der Ekliptik gelegen ansehen können. Hier wird man aber nicht, wie bei der Sonne, mit der einfachen Hypo-

*) Da es die Zwischenzeit zwischen zwei Conjunctionen mit der Sonne ist, so ist die Bewegung des Mondes in 29.5305942 Tagen gleich $360^\circ + 29.5305942 \times$ tägliche mittlere Bewegung der Sonne, folglich die tägliche Bewegung des Mondes in Länge

$$= \frac{360}{29.5305942} + 3548''.287002 = 43886''.688878 + 3548''.287002 = 47434''.975880$$

von den im Almagest enthaltenen Werten etwas verschieden.

**) Bewegung in einem julianischen Jahre ($365\frac{1}{4}^d$) = $17179147''.16$; Hansen gibt $17179158''.37$, demnach die Beschleunigung seit Hipparch $11''.21$.

these ausreichen, dass sich der Mond in dem Kreise ABC um den festen Punkt E dreht (Fig. 14), sondern man muss eine in demselben Sinne stattfindende Drehung der Geraden EO annehmen. Ist zu einer gewissen Zeit L das Apogäum, der Mond in B , so ist LB der heute als Anomalie bezeichnete Winkel; nach einer gewissen Zeit t wird die siderische Bewegung des Mondes $BAC' = 47434''.975974 t$ sein; seine Bewegung in Anomalie aber nur $47033''.94157 t$; diese ist demnach von einem Punkte L' gezählt, der in der Bewegungsrichtung des Mondes gegen L vorgeschoben ist, so dass $L'AC'$ gleich der neuen Anomalie ist. Es ist demnach die wahre Bewegung des Mondes zusammengesetzt aus einer Bewegung desselben im excentrischen Kreise LBC mit der täglichen Bewegung von $47033''.95157$ und einer Drehung des ganzen Kreises um O mit einer Geschwindigkeit von $401''.03440$ in demselben Sinne. Schieben wir aber den excentrischen Kreis aus der zweiten Lage, in welcher L' das Apogäum, E' der Ort der Erde ist, bis in die erste Lage zurück, so dass L' nach L , E' nach E kommt, so wird C' nach C kommen, und es ist $C'C = L'L$, also $BC = BC' - CC' = BC' - LL' =$ siderische Bewegung in Länge — Bewegung des Apogäums = der mittleren Bewegung in Anomalie. In dem ersten Falle war OBE gleich dem Unterschied des wahren Ortes vom mittleren, im zweiten Falle ist dies $E'C'O = ECO$, folglich $E'C'O - EBO = BOC - BEC$; d. h. der Unterschied der wahren und mittleren siderischen Bewegung ist gleich dem Unterschied der wahren und mittleren anomalistischen Bewegung.

Um nun die Grösse der Excentricität EO und die Entfernung des Apogäums des Mondes für eine gewisse Zeit zu finden, werden drei Mondesfinsternisse benützt, da bekanntlich der wahre Ort des Mondes zur Zeit der Mitte der Finsternis genau um 180° in Länge verschieden ist von dem wahren Ort der Sonne zur selben Zeit, welcher letzteren man aus der bereits bekannten Theorie der Sonnenbewegung leicht erhält. Hipparch *) wählt zwei Gruppen von je drei Finsternissen für seine Berechnung; die erste Gruppe sind alte assyrische (in Babylon beobachtete Finsternisse), und zwar auf den Meridian von Alexandrien bezogen:

1. 366. Jahr der Ära Nabonassar 26 Thot, $18\frac{1}{2}$ Äquinocialstunden**) seit Mittag = — 382 December 22

*) Almagest, IV. Buch, 10. Cap.

**) Die Griechen unterscheiden die $\omega\rho\alpha\ \chi\alpha\rho\iota\tau\iota\chi\eta$, welche dem 12. Theil des Tages oder dem 12. Theil der Nacht gleich war (daher die Tagstunde von der Nachtstunde im allgemeinen sehr verschieden), von der $\omega\rho\alpha\ \iota\sigma\eta\mu\epsilon\rho\iota\chi\eta$, der Äquinocialstunde, gleich dem 24. Theil der Nychthemeren (Tag und Nacht).

2. 366. Jahr der Ära Nabonassar 24 Phamenoth, $8\frac{1}{4}$ Äquinocialstunden seit Mittag = — 381 Juni 18
3. 367. Jahr der Ära Nabonassar 16 Thot, $10\frac{1}{6}$ Äquinocialstunden seit Mittag = — 381 December 12 *)

	Tage der julianischen Periode	Wahrer Ort des Mondes aus den Sonnentafeln	Zwischenzeit	Wahre Bewegung	Mittlere Bewegung in Länge	Mittlere Bewegung der Anomalie
1.	1581 888.771	$28^{\circ} 17'$ Zwillinge	177 ^d 573	$173^{\circ} 31'$	$179^{\circ} 38'$	$159^{\circ} 54'$
2.	1582 066.344	$21^{\circ} 48'$ Schütze	177.080	$175^{\circ} 42'$	173.23	153.35
3.	1582 243.424	$17^{\circ} 30'$ Zwillinge				

Hipparch nimmt als wahre Bewegung zwischen der ersten und zweiten Finsternis $172\frac{2}{3}^{\circ}$, zwischen der zweiten und dritten $175^{\circ} 8'$. Ausserdem führt Hipparch noch drei in Alexandrien beobachtete Finsternisse**) an, die er zu einer zweiten Rechnung benützte; diese Finsternisse sind:

1. 547. Jahr der Ära Nabonassar 16 Mesore, 7 ($6\frac{1}{2}$) Äquinocialstunden nach Mittag = — 200 September 22
2. 548. Jahr der Ära Nabonassar 9 Mechir, $13\frac{1}{3}$ Äquinocialstunden nach Mittag = — 199 März 19
3. 548. Jahr der Ära Nabonassar 5 Mesore, $14\frac{1}{4}$ ($13\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$) Äquinocialstunden nach Mittag = — 199 September 11***).

	Tage der julianischen Periode	Wahrer Ort des Mondes aus den Sonnentafeln	Zwischenzeit	Wahre Bewegung	Mittlere Bewegung in Länge	Mittlere Bewegung der Anomalie
1.	1648 273.292	$26^{\circ} 7'$ Fische	178 ^d 263	$180^{\circ} 9'$	$189^{\circ} 7'$	$169^{\circ} 15'$
2.	1648 451.555	$26^{\circ} 16'$ Jungfrau	176.039	$168^{\circ} 57'$	159.17	139.41
3.	1648 627.594	$15^{\circ} 13'$ Fische				

*) Ptolemäus corrigiert diese Hipparch'schen Zahlen in $18\frac{1}{4}$, $7\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ und $9\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ Stunden seit Mittag, womit die Zwischenzeiten 177^d566, 177^d084 werden. Die mittleren Bewegungen in Länge und Anomalie sind die des Almagest; für die angeführten Zwischenzeiten werden sie

	für Hipparch	Ptolemäus
1.	$179^{\circ} 46'$ $160^{\circ} 0'$	$179^{\circ} 44'$ $159^{\circ} 55'$
2.	173.16 153.33	173.19 153.36

**) Diese Finsternisse sind in der Übersetzung von Halma als von ihm selbst beobachtet angegeben, was sie der Zeit nach nicht sein können. Der griechische Text lautet: Μεταβησόμεθα δὲ καὶ ἐπὶ τὰς ὕστερον ἐκτεθειμένους αὐτῷ τρεῖς ἐκλείψεις, ἃς φησιν ἐν Ἀλεξανδρείᾳ τετηρηθῆναι.

***) Die eingeklammerten Zahlen sind die Ptolemäischen Correcturen; für die Zwischenzeiten folgt damit 178^d284, 176^d018; die mittleren Bewegungen sind für Hipparch

1. $188^{\circ} 52'$ $169^{\circ} 0'$
2. 159.33 139 57;

für Ptolemäus ergeben sich sehr nahe die oben angeführten, von ihm selbst angegebenen Zahlen.

Hipparch findet statt der wahren Bewegungen $180^\circ 9'$ und $168^\circ 57'$ die falschen $180^\circ 20'$ und $168^\circ 33'$. Um den Weg zu zeigen, nach welchen man hier die Elemente der Mondbahn finden kann, wollen wir die ersten der drei angeführten Finsternisse berechnen. Nach dem an Figur 14 erläuterten wird man die Winkel AOB , BOC (Fig. 15) gleich den anomalistischen Bewegungen in den Zwischenzeiten machen; sei $AOB = 2a$, $BOC = 2b$, so wird $AOC = 360^\circ - (2a + 2b)$, folglich in dem dem Kreise ABC eingeschriebenen Dreiecke ABC die Winkel

$$ACB = a$$

$$BAC = b$$

$$CBA = 180 - (a + b).$$

Sei E der noch unbekannte Erdort ausserhalb des Kreismittelpunktes. Nach dem früher Gesagten ist der Überschuss der wahren anomalistischen Bewegung (des aus E gesehenen Bogens AB) über den mittleren gleich dem Überschusse der wahren siderischen Bewegung über die mittlere; nennen wir diese Überschüsse α_0 , β_0 , so ist im vorliegenden Beispiele

$$\alpha_0 = -6^\circ 7', \beta_0 = +2^\circ 19'.$$

Aus dem Umstande, dass AEB kleiner ist als AOB (der erwähnte Überschuss ist negativ), CEB aber grösser als COB , kann man die genäherte Lage von D finden und an der Hand einer Figur die weitere Rechnung durchführen. Bezeichnet man AEB mit α , BEC mit β , so ist

$$\alpha = 2a + \alpha_0$$

$$\beta = 2b + \beta_0$$

Hienach hat man mit Rücksicht auf die aus Figur 15 ersichtliche Bezeichnung der Strecken und Winkel*)

$$BE = t = m \frac{\sin y}{\sin \alpha} = n \frac{\sin y'}{\sin \beta}$$

und da

$$\frac{m}{n} = \frac{\sin a}{\sin b}$$

die Gleichung

$$\sin y \frac{\sin a}{\sin \alpha} = \sin y' \frac{\sin b}{\sin \beta} \quad (a)$$

Ferner als Summe der Winkel der beiden Dreiecke ABE , BCE :

$$y + y' + 180 - (a + b) + \alpha + \beta = 360^\circ,$$

daher wenn

$$c = 180 - (\alpha + \beta) + (a + b) \quad (1)$$

*) Die Aufgabe ist bekannt unter dem Namen des Pothénot'schen Problems.

gesetzt wird:

$$y + y' = c \quad (b)$$

Aus den Gleichungen (a) und (b) erhält man

$$\operatorname{tg} y = \frac{\sin c \frac{\sin b}{\sin a} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}}{1 + \cos c \frac{\sin b}{\sin a} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}} \quad (2)$$

Sodann wird

$$\left. \begin{aligned} x &= 180 - (\alpha + y) \\ z &= 90 - \alpha, \quad OBE = x - z. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Es ist ferner

$$t = m \frac{\sin y}{\sin \alpha}$$

$$r = \frac{m}{2 \sin \alpha}$$

folglich

$$t = 2r \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha} \sin y \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} e \sin A' &= r \sin (x - z) \\ e \cos A' &= t - r \cos (x - z) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$A = A' + (x - z). \quad (6)$$

In den Formeln (1), (2), (3), (4), (5), (6) liegt die Lösung der Aufgabe, indem hiedurch die Excentricität der Mondbahn und die Grösse der Anomalien zu einer gewissen Zeit t_0 gefunden wird. Ist L die wahre aus E beobachtete Länge des Mondes für diese Zeit, so ist $L - A' = \Pi_0$ die Länge des Mondapogäums. Um den wahren Mondort für eine andere Zeit t zu finden, hat man als anomalistische Bewegung in der Zwischenzeit $BX = (t_1 - t) \times 47033''.94157$, folglich die Anomalie $LOX = A + 47033''.94157 (t_1 - t_0)$, daher zur Berechnung der Mittelpunktsgleichung (Prosthapheräse) OXE die Gleichungen

$$EX \sin OXE = e \sin LOX$$

$$EX \cos OXE = r + e \cos LOX$$

$$\text{Wahre Anomalie } LEX = LOX - OXE$$

$$\text{Länge des Perihels} = \Pi_0 + 401''.0344 (t_1 - t_0) = \Pi$$

$$\text{Wahre Länge des Mondes} = \Pi + LEX.$$

Die Rechnung kann durch Tafeln, welche die anomalistischen Bewegungen und die Perihelbewegungen für Jahre, Tage, Stunden etc. geben, ferner durch eine Tafel der Prosthapheräse (Argument LOX , Tafelwert OXE) fast ganz umgangen werden.

Für das angeführte Beispiel ist

$$a = 79^\circ 57'$$

$$b = 76^\circ 47' 5$$

$$\alpha = 153^\circ 47'$$

$$\beta = 155^\circ 54'$$

Die Rechnung ist nun höchst einfach, und wird*) mit den aus den Ptolemäischen Sonnentafeln entnommenen Werten:

$$\begin{array}{ll} c = 27^\circ 3' 5 & 1 + \cos c \frac{\sin b}{\sin a} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 0.29062 \\ \sin b = 9.98835 & \sin c \frac{\sin b}{\sin a} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 9.68716 \\ \sin \alpha = 9.64519 & \operatorname{tg} y = 9.39654 \\ \sin a = 9.99328 & y = 13^\circ 59'.6 \\ \sin \beta = 9.61101 & x = 12 \quad 13.4 \\ \hline \sin c = 9.65791 & z = 10 \quad 3.0 \\ \frac{\sin b}{\sin a} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 0.02925 & x - z = 2 \quad 10.4 \\ \cos c = 9.94966 & \frac{\sin \alpha}{\sin a} = 0.34809 \\ \cos c \frac{\sin b \sin \alpha}{\sin a \sin \beta} = 9.97891 & 2 \sin y = 9.68450 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} t = 0.03259 r \\ r \cos (x - z) = 9.99969 r \\ \text{Subtr.} = 8.89600 \\ e \cos A' = 8.89569 r \\ \quad \quad \quad 9.95460 \\ e \sin A' = 8.57890 r \\ A' = 25^\circ 44'.6 \\ A = 27^\circ 55'.0 \\ \log \frac{e}{r} = 8.94109 \\ e = 0.08731 r \\ \Pi_0 = 236^\circ 3'.4 \\ M_0 = 27^\circ 55'.0 \end{array}$$

Die Hilfsmittel aber, welche uns zu Gebote stehen, um die Rechnung so kurz zu gestalten, fehlten den Alten; vor allem besaßen sie nicht die analytische Methode, nach welcher mit unbekannten Grössen wie mit bekannten gerechnet wird, woraus sich dann Gleichungen für die unbekannten ergeben. Durch diesen Mangel wird ein bedeutender Aufwand

*) Um den Rechnungsmechanismus zu übersehen, ist derselbe vollständig mitgetheilt. Da sich $A' > x' + y'$ ergibt, so müsste übrigens E oberhalb OC liegen.

von Scharfsinn und eine unverhältnismässig grössere Mehrarbeit bei der Rechnung nöthig. Aus der Analogie der von Ptolemäus mitgetheilten Rechnung im Epicykel (s. pag. 68) scheint es, dass Hipparch zur Lösung der Frage einen indirecten Weg einschlug, indem er z. B. E zunächst auf der Geraden OC annahm, dann denselben etwas nach der einen oder anderen Seite verschob und die Rechnung wiederholte; der Bequemlichkeit wegen ist es dabei gut, E in der Nähe von jener Linie zu wählen, für welche die Prosthapheräse ECO am kleinsten wird. Wenn E in OC angenommen wird, so bedeutet dies, dass die Prosthapheräse in C gleich 0, die in B gleich β_0 angenommen wird, statt dass β_0 (die Differenz der Prosthapheräsen $= 2^\circ 10'4'' - (-8'6'')$ in unserem Beispiele) entsprechend vertheilt werde.

Nimmt man z. B. $OCE = 30'$; $OBE = 2^\circ 49'$, $OAE = 3^\circ 18'$ so wird

$$\begin{aligned} BCO &= 13^\circ 12'5'' & BCE &= 13^\circ 42'5'' & CBE &= 10^\circ 23'5'' \\ BAO &= 10^\circ 3'0'' & BAE &= 13^\circ 21'0'' & ABE &= 12^\circ 52'0'' \end{aligned}$$

Hieraus erhält man die Verhältnisse $\frac{CE}{EB}$, $\frac{AE}{EB}$ *), somit, da AEC bekannt ist, auch $\frac{AC}{EB}$; es ist ferner

$$OAC = 90 - \frac{1}{2} AOC = 90 - ABC = a + b - 90^\circ = 66^\circ 44'5''$$

womit sich $\frac{AO}{EB} = \frac{BO}{EB}$ finden lässt. Endlich wird aus $\frac{BO}{EB}$ und

$$\frac{BE}{BE} = 1 \text{ mit dem bekannten Zwischenwinkel } OBE \text{ die Excentricität}$$

OE in Einheiten von EB oder von OB und der Winkel A' erhalten. Wäre die über OCE gemachte Annahme richtig, so müssten die aus OE , CE und OC einerseits und OE , OA und AE andererseits gerechneten Prosthapheräsen gleich den Ausgangswerten ($0^\circ 30'$ und $3^\circ 18'$) sein. Hipparch scheint jedoch die Rechnung nicht oft genug wiederholt und sich mit Näherungswerten begnügt zu haben. Denn die Rechnung mit den von Hipparch angenommenen wahren Bewegungen in Länge gibt für $\frac{e}{r}$ den Wert 0.1121 ; die richtige Rechnung liefert für die

*) Nach der Methode der Alten erhält man aus dem rechtwinkligen Dreiecke CEp für $CE = 120$ die Werte Cp und Ep ; ebenso aus dem Dreiecke BEp für $BE = 120$ die Werte von Ep und Bp ; reducirt man nun alle Zahlen auf Verhältnisse, in denen z. B. $Ep = 60$ ist, so folgt unmittelbar das Verhältniss $CE:EB$.

beiden Finsternisgruppen die Werte 0·08731 und 0·08704, also nahe gleich, während er selbst nach dem Berichte des Ptolemäus für die beiden Finsternisgruppen die von einander abweichenden Werte 6^p15 und 4^p46 für $r = 60^p$ erhielt, also 0·1047 und 0·0794*).

Es erscheint hienach zweifelhaft, ob Hipparch überhaupt den Epicykel, in dem die Rechnung nicht mit diesen Schwierigkeiten verbunden ist, und der directe Weg sofort die richtigen Werte gibt, angewendet hat, wenngleich Ptolemäus**) ausdrücklich erwähnt, dass Hipparch sowol den Epicykel als auch den excentrischen Kreis verwendete, dass es aber merkwürdig sei, dass letzterer in beiden Hypothesen verschiedene Resultate erhielt, da doch die beiden Theorien sich völlig decken***). Indem wir aber den letzteren Nachweis selbst erst bei Ptolemäus anführen, wollen wir hier die Theorie des Epicykels geben, indem wir dieselbe auf das Zeugnis des Ptolemäus hin als Hipparch's Eigenthum betrachten müssen.

Denkt man sich die Erde als Mittelpunkt O eines Kreises (Fig. 16), in welchem sich ein Punkt C gleichmässig bewegt, so kann man diesen Punkt als mittleren Ort eines Gestirnes ansehen, welches seinen siderischen Umlauf um die Erde in derselben Zeit vollzieht wie dieser Punkt. Das Gestirn befindet sich nun aber bald rechts, bald links von diesem mittleren Orte, und um diese Ungleichheit zu erklären, kann man annehmen, dass sich das Gestirn selbst um seinen mittleren Ort in einem Kreise bewege. In dieser Verbindung heisst der erste Kreis K der führende Kreis oder Deferent, der zweite Kreis K_1 der Epicykel.

*) Die Berechnung mit den in der Note pag. 64 gegebenen Zahlen für die erste Gruppe liefert $\frac{e}{r} = 0·08798$ und $0·08758$. $M_0 = 28^\circ 36·8$ und $28^\circ 10·2$, also für jene Zeiten nur unwesentlich geändert.

**) Almagest, IV. Buch, Cap. 10. Die Berechnung im Epicykel s. pag. 68; vergleiche auch die Bemerkung auf pag. 68.

***) Ein Umstand jedoch erregt hier Bedenken: In dem Ptolemäischen Berichten findet man mitunter nicht näher begründete Rectificationen der Beobachtungszeiten. Nach der Reduction der Temporalstunden auf Äquinoctialstunden und Anbringung des Längenunterschiedes, wonach sich eine gewisse Beobachtungszeit ergibt, beispielsweise „8¹/₄ Stunden nach Mitternacht“ wird hinzugefügt „oder genauer 7¹/₂ · ¹/₃ Stunden nach Mitternacht“. Der Erfolg ist der, dass andere Zwischenzeiten, andere anomalistische und andere wahre Bewegungen gegenüber den Hipparch'schen Angaben folgen. Hieraus würden die Hipparch'schen Differenzen in Beobachtungsfehlern ihren Grund haben, während der Ptolemäischen Übereinstimmung möglicherweise Variationen der Beobachtungszeiten zu Grunde liegen können.

Ist das Gestirn in der Verlängerung L von OC oder in dem Punkte M dieser Verbindungslinie selbst, so fällt der mittlere Ort mit dem wahren zusammen. Aber die Geschwindigkeiten der Bewegung werden in den beiden Fällen nicht dieselben sein. Findet die Bewegung des Mittelpunktes des Epicykels im Deferenten in der Richtung der Zeichen (nach wachsenden Längen und Rectascensionen) statt, und nimmt man diejenige des Gestirnes im Epicykel entgegengesetzt dieser Bewegung (die Bewegungsrichtungen sind in der Figur durch Pfeile angedeutet*), so werden sich diese beiden Bewegungen in L subtrahieren, in M addieren, daher ist die Geschwindigkeit des Planeten ein Minimum, wenn er sich in L befindet, ein Maximum, wenn er in M ist. Eine Wiederholung aller Ungleichheiten der Bewegung des Gestirnes (sowol Abweichung des Gestirnes vom mittleren Ort als auch seiner Geschwindigkeit von seiner mittleren Geschwindigkeit) findet statt, wenn das Gestirn einen vollen Umlauf im Epicykel vollführt hat, wobei aber die Grösse der Bewegung desselben im Epicykel immer vom instantanen Apogäum L gezählt wird; d. h. ist der Mittelpunkt des Deferenten nach einer gewissen Zeit nach C' gekommen, das Gestirn im Epicykel nach P , so ist die thatsächliche Drehung des Gestirnes in demselben offenbar $\angle C'P$, wenn $C'L \parallel CL$ ist; allein in der Theorie der Epicykeln zählt man diese Drehung so, als hätte sich der Epicykel unter starrer Verbindung der Punkte LMO um O gedreht, wobei dann die Drehung des Planeten im Epicykel gleich $\angle L'C'P$ ist. Der Grund hievon wird klar, wenn man bedenkt, dass nach einer Periode der Ungleichheit das Gestirn wieder im Apogäum L sein muss, der Epicykel sich aber unterdessen von C wegbewegt hat.

Soll diese Theorie z. B. auf den Jupiter angewendet werden, so wird C den mittleren Ort darstellen, seine Umlaufszeit um die Erde gleich 11 Jahre 315 Tage sein. Die Umlaufszeit des Planeten im Epicykel muss gleich der Zeit sein, innerhalb welcher der Planet seine grösste recht- und rückläufige Geschwindigkeit hat, also gleich der Zwischenzeit zwischen zwei Oppositionen, d. h. 398 Tage.

Für den Mond wird die Geschwindigkeit von C im Deferenten gleich der siderischen Bewegung, also täglich gleich $47434''.97597$; die Geschwindigkeit des Mondes im Epicykel gleich der anomalistischen Bewegung, d. h. täglich gleich $47033''.94157$.

Sei nun für eine gewisse Zeit O (Fig. 17) der Ort des Mittelpunktes des Epicykels in dem um die Erde E beschriebenen Deferenten

*) Dieser Drehungssinn gilt für den Mond; bei den Planeten ist er im Epicykel der entgegengesetzte.

OO' ; A der Ort des Mondes im Epicykel, so ist O der mittlere, A der wahre Ort des Mondes, und der Winkel $OEA =$ wahrer Ort — mittlerer Ort; LOA , gezählt in der Richtung des Pfeiles ist gleich

$$47033''.94157 t_1,$$

wenn t_1 die seit dem Momente des Durchganges durch das Apogäum L verflossene Zeit ist. Für eine andere Zeit t_2 wird O' der mittlere Ort, B' der wahre Ort (in der Figur nicht gezeichnet), $O'EB' =$ wahrer Ort — mittlerer Ort

$$L'O'B' = 47033''.94157 t_2.$$

Schiebt man den ganzen Epicykel $L'O'B'$ zurück, bis er auf den ersten LOA fällt, so kommt L' nach L , B' nach B , und jetzt ist

$$AOB = 47033''.94157 (t_2 - t_1)$$

die anomalistische Bewegung in der Zwischenzeit.

Ferner ist $OEB = O'EB'$, folglich $BEA =$ (wahrer — mittlerer Ort)₂ — (wahrer — mittlerer Ort)₁ = wahre siderische Bewegung in der Zwischenzeit — mittlere siderische Bewegung in der Zwischenzeit.

Um nun die Elemente der Mondbahn (Richtung des Apogäums EO für eine gewisse Epoche und Verhältnis der Radien des Epicykels und Deferenten) aus den drei Finsternissen zu finden, kann man sich mit Rücksicht auf das eben Gesagte die drei Epicykeln auf einen Punkt des Deferenten zusammengeschoben denken. Ohne die Lage von L zu kennen, kann man die relative Lage der drei Mondorte im Epicykel ermitteln, denn es müssen die Bögen AOB , BOC gleich den anomalistischen Bewegungen in den Zwischenzeiten sein, also für dieses Beispiel

$$AOB = 159^\circ 54' \quad BOC = 153^\circ 35'$$

Nun ist die Differenz der wahren und mittleren Bewegungen zwischen der ersten und zweiten Finsternis — $6^\circ 7'$, zwischen der zweiten und dritten $+2^\circ 19'$. Hieraus kann man bereits auf die Lage von E schliessen; da die wahre Bewegung zwischen der ersten und zweiten Finsternis negativ ist, so ist der wahre Ort im zweiten Falle von E aus gesehen, rechts von dem ersten und aus demselben Grunde auch rechts von dem dritten, wenn die directe Bewegung (Bewegung des Mittelpunktes des Epicykels) nach links stattfindet. Aus dem Betrage von AEB und CEB kann man endlich ungefähr die Lage von E verzeichnen*); nun hat man

$$AED = 6^\circ 7'$$

$$CED = 2^\circ 19'$$

*) Trotz der ziemlich unrichtigen Figur kann die Rechnung doch nach derselben ganz gut durchgeführt werden.

welche Daten für die weitere Rechnung ausreichen. Man hat*)

$$\begin{aligned}\angle EAD &= BDA - DEA & \angle ECD &= BDC - DEC \\ &= \frac{1}{2} BOA - DEA & &= \frac{1}{2} BOC - DEC \\ DA &= a \frac{\sin BEA}{\sin (\frac{1}{2} BOA - DEA)}; & DC &= a \frac{\sin DEC}{\sin (\frac{1}{2} BOC - DEC)} \\ \angle ADC &= \frac{1}{2} AOC \\ AC^2 &= DA^2 + DC^2 - 2 DA \cdot DC \cos \frac{1}{2} AOC \\ AO &= \frac{1}{2} \frac{AC}{\sin \frac{1}{2} AOC} = CO = BO = DO \\ \sin \frac{1}{2} COD &= \frac{\frac{1}{2} DC}{DO} \\ DB &= 2 OD \sin \frac{1}{2} (BOA + AOC + COD).\end{aligned}$$

Nunmehr sagt Ptolemäus**): wenn $DB = 2AO$ gefunden wird, so fällt O in BE hinein und es ist $\frac{AO}{OE} = \frac{AO}{DE + AO}$ wenn aber $BD < 2AO$, so muss man aus der Grösse von BD diejenige von OE bestimmen; es ist

$$\begin{aligned}OE^2 &= BE \cdot DE + OD^2 \\ \sin LEB &= \frac{OD \cos \frac{1}{2} DOB}{OE}\end{aligned}$$

$$LEB + (90 - \frac{1}{2} BOD) = LOB.$$

Hiernach wird die Rechnung für die ersten drei angeführten Finsternisse:

$$\begin{array}{ll}ADB = 79^\circ 57' & BDC = 103^\circ 12.5 \\ EAD = 73^\circ 50' & ECD = 100^\circ 53.5\end{array}$$

*) Indem der von Ptolemäus eingeschlagene Weg festgehalten wird, jedoch mit unseren Bezeichnungen und kürzeren Auflösungen der schiefwinkligen Dreiecke.

**) IV. Buch, Cap. 5. Εἰ μὲν οὖν ἡ BD εὐθεῖα ἴση ἢν εὐρημένη τῇ διαμέτρῳ τοῦ ἐπικύκλου, ἐπ' αὐτῆς ἂν ἐτύγχανε δηλονότι τὸ κεντρον αὐτοῦ, καὶ αὐτόθεν ἂν ἐφαίνετο τῶν διαμέτρων ὁ λόγος. Ptolemäus führt die Rechnung erst für den Fall durch, dass B nach L fällt; auch sind alle Figuren in dieser Weise angefertigt; nachher wird an einer speciellen Figur die Reduction von BD auf OE durchgeführt. Dies veranlasste mich auch zu der bei dem excentrischen Kreis gemachten Annahme einer indirecten Rechnung, indem auch dort E zuerst auf OC angenommen wird. Allein für den Epicykel ist die Rechnung dieselbe, ob B mit L zusammenfällt oder nicht, während im excentrischen Kreis die Rechnung indirect geführt werden muss, und dies mag auch der Grund gewesen sein, warum Ptolemäus den Epicykel lieber als den excentrischen Kreis wählte.

$$\begin{array}{rcl}
ADE = 100 \ 3 & & CDE = 76 \ 47.5 \\
\sin DEA = 9.02757 & & \sin DEC = 8.60662 \\
\sin EAD = 9.98248 & & \sin ECD = 9.99211 \\
DA = 9.04509 \ a & & DC = 8.61451 \ a \\
AOC = 46^\circ 31' & & \\
ADC = 23 \ 15.5 & & \\
\cos ADC = 9.96319 & & \\
2 AD \cdot DC = 7.96063 \ a^2 & & \\
DC^2 = 7.22902 \ a^2 & & \frac{1}{2} AC = 8.57349 \ a \\
AD^2 = 8.09018 \ a^2 & & \sin \frac{1}{2} AOC = 9.59646 \\
\text{Add. } 0.05602 & & AO = 8.97703 \ a \\
\Sigma = 8.14620 \ a^2 & & \\
2 AD \cdot DC \cos ADC = 7.92382 \ a^2 & & \\
\text{Subtr. } 9.82522 & & \frac{1}{2} CD = 8.31348 \ a \\
AC^2 = 7.74904 \ a^2 & & \sin \frac{1}{2} COD = 9.33645 \\
AC = 8.87452 \ a & & \frac{1}{2} COD = 12^\circ 32' 0 \\
\frac{1}{2} BOD = 64^\circ 15' 5 & & \\
\sin \frac{1}{2} BOD = 9.95461 & & \\
OD = 8.97703 \ a & & \\
BD = 9.23267 \ a & & \\
BE = 0.06851 \ a & & \\
BE \cdot DE = 0.06851 \ a^2 & & \cos \frac{1}{2} BOD = 9.63780 \\
OD^2 = 7.95406 \ a^2 & & OD = 8.97703 \ a \\
\text{Add. } 332 & & OD \cos \frac{1}{2} BOD = 8.61483 \ a \\
OE^2 = 0.07183 \ a^2 & & \sin LEB = 8.57892 \\
OE = 0.03591 \ a & & LEB = 2^\circ 10' 4 \\
\log \frac{AO}{OE} = 8.94112 & & OBD = 25^\circ 44' 5 \\
& & LOB = 27^\circ 54' 9 \\
\frac{AO}{OE} = 0.08732 & &
\end{array}$$

und da der wahre Ort für die zweite Beobachtung $261^\circ 48'$ war, so war der mittlere Ort $263^\circ 58' 4 = M_0$.

Für die zweite Gruppe der Finsternisse gab dieselbe Rechnung $\frac{AO}{OE} = 0.08704$ in guter Übereinstimmung mit dem früheren Werte, und wie wir sehen werden auch mit den Ptolemäischen Werten.

Die Bewegung des Mondes bietet jedoch noch eine weitere Complication durch die Breitenbewegung und das Zurückweichen der Knoten,

wodurch der Cyclus der ekliptischen Conjunctionen erklärt wird. Mit Rücksicht auf das früher (pag. 67) Gesagte wird jedoch nunmehr die Vervollständigung nicht schwer sein, umsomehr, als Hipparch (und auch noch Ptolemäus) die Reduction der Längenbewegung auf die Ekliptik ganz vernachlässigt. Die Ebene des Deferenten und Epicykels fällt nicht mit der Ekliptik zusammen; die Neigung der beiden Ebenen wird gleich 5° (s. Almagest, V. Buch, 7. Cap.) angenommen. Die Knoten bewegen sich mit der Differenz der Bewegung in Breite (des Arguments der Breite) und der Bewegung in Länge rückwärts, also in t Tagen um $190''68522 t$. Von hier aus (vom neuen Knoten) ist die Bewegung des Epicykelmittelpunktes im Deferenten gleich der Bewegung des Arguments der Breite, also beträgt sie in t Tagen $47625''66119 t^*$; im Epicykel ist wie früher die Bewegung, gezählt vom instantanen Apogäum gleich der anomalistischen Bewegung, also $47033''94157 t$.

Man hat demnach, wenn die Zeit der obigen zweiten Beobachtung als Epoche angesehen wird, für welche die Länge des Knotens $= \Pi_0$ sei, für eine um t abstehende Zeit:

Die Länge des Knotens $\Pi = \Pi_0 - 190''68522 t$

die mittlere Länge des Mondes $M = M_0 + 47434''97597 t^{**})$

das Argument der Breite gleich $M - \Pi$

die Anomalie vom instantanem Apogäum $A = A_0 + 47033''94157 t^{***})$

die Prosthapheräse bestimmt durch $\operatorname{tg} x = \frac{r \sin A}{R + r \cos A}$

die wahre Länge des Mondes $W = M - x$.

Dieselben Formeln, deren Berechnung durch Tafeln zum grossen Theile umgangen werden kann, können auch dazu dienen, die Werte M_0 , Π_0 , A_0 für eine andere Ausgangsepoche zu bestimmen; unbekannt ist aber hierin noch Π_0 . Da man eine Mondesfinsternis, in welcher der Mond in seinem mittleren Orte ist (die Prosthapheräse gleich Null) genau in der Ekliptik (Breite gleich Null) nicht leicht finden wird, so wählt Hipparch†) zwei Finsternisse, welche von derselben Grösse sind, in nahe derselben Entfernung vom Knoten, die eine beim aufsteigenden,

*) Daher siderisch (vom alten Knoten) $47625''66119 t - 190''68522 t = 47434''97597 t$, wie früher.

**) Ohne Reduction auf die Ekliptik; $M_0 = 263^\circ 58'4$.

***) $A_0 = 27^\circ 54'9$

†) Hier ist im Almagest, IV. Buch, 9. Cap., nicht deutlich ersichtlich, ob die Methode von Hipparch herrührt; es heisst nur, dass er die beiden Finsternisse verwendete, $\Delta\epsilon\upsilon\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha\ \delta\grave{\epsilon},\ \eta\ \kappa\alpha\iota\ \text{Ιππαρχος}\ \sigma\upsilon\nu\epsilon\chi\rho\acute{\eta}\sigma\alpha\tau\omicron$; da er aber die Knotenbewegung kannte, so wird er sie wol zur Bestimmung der Epoche der Knoten verwendet haben, wie dies Ptolemäus thut.

die andere beim absteigenden, beide auf derselben Seite der Ekliptik (also auf entgegengesetzten Seiten der beiden Knoten).

Die beiden verwendeten Finsternisse sind (die erste beim aufsteigenden, die zweite beim absteigenden Knoten):

1. 28. Jahr der Ära Nabonassar; 18 Thot $11^h 10^m$ M. Z. Alexandrien
= — 719 März 8,
2. 246. Jahr der Ära Nabonassar; 28 Epiphi $10^h 45^m$ M. Z. Alexandrien
= — 501 November 19.

Tage der jul. Periode	Entfernung vom Apogäum	Mittl. Ort — Wahrer Ort	Zwischenzeit
1. 1458 510·465	$12^\circ 24'$	$+ 59'$	79879 ⁹ 983
2. 1538 390·448	$2^\circ 44'$	$+ 13'$	

Sei für die erste Beobachtung A (Fig. 18) der Ort des aufsteigenden Knotens, D der wahre Ort des Mondes, $DF = 0^\circ 59'$, also F der mittlere Ort desselben. Zur Zeit der zweiten Beobachtung wird die Bahnebene eine ganz andere Lage haben; dreht man dieselbe jedoch so, dass die Knotenlinie mit AC wieder zusammenfällt, und ist nach dieser Drehung E der wahre Ort des Mondes, $EG = 0^\circ 13'$, demnach G der mittlere Ort des Mondes, so sind für die beiden Beobachtungen AF und AG die Argumente der Breiten, folglich FG die Bewegung des Argumentes der Breite in der Zwischenzeit, welche mit dem früher gegebenen täglichen Werte der Bewegung

$$n \cdot 360^\circ + 160^\circ 4'$$

ist, wo n weiter nicht in Betracht kommt.

Es ist daher

$$DE = 160^\circ 4' + 59' - 13' = 160^\circ 50'.$$

Weil aber die Finsternisse in beiden Fällen genau gleich gross waren, so sind die Abstände der wahren Mondorte von den Knoten gleich, also

$$AD = EC = 90 - \frac{1}{2} ED = 9^\circ 35'$$

und hiemit

$$AF = 10^\circ 34'; CG = 9^\circ 22'$$

Zur Zeit der ersten dieser beiden Finsternisse war aber die wahre Länge des Mondes $= 13^\circ 45'$ der Jungfrau, seine mittlere Länge $= 14^\circ 44'$ der Jungfrau, also $= 164^\circ 44'$, demnach $\Pi'_0 = 164^\circ 44' - 10^\circ 34' = 154^\circ 10'$, welchen Wert man leicht auf die früher angesetzte, oder irgend eine andere Epoche übertragen kann.

Eine Theorie der Planeten gab Hipparch nicht; die Beobachtungen schienen ihm für eine solche nicht ausreichend, die Zeit hiefür noch nicht gekommen. Nur die Umlaufszeiten, wie sie Ptolemäus im Almagest (IX. Buch, 3. Cap.) mittheilt, rühren von Hipparch her, weshalb wir sie auch an dieser Stelle ansetzen wollen.

Saturn (♄) vollführt in 59 Jahren 1 Tag 18^h0 nach 57 Restitutionen der Anomalie*) 2 Umläufe $+ 1^{\circ} 43'$

Jupiter (♃) vollführt in 70 Jahren 360 Tagen 2^h4 nach 65 Restitutionen der Anomalie 6 Umläufe $- 4^{\circ} 50'$

Mars (♂) vollführt in 79 Jahren 3 Tagen 5^h2 nach 37 Restitutionen der Anomalie 42 Umläufe $+ 3^{\circ} 20'$

Venus (♀) vollführt in 7 Jahren 362 Tagen 16^h8 nach 5 Restitutionen der Anomalie 8 Umläufe $- 2^{\circ} 15'$

Mercur (☿) vollführt in 46 Jahren 1 Tag 0^h8 nach 145 Restitutionen der Anomalie 46 Umläufe $+ 1^{\circ} 0'$

Es ist jedoch nach einigen Bemerkungen, welche Plinius der jüngere in seiner Naturgeschichte über die Theorie der Planeten macht, ziemlich fraglich, ob dies wirklich alles ist, was Hipparch für die Planetentheorie leistete. Einige Mittheilungen deuten darauf hin, dass Plinius bereits mehr von einer solchen Theorie wusste, als Ptolemäus seinen Vorgängern zuschreibt. Allein der Name Hipparchs wird mit dieser Theorie nicht in Verbindung gebracht, und obgleich aus der ganzen Darstellung kein Zweifel darüber bleiben kann, dass Plinius selbst gewiss nicht als Autor des von ihm gegebenen anzusehen ist, müssen wir doch diese wenigen rudimentären Bemerkungen bei der Besprechung seiner *Historia naturalis* erwähnen, da der Autor derselben eben nicht bekannt ist.

Aber ehe wir auf diese Besprechung übergehen, müssen wir uns mit anderen Werken desjenigen Volkes befassen, welches die Erbschaft der Griechen in der Astronomie übernahm — und vergeudete. Der schwere Vorwurf, der in diesen wenigen Worten gegen die Römer enthalten ist, ist nicht unbegründet, denn fast alle jene römischen Schriftsteller, welche sich der Astronomie annahmen, verstanden dieselbe nicht oder nur sehr wenig, und glaubten genug gethan zu haben, wenn sie die griechischen Arbeiten oder auch nur einzelne derselben — oft nicht einmal die besten — lasen und commentierten, oder auch den Inhalt in condensierter aber sehr zerbröckelter und häufig unrichtiger Form ihren Landsleuten mittheilten. So scheint es, dass sie zumeist eine einseitige und unvollständige Kenntniss aus mittelmässigen Büchern schöpften, und die guten verstanden sie selten. Man sieht dies aus den zahlreichen Widersprüchen und an der oft unbegreiflichen Begriffsverwirrung, die sich in ihren Berichten finden.

Erst zu den Zeiten des Cicero (106—44 v. Chr.) scheint die Beschäftigung mit den Wissenschaften bei ihnen begonnen zu haben.

*) 57 Retrogradationen oder Oppositionen; die Jahre sind Sonnenjahre zu 365·2467 Tagen.

Cicero selbst sagt in seinen „Academicorum ad M. Varronem libri II“: „Quod si Graeci faciunt, qui in his rebus tot jam saecula versantur, quanto id magis nobis concedendum est, qui haec nunc primum tractare conamur?“ *).

Weiter berichtet Cicero, dass die Wissenschaft lediglich von den Griechen herrührt, und dass er zur Erlernung derselben seine Freunde nach Griechenland sendet, wo sie direct an der Quelle schöpfen sollen **), und beklagt sich, dass die Dichter mehr gelesen werden, als die Gelehrten, was übrigens heutzutage noch ebenso zutrifft: „Quid enim causae est, cur poëtas Latinos Graecis litteris eruditi legant, philosophos non legant? an quia delectat Ennius, Pacuvius, Accius, multi alii, qui non verba, sed vim Graecorum expresserunt poëtarum? quanto magis philosophi delectabunt, si, ut illi Aeschylum, Sophoclem, Euripidem, sic hi Platonem imitentur, Aristotelem, Theophrastum?“ ***). Sinngetreue Übersetzungen scheinen damals noch ganz gefehlt zu haben, und überdies war bei den Römern die Meinung verbreitet, dass die Beschäftigung mit den Wissenschaften denjenigen, welche sie betreiben, nicht zum Ruhme gereichen, denn Cicero fühlt sich bemüssigt †), diese Meinung erst zu widerlegen und die Wissenschaften auf denjenigen Rang zu stellen, der ihnen gebührt.

Wie ärmlich aber ist das, was Cicero von der Astronomie berichtet! Wie ganz anders hat er die philosophischen Lehrmeinungen der Griechen bearbeitet, wenngleich man auch bei diesen über den Ton der Zufriedenheit, welchen er über das erlangte fremde Wissen spricht, erstaunt sein muss: „Enumerasti memoriter et copiose, ut mihi quidem admirari luberet, in homine esse Romano tantam scientiam, usque a Thale Milesio de deorum natura philosophorum sententias“ ††). Aber wie wenig findet man bei ihm von dieser griechischen Gelehrsamkeit in der Astronomie! „Xenocrates in libris de natura deorum deos octo esse dicit, quinque eos, qui in stellis vagis nominantur, unum, qui ex omnibus sideribus, quae infixae caelo sunt, ex dispersis quasi membris simplex sit putandus deus, septimum solem adjungit octavamque lunam“ †††). Dies sind aber nichts anderes als die Sphären; die eine aus allen Fixsternen, wie aus zerstreuten Gliedern bestehende Gottheit ist die Fixsternsphäre.

*) l. c. Lib. I., Cap. 7.

**) Ibid. Lib. I., Cap. 2.

***) Ibid. Lib. I., Cap. 3.

†) Lib. II., Cap. 2.

††) De natura Deorum I., Cap. 33.

†††) Ibid. I., Cap. 13.

Es scheint beinahe, als ob hier eine Wortverwechslung vorliegen würde, und die Gottheit mit dem Göttlichen verwechselt ist. „Atque hac mundi divinitate perspecta tribuenda est sideribus eadem divinitas“ sagt Cicero im zweiten Buche, Cap. 15, und diese Meinung von der Göttlichkeit der Welt ist um so näher liegend, als ja das ewige, unvergängliche als göttlich bezeichnet wurde. Ohne auf diese, wie es scheint, unfruchtbare Discussion näher einzugehen, soll nur mehr in Kürze dasjenige angeführt werden, was Cicero an positiven astronomischen Kenntnissen mittheilt:

Das Jahr wird zu $365\frac{1}{4}$ Tagen angenommen *), auf welche Annahme auch Sosigenes (um 50 v. Chr.) die von Julius Cäsar eingeführte Kalenderreform gründete; die Sonne ist viel grösser als die Erde **); der Mond, der grösser ist, als die halbe Erde, braucht zu Vollendung seines Umlaufs einen Monat, dessen Länge aber nicht näher angeführt ist. Als Umlaufszeiten der Planeten werden angegeben:

Für Saturn 30 Jahre

„ Jupiter 12 Jahre

„ Mars 24 Monate weniger 6 Tage, „ut opinor“ ***).

„ Mercur und Venus etwa 1 Jahr (anno fere vertente †).

Die grössten Elongationen betragen für Mercur ein Sternbild, für Venus zwei Sternbilder.

Andere ganz nebensächliche Bemerkungen finden sich wol noch hin und wieder in dem Werke „De natura Deorum“, doch scheint es unnötig, dieselben hier aufzuzählen, wo wir es nur mit der Aufzählung der positiven astronomischen Kenntnisse zu thun haben; oder sollen wir auch das „Astronomicum“ des Manilius (um 30 v. Chr.), welches „würdig sein wird, im Himmel genannt zu sein“ ††), zu den astronomischen Werken der Römer zählen, wie dies wol manchmal geschah?

Mehr Verständnis für die Astronomie finden wir bei L. A. Seneca (geb. um Chr. Geb., gest. 65 n. Chr. Geb.) Über die Planeten erfahren wir von ihm allerdings auch nicht mehr als bei Cicero, aber von be-

*) Ibid. II. 19.

**) Ibid. II., Cap. 36 und 40.

***) Ibid. II., Cap. 20.

†) Ibid. II., Cap. 20.

††) Sed solus vacuo veluti vectatus in orbe
Liber agam currus, non occursantibus ullis
Nec per iter socios commune regentibus actus.
Sed coelo noscenda canam, mirantibus astris,

Et gaudente sui mundo per carmina vatis: (Manilius Astronomicum II. Buch, Vers 135—139).

sonderer Wichtigkeit ist er für uns, weil wir von ihm sehr umfassende Mittheilungen von den Meinungen der Alten über die Kometen haben. Von den fabelhaften Berichten, welche sich allerdings hier vorfinden, z. B. im 15. Capitel des 7. Buches, dass zu Zeiten des Syrer Königs Demetrius ein Komet erschienen ist, der nicht kleiner war als die Sonne, oder dass unter dem König Attalus ein Komet erschien, der nach und nach so gross wurde, dass er gleich der Milchstrasse erschien, müssen wir natürlich absehen, wenigstens für eine Kometographie solche Berichte, wenn auch auf eine übertriebene Darstellung hinweisend, insofern nicht zu verwerfen sind, weil sie über das Erscheinen eines neuen Kometen berichten.

Nach einigen soll der Komet aus einer Zusammenballung von Luft, Wirbelwind genannt, entstanden sein *). Gegen diese Meinung haben bereits andere Griechen eingewendet, dass dann niemals ein Komet ohne Wind erscheinen könnte, dass übrigens der Wind nicht hoch hinauf kommt **), dass die Bewegung der Winde unregelmässig ist, die Kometen aber regelmässig auf einer bestimmten Bahn fortschreiten. (*Turbinum motus vagus est et disiectus et, ut Sallustii utar verbis, verticosus, cometarum autem compositus et destinatum iter carpens ****).

Andere nehmen an, dass ein Komet entsteht, wenn sich zwei Wandelsterne aneinander hängen, so dass sie die Gestalt eines verlängerten Sternes bilden †), während Apollonius behauptet, dass der Komet selbst ein Wandelstern ist, nicht ein trügender Schein, der von dem Zusammentreffen zweier Sterne herrührt, sondern selbst ein eigentliches Gestirn, wie Sonne und Mond, das sich aber von den anderen Gestirnen dadurch unterscheidet, dass seine Bahn nicht zu sehen ist, weil er die höheren Regionen des Himmels durchwandert, und nur sichtbar wird, wenn er in die untersten Gegenden seines Laufes kommt ††). Gegen beide Meinungen haben andere von den griechischen Philosophen eingewendet, dass die Wandelsterne sich innerhalb der Grenzen des Thierkreises bewegen, und dass ein Komet sich schon in der äusseren Gestalt von den Planeten unterscheidet, namentlich aber dadurch, dass er völlig durchscheinend, demnach ein blosser Feuerschein ist †††).

Seneca selbst widerlegt die erste Meinung, nach welcher ein Komet

*) *Quaestiones naturales* VII. Buch, Cap. 4.

**) *Ibid.* VII. Buch, Cap. 7.

***) *Lib.* VII., Cap. 8.

†) Cap. 12.

††) Cap. 17.

†††) Cap. 12 und 18.

durch das Aneinanderreihen zweier Planeten entsteht, nicht dadurch, dass die Wandelsterne sich nur im Thierkreise bewegen, die Kometen nicht; — dieses ist für ihn durchaus nicht massgebend; die Planeten könnten ganz wol auch ausserhalb desselben auftreten. Aber Seneca sagt viel richtiger, dass man von den uns bekannten Wandelsternen zu gewissen Zeiten alle zugleich am Himmel, u. z. von einander getrennt sieht und doch einen Kometen dazu; dass übrigens ein wirkliches Zusammenfallen zweier Gestirne eine optische Täuschung sein kann, während thatsächlich die hintereinander sehr nahe beisammen gesehenen Planeten durch grosse Zwischenräume getrennt sind*). Seneca selbst ist der Meinung des Apollonius. Schon Artemidorus (in der Mitte des II. Jahrhunderts v. Chr.) hatte den Einwurf, dass die Kometen ausserhalb des Thierkreises sind, als unbegründet angesehen. Nach Seneca**) sagt er, dass die 5 Planeten nicht die einzigen seien, welche wandeln, sondern die einzigen, die man beobachtet hat. Andere gehen auf verborgenen Bahnen, die uns entweder wegen ihres nicht hellen Lichtes unbekannt sind, oder weil ihre Kreise eine solche Stellung haben, dass sie erst dann sichtbar werden, wenn sie an die äussersten Punkte dieser Kreise gekommen sind. Nun findet sich gleich darauf***) die Frage, wie denn Artemidorus beweisen wollte, dass nicht nur die fünf Sterne sich bewegen, sondern dass es auch viele andere gibt, u. z. in vielen Regionen des Himmels, und dass man ebensogut auch behaupten könne, dass sich entweder alle Sterne bewegen, oder dass sich kein Stern bewegt. Allein diese Meinung ist, obzwar Seneca nicht direct sagt, dass es diejenige anderer ist, gewiss nicht die seinige. Denn vom 20. Capitel des 7. Buches bis zum Schlusse desselben verfährt er dieselbe Meinung wie Apollonius. Ganz unzweideutig spricht er dies am Beginne des 22. Capitels aus: „Ego nostris non adsentior: non enim existimo cometen subitaneum ignem, sed inter aeterna opera naturae“. Mit ausserordentlicher Klarheit und Bestimmtheit trägt er nunmehr die Beweise hiefür vor: Die Kometen haben einen bestimmten Lauf, und bleiben sich während desselben gleich, nicht wie die irdischen Feuer, die schnell entstehen und vergehen. Sie haben eine ihnen eigenthümliche Stellung am Himmel und werden nicht von den wechselnden Winden herumgetrieben†). Der Einwand, dass sie als Wandelsterne im Thierkreis stehen müssten, ist nichtig, denn wer hat die wandelnden Gestirne in enge Grenzen einge-

*) Cap. 12.

**) Cap. 13.

***) Cap. 14.

†) Cap. 23.

schlossen? Dass man ihre Bahnen noch nicht berechnet, dass man ihre Wiederkehr noch nicht beobachtet hat, ist kein Grund, ihnen die Beständigkeit abzusprechen. Man sieht sie eben aus den von Apollonius angeführten Gründen nur selten und nur im kleinsten Theile ihres Laufes, wenn sie der Erde nahe sind und von den Sonnenstrahlen nicht verdunkelt werden *) und Posidonius erzählt, es habe sich bei einer Sonnenfinsternis ein Komet gezeigt, der zur Tageszeit wegen seiner Nähe zur Sonne nicht sichtbar war. Auch den Einwurf, dass die Kometen von anderer Form sind, wie die übrigen Gestirne, widerlegt Seneca im 27. Capitel: „Nicht alles macht die Natur nach derselben Regel, die ganze Harmonie der Welt besteht aus ungleichartigen Dingen und durch die Abwechslung derselben wird die Einförmigkeit der Natur aufgehoben.“ Die sowol poëtisch schönen als auch geistig hervorragenden und hochbedeutenden Worte Senecas, in welchen er seiner Zeit um Jahrhunderte voraneilt, und in denen sich ein gewaltiger Fortschritt, wenn auch nicht in der mathematischen Astronomie, so doch in der astronomischen Weltanschauung documentiert, mögen deshalb hier vollständig angeführt werden **):

„Si erratica, inquit, stella esset, in signifero esset“. Quis unum stellis limitem ponit? quis in angustum divina compellit? nempe haec ipsa sidera, quae sola moveri creditis, alios et alios circulos habent: quare ergo non aliqua sint, quae in proprium iter et ab istis remotum secesserint? quid est, quare in aliqua parte coeli pervium non sit? Quod si judicas non posse ullam stellam, nisi signiferum adtingit, vadere: cometes potest sic latum habere circulum, ut in hunc tamen parte aliqua sui incidat; quod fieri non est necessarium, sed potest; vide ne hoc magis deceat magnitudinem mundi, ut in multa itinera divisus sit nec hanc unam deterat semitam, ceteris partibus torpeat. Credis autem in hoc maximo et pulcherrimo corpore inter innumerabiles stellas, quae noctem decore varie distinguunt, quae aëra minime vacuum et inertem esse patiuntur, quinque solas esse, quibus exercere se liceat, ceteras stare, fixum et immobilem populum?

Si quis hoc loco me interrogaverit: „quare ergo non, quemadmodum quinque stellarum, ita harum observatus est cursus?“ huic ego respondebo: multa sunt, quae esse concedimus: qualia sunt, ignoramus. Habere nos animum, cujus imperio impellimur et revocamur, omnes fatebuntur: quid tamen sit animus ille rector, dominusque nostri, non magis tibi quisquam expediet, quam ubi sit: alius illum dicet spiritum esse, alius con-

*) Cap. 24.

**) Cap. 24—27.

centum quemdam, alius vim divinam et dei partem, alius tenuissimum aerem, alius incorporalem potentiam; non deerit, qui sanguineum dicat, qui calorem: adeo animo non potest liquere de ceteris rebus, ut adhuc ipse se quaerat. Quid ergo miramur cometas, tam rarum mundi spectaculum, nondum teneri legibus certis nec initia illorum finesque notescere, quorum ex ingentibus intervallis recursus est? Nondum sunt anni mille quingenti, ex quo Graecia „stellis numeros et nomina fecit“; multae hodieque sunt gentes, quae tantum facie noverunt coelum, quae nondum sciunt, cur luna deficiat, quare obumbretur; haec apud nos quoque nuper ratio ad certum perduxit. Veniet tempus, quo ista, quae nunc latent, in lucem dies extrahat et longioris aevi diligentia; ad inquisitionem tantorum aetas una non sufficit, ut tota coelo vacet; quid, quod tam paucos annos inter studia ac vitia non aequa portione dividimus: itaque per successiones ista longas explicabuntur. Veniet tempus, quo posteri nostri tam aperta nos nescisse mirentur! Harum quinque stellarum, quae se ingerunt nobis, quae alio atque alio occurrentes loco curiosos nos esse cogunt, qui matutini vespertinique ortus sint, quae stationes, quando in rectum ferantur, quare agantur retro, modo coepimus scire. Utrum mergeretur Jupiter, an occideret, an retrogradus esset — nam hoc illi nomen imponere cedenti — ante paucos annos didicimus. Inventi sunt, qui nobis dicerent: „erratis quod ullam stellam aut suppressere cursum judicatis aut vertere; non licet stare coelestibus nec averti: prodeunt omnia, ut semel missa sunt, vadunt; idem erit illis cursus, qui sui finis; opus hoc aeternum inrevocabiles habet motus qui si quando constiterint, alia ex aliis incident, quae nunc tenor et aequalitas servat“. Quid est ergo, cur aliqua resistere videantur? solis occursum speciem illis tarditatis imponit*) et natura viarum circulatorumque sic positorum, ut certo tempore intuentes fallant: sic naves, quamvis plenis velis eant, videntur tamen stare. Erit, qui demonstret aliquando, in quibus cometae partibus currant, cum tam seducti a ceteris errent, et quanti qualesque sint. Contenti simus inventis: aliquid veritati et posteris conferant.

„Per stellas inquit, ulteriora non cernimus, per cometas aciem transmittimus.“ Primum si fit illud, non in ea parte fit, qua sidus ipsum est spissi ignis ac solidi, sed qua rarus splendor excurrit et in crines dispergitur, per intervalla ignium, non per ipsos vides. „Stellae,

*) Plinius sagt dies etwas anders in seiner Historia naturalis, II. Buch, Cap. 16; bei Seneca ist wol nur die daraus entspringende optische Täuschung, nicht aber wie bei Plinius eine physikalische Erklärung gemeint.

inquit, omnes rotundae sunt, cometae porrecti: ex quo adparet stellas non esse.“ Quis enim concedit tibi cometas longos esse? quorum natura quidem ut ceterorum siderum, globus est, ceterum fulgor extenditur. Quemadmodum sol radios suos longe lateque dimittit, ceterum ipsi alia est forma, alia ei, quod ex ipso fluit, lumini: sic cometarum corpus ipsum conrotundatur, splendor autem longior quam ceterorum siderum adparet.

„Quare?“ inquis. Dic tu mihi prius, quare luna dissimillimum soli lumen accipiat, cum accipiat a sole; quare modo rubeat, modo palleat; quare lividus illi et ater color sit, cum conspectu solis excluditur. Dic mihi, quare omnes stellae inter se dissimilem habeant aliquatenus faciem, diversissimam soli; quomodo nihil prohibet ista sidera esse, quamvis similia non sint, sic nihil prohibet cometas aeternos esse et sortis ejusdem, cujus cetera, etiamsi faciem illis non habent similem. Quid porro? mundus ipse, si consideres illum, nonne ex diversis compositus est? quid est, quare in leone sol semper ardeat, et terras aestibus torreat, in aquario adstringat hiemem, flumina gelu claudat? et hoc tamen et illud sidus ejusdem condicionis est, cum effectum et natura dissimile sit. Intra brevissimum tempus aries extollitur, libra tardissime emergit: et hoc tamen sidus et illud ejusdem naturae sunt, cum illud exiguo tempore adscendat, illud diu proferatur. Non vides, quam contraria inter se elementa sint? gravia et levia sunt, frigida et calida, humida et sicca; tota haec mundi concordia ex discordibus constat: negas cometen stellam esse, quia forma ejus non respondeat ad exemplar nec sit ceteris similis? quid enim? simillima est illa, quae tricesimo anno revertitur ad locum suum, huic, quae intra annum revisit sedem suam? Non ad unam naturam formam opus suum praestat, sed ipsa varietate se jactat: alia majora, alia velociora aliis fecit, alia validiora, alia temperatiora; quaedam eduxit a turba, ut singula et conspicua procederent, quaedam in gregem misit. Ignorat naturae potentiam, qui illi non putat aliquando licere, nisi quod saepius fecit.

Wie zeigt sich hier Seneca als der wahre Gelehrte, der wol voraussieht, dass es den kommenden Jahrhunderten vorbehalten ist, das zu erfassen, was ihm noch unbekannt ist; lange Zeiträume der Beobachtung, der fortgesetzten Forschung vieler fleissiger Menschen scheint ihm nothwendig, um auf der Bahn des Fortschrittes vorwärts zu kommen und mit Bedauern nimmt er wahr, dass die Menschen der grossen Mehrzahl nach ihr Leben den Thorheiten widmen! Man lässt es sich sehr wol angelegen sein, dass die Namen der Schauspieler nicht in Vergessenheit gerathen; um die Philosophie kümmert sich keine Seele, und

selbst von denjenigen, welche sie suchen, betrachten sie viele nur als Spiel*). „Miraris, si nondum sapientia omne opus suum implevit? nondum tota se nequitia protulit; adhuc nascitur et huic omnes operam damus: huic oculi nostri, huic manus serviunt: ad sapientiam quis accedit? quis dignam judicat, nisi quam in transitu noverit? quis philosophiam aut ullum liberale respicit studium, nisi cum ludi intercalantur, cum aliquis pluvius intervenit dies, quem perdere libet: Itaque tot familiae philosophorum sine successore deficiunt: Academici et veteres et minores nullum antistitem reliquerunt; quis est, qui tradat praecepta Pyrrhonis? Pythagorica illa invidiosa turbae schola praeceptorem non invenit. Sextiorum nova et Romani roboris secta inter initia sunt, cum magno impetu coepisset, exstincta est. At quanta cura laboratur, ne cujus pantomimi nomen intercidat? Stat per successores Pyladis et Bathylli domus; harum artium multi discipuli sunt multique doctores: privatum urbe tota sonat pulpitum; in hoc viri, in hoc feminae tripudiant; mares inter se uxoresque contendunt, uter det latus illis; deinde sub persona cum diu trita frons est, transitur ad galeam: philosophiae nulla cura est. Itaque adeo nihil ex his invenitur, quae parum investigata antiqui reliquerunt, ut multa, quae inventa erant, oblitterentur: at mehercules, si hoc totis membris premeremus, si in hoc juvenus sobria incumberet, hoc maiores docerent, hoc minores addiscerent: vix ad fundum veniretur, in quo veritas posita est, quam nunc in summa terra et levi manu quaerimus.

Während aber Seneca mehr den philosophischen Theil der naturwissenschaftlichen Lehrmeinungen auffasst und zum Vortrage bringt, befasst sich Plinius (23—79 n. Chr.) mehr mit dem empirischen Theil und den daraus gefolgerten Schlüssen, wobei er allerdings nicht immer das richtige mittheilt. Der Umlauf der Venus wird von ihm zu 348 Tagen, derjenige des Mercur um 9 Tage schneller angegeben**); die grössten Abstände gibt er zu 46° und 23° . Im 15. Capitel trägt er die Lehre von den Stationen und Retrogradationen vor; allein die geometrische Erklärung dieser Ursache gibt Plinius sehr falsch. „Pluribus de causis haec omnia accidunt; prima circulorum quos Graeci ἀφιδας in stellis vocant“. Liegt hier ein Missverständnis des Plinius vor? Meint er, dass der erste Grund die Excentricität des Deferenten ist?

*) 7. Buch, Cap. 32.

**) Historia naturalis, Buch II, Cap. 8. Die siderischen Umlaufszeiten sind aber beziehungsweise 225 und 88 Tage, die synodischen 584 und 416 Tage, die zodiacale Umlaufszeit beträgt für beide 1 Jahr.

Diese würde die Retrogradation und Station nie erklären; meint er mit diesen Apsiden die Epicykeln, die er nie unter diesem Namen anführt, oder ist hier der Text verdorben? Nach dem Ausspruche des Ptolemäus hatte allerdings Hipparch noch keine Planetentheorien aufgestellt, aber Apollonius hatte, wie wir sahen, schon die Anwendung der Epicykeltheorie wenigstens theoretisch auf die Planeten versucht. Merkwürdig ist dabei, dass Plinius die Orte seiner Apsiden anführt, und wie er sie anführt. Merkwürdig deshalb, weil dadurch die Muthmassung an Boden gewinnt, dass Plinius sehr wol die Bedeutung der Apsiden kannte, aber der angeführte Text verdorben sei; merkwürdig aber auch deshalb, weil die angeführten Apsidenorte für die oberen Planeten und für die Sonne mit den von Ptolemäus berechneten eigenthümlich übereinstimmen. Die Orte der oberen Apsiden sind:

nach Plinius			nach Ptolemäus*)	
Für den Saturn	im Scorpion	}	23°	Scorpion
„ „ Jupiter	in der Jungfrau		in der 11°	Jungfrau
„ „ Mars	im Löwen		Mitte 25° 30'	Krebs
„ die Sonne	in den Zwillingen		des 5 $\frac{1}{2}$ °	Zwillinge
„ „ Venus	im Schützen		Zeichens 25°	Stier
„ den Mercur	im Steinbock		10°	Wage

Für die Sonne hat dies nichts auffallendes, da schon Hipparch den Ort bestimmt hatte.

Aber wie konnte Plinius bei einer unklaren Anschauung von den Apsiden ihren Ort wissen oder gar finden, und dabei ganz richtig auf eine optische Ungleichheit der Bewegung schliessen: „Sic fit, ut tardius moveri videantur, cum altissimo ambitu ferunter, non quia accelerent tardentve naturales motus, qui certi ac singuli sunt illis, sed quia deductas ab summa apside lineas coartari ad centrum necesse est sicut in rotis radios, idemque motus alias major alias minor centri propinquitate sentitur“ (**). Wäre auch für die beiden unteren Planeten eine solche Übereinstimmung zu verzeichnen, so wäre man versucht, an eine Einschaltung späterer Commentatoren nach Ptolemäus zu schliessen; dass diese Übereinstimmung gerade hier nicht vorhanden ist, könnte jedoch die Meinung begründen, dass schon Hipparch die Apogäen der Planeten bestimmt, und wahrscheinlich die von Plinius mitgetheilten Werte gefunden hatte. Plinius aber sagt noch mehr: „Altera sublimitatum causa, quoniam a suo centro apsidas altissimas habent in aliis signis . . .“ Diese von ihren Orten aus gesehenen höchsten Apsiden fallen

*) S. das folgende Capitel.

**) Historia naturalis, II. Buch, Cap. 16.

nach Plinius für den Saturn in 20° Waage, für den Jupiter in 15° Krebs, für den Mars in 28° Steinbock, für die Sonne in 29° Widder, für die Venus in 17° Fische, für Mercur in 15° Jungfrau, für Mond in 4° Stier. Das ist eigentlich ganz unverständlich, und lässt nur Muthmassungen zu. Hatte vielleicht Hipparch wahre Orte für gewisse Epochen angegeben, in welchen die oberen Planeten z. B. in Opposition waren, so dass der Ort des Gestirnes gleichzeitig der Ort der Apside des Epicykels war? Geben diese Zahlen die Anomalien, also die Entfernungen von den Apsiden der Epicykeln für gewisse Epochen? Nur eines lässt sich mit ziemlicher Gewissheit hieraus schliessen, dass Hipparch in der Planetentheorie mehr geleistet hat, als Ptolemäus mittheilt; denn auch über die Breiten erhalten wir von Plinius Mittheilungen. Venus überschreitet den Thierkreis um 2° , und da der Thierkreis zu 12° (6° nördlich, 6° südlich) angenommen wurde, so beträgt die grösste nördliche oder südliche Breite 8° ; ebenso nach Plinius für den Mond 6° , für den Mercur nördlich 5° , südlich 3° , Mars 2° , Jupiter 3° , Saturn 1° . Plinius sagt zwar, dass diese Planetentheorie neu, und noch von keinem Anderen vorher dargestellt worden ist „a nullo ante nos reddita“ *); allein die Unklarheit der Darstellung lässt darauf schliessen, dass sich diese Worte nur auf die gleich zu erwähnende physikalische Erklärung bezieht, nicht aber auf die eben dargestellten Resultate einer mathematischen Theorie.

Gestützt auf die Erfahrungsthatsache, dass die unteren Planeten nach dem Morgenaufgange ihre Geschwindigkeit steigern, und dass bei den drei oberen die Geschwindigkeit zwischen den beiden Stationen entgegengesetzt ist (retrograde Bewegung), schliesst Plinius, dass nach dem Morgenaufgange der unteren Planeten und nach der zweiten Station der oberen die Entfernung der Planeten wächst**), weil sich besonders aus den Mondbeobachtungen ergab, dass die Geschwindigkeit eines Himmelskörpers immer dann grösser sei, wenn er sich in der Nähe der Erde befindet. Hieraus würde demnach folgen, dass zur Zeit der Oppositionen der Planet von der Erde am weitesten sei, was allerdings den Thatsachen nicht entspricht, und auch gegen die Epicykelntheorie verstösst. Mit Hintansetzung der letzteren oder aus Unkenntnis derselben wird nun aus der Hypothese der grössten Entfernung zur Zeit der Opposition die folgende physikalische Erklärung hiefür gegeben: Wenn

*) Ibid, II. Buch, Cap. 16.

**) Plinius (Historia naturalis, II. Buch, 16 Cap.) gebraucht hier für Entfernung bald das Wort *altitudo*, bald *latitudo*, so dass eigentlich die ganze Stelle ziemlich unklar bleibt.

die Sonne, während sie sich von den oberen Planeten entfernt, in eine Entfernung von 120° gekommen ist, so werden die Planeten durch den Gedrittschein gehindert, ihren geraden Lauf fortzusetzen, und werden durch die Feuerkraft gehoben, d. h. sie bewegen sich von der Erde in gerader Richtung weg, wodurch der Anblick der Stillstände entsteht. Die wachsende Gewalt der Strahlen und die zurückstossende Hitze zwingt die Planeten weiter zurückzugehen, und zwar immer rascher, je näher die Sonne zur Opposition rückt. Nach der Opposition wirken die Sonnenstrahlen in der entgegengesetzten Richtung, und bringen nunmehr bis zum zweiten Gedrittschein die entgegengesetzten Wirkungen hervor, also: Verlangsamung der retrograden Bewegung, Station und nach dem zweiten Gedrittscheine, bei weiterer Annäherung der Sonne an das Gestirn directe Bewegung. Das über die unteren Planeten Gesagte ist noch unverständlich*), und da dieser Versuch einer physikalischen Erklärung, wie schon erwähnt, auch nicht mit der epicyklischen Theorie im Einklange steht, so wollen wir sie nicht weiter verfolgen; auch wurde sie nur der historischen Vollständigkeit wegen angeführt.

Viel richtigere Ansichten hat Plutarch (50—125 n. Chr.) von den Ursachen der Bewegungen; wenn er auch die Theorie der Anziehung nicht mit aller Bestimmtheit erfasst hat, so hat er sie gewiss geahnt, worauf viele Stellen in seinen Schriften**) deuten. „Den Mond sichert vor dem Falle schon seine eigene Bewegung und die reissende Geschwindigkeit seines Laufes, wie das was auf eine Schleuder gelegt wird, durch den raschen Umschwung gehindert wird, herabzufallen***); denn jeder Körper trägt seine natürliche Bewegung, so lange er nicht durch eine andere Kraft aus seiner Richtung gebracht wird... Man hätte eher Grund zur Verwunderung, wenn er unverrückt auf derselben Stelle bliebe, wie die Erde“. Man darf allerdings nicht schliessen, dass diese „Kraft“ eine allgemeine Gravitation ist, aber wenn auch der Name nicht derselbe ist, der Sache nach ist der Unterschied nicht so gar gross, es ist dieselbe „Gemeinschaft und natürliche Verwandtschaft“, welche sich zwischen der Erde und ihren Theilen zeigt: „Übrigens muss die Erde, wenn jeder schwere Körper dieselbe Neigung hat, und mit allen Theilen nach seinem eigenen Mittelpunkte strebt, nicht nothwendig die Mitte des Weltalls einnehmen; die Erde wird auch als selbständiges Ganze alle schweren Körper als ihre Theile anziehen. Wenn in die Höhe geworfene Körper wieder zu ihr zurücksinken, so ist das nicht ein Beweis dafür, dass sie die

*) 1. c., 17. Cap.

**) Besonders „De facie in orbe Lunae“.

***) De facie in orbe Lunae. § 7.

Mitte der Welt einnimmt, sondern bloss dafür, dass die von ihr abgestossenen und wieder zu ihr zurückkehrenden Theile eine Gemeinschaft und natürliche Verwandtschaft mit der Erde haben. Wie die Sonne ihre Bestandtheile an sich zieht, so nimmt auch die Erde den Stein als einen ihr zugehörigen Theil auf und trägt ihn mit sich“ *). „Überhaupt aber kann man nicht sagen, dass die Erde in der Mitte der Welt sei; denn das Weltall ist unendlich, das Unendliche aber hat weder Anfang noch Ende, folglich auch keine Mitte, . . . daher treibt sich die Erde im Unendlichen ohne Ziel herum**).“.

Ausser dieser physikalischen Theorie, die uns wegen der Klarheit der Anschauungen besonders in Erstaunen setzen muss***), haben wir aus Plutarchs Schriften nur wenig astronomisches zu berichten, da wir ja schon gelegentlich seine Berichte über die Lehrmeinungen anderer angeführt haben. Zu erwähnen wäre nur noch, dass er das Verhältniss der Entfernungen von Sonne und Mond nach Aristarch zu 18 bis 20 und die Entfernung des Mondes gleich 56 Erdhalbmessern angiebt. Man kann daraus mit einiger Wahrscheinlichkeit schliessen, dass die letztere Entfernung, welche mit der von Ptolemäus gegebenen übereinstimmt, schon von Hipparch aus den Parallaxen des Mondes ermittelt wurde, und dass Hipparch die Ptolemäische Methode zur Bestimmung des Verhältnisses der Entfernungen noch nicht kannte.

*) Ibid, § 8.

**) Ibid, § 11.

***) Whewell (Geschichte der inductiven Wissenschaften, Deutsch von J. J. Littrow, I., pag. 75) sagt: „Der Fehler der philosophischen Schulen Griechenlands bestand darin, dass, obschon sie beides, Thatsachen und Ideen, im Überflusse besaßen, doch diese Ideen weder bestimmt, noch jenen Thatsachen angemessen waren.“ Diese immer wiederkehrende Meinung Whewells scheint jedoch unrichtig zu sein. Es scheint vielmehr, dass die Ursache in dem unentwickelten Causalbedürfnisse zu suchen ist; für die Griechen war das bereits *prima causa*, mit der sie sich zufrieden gaben, was später nicht als solche erkannt wurde, oder wo man gar keinen Causalnexus fand. In dieser Beziehung findet man schon bei Plinius und Plutarch bedeutende Fortschritte; des letzteren physikalische Erklärung ist geradezu merkwürdig klar.

III.

PTOLEMÄUS.

Das Verdienst, uns die Leistungen der Griechen in der Theorie der Epicykeln voll und ganz überliefert zu haben, gebührt Ptolemäus (bis 140 n. Chr.). Seine Verdienste haben allerdings eine ziemlich verschiedene, nicht immer consequente Beurtheilung gefunden; Delambre (*Histoire de l'Astronomie ancienne*) behauptet*), dass die ganze Astronomie der Griechen in dem *Almagest* des Ptolemäus gelegen wäre; andererseits aber setzt er in dessen Beobachtungen das grösste Misstrauen**) und sagt geradezu, dass Ptolemäus gar kein Beobachter war (welche Meinung später auch in anderen Büchern ohne Kritik aufgenommen wurde), was ihn jedoch nicht hindert, dem *Almagest* den ganzen zweiten Band seiner Geschichte der alten Astronomie zu widmen. Beide Behauptungen sind falsch; denn erstens findet sich im *Almagest* keine Spur von der Eudoxischen Theorie, und zweitens lässt sich mit grosser Wahrscheinlichkeit nachweisen, dass die Ptolemäischen Beobachtungen wirklich reelle sind. Es ist wol möglich, dass Ptolemäus aus einer grösseren Zahl von Beobachtungen jene verwarf, welche mit der Epicykelntheorie in directem Widerspruche standen; aber es steht fest, dass er zahlreiche Abweichungen der Beobachtungen durch Erweiterung der Theorie zu heben bestrebt war. Wir werden in der Folge Gelegenheit haben, den gegen Ptolemäus erhobenen Vorwurf zu entkräften, es ist nicht zu läugnen, dass einzelne Stellen, übereinstimmende Resultate mit Hipparch, einen Verdacht entstehen lassen können, aber eine genaue Revision der Rechnungen zeigt zur Evidenz die Grundlosigkeit

*) II. Band, pag. 67.

**) Einleitung, pag. XXV, sagt er, dass dieselben wahrscheinlich nach den Tafeln des Hipparch gerechnet wurden.

der Delambre'schen Behauptung; indem wir hierauf an entsprechender Stelle ausführlich zu sprechen kommen, sei hier nur als charakteristisch erwähnt ein bei der Berechnung der Grösse des Marsepicykels auftretender Rechenfehler und nebst einer Reihe von geringfügigen Umständen die von Delambre völlig unverstandene Theorie der Breitenbewegung des Almagest: die Verschiedenheit der beiden Neigungen des Deferenten und des Epicykels bei den oberen Planeten, die Verschiedenheit der ἑγκλισις und λοξώσις bei den unteren, deren Erklärung in den beiden ersten Capiteln des XIII. Buches des Almagest Delambre für einen „Galimathias“ erklärt*), während sie in einer natürlichen und zwanglosen Weise sich als völlig richtig herausstellt, wenn man auf gewisse Beobachtungsfehler Rücksicht nimmt und nicht cum praejudicio an die Interpretation geht.

Für die Sonnentheorie hatte Ptolemäus nichts wesentlich Neues hinzuzufügen; er benützte nur die neueren Beobachtungen, um die Elemente der Sonnenbahn nach der Hipparch'schen Theorie zu verbessern. Für die Bestimmung der Umlaufszeit führt er die Beobachtungen an (Almagest, III. Buch, 2. Cap.):

178. Jahr nach dem Tode Alexanders**), am 3. Epomenentage $12^h =$
 $= - 145 \text{ Sept. } 26.5 = 1668 \text{ } 365.5 \text{ jul. Per. ein von}$
 Hipparch beobachtetes Herbstäquinodium.

463. Jahr nach dem Tode Alexanders, 8. Athyr $19^{h***}) = + 139 \text{ Sept.}$
 $25.792 = 1772 \text{ } 095.792 \text{ jul. Per. ein von Ptolemäus}$
 beobachtetes Herbstäquinodium.

Nun ist die Zwischenzeit

$$103730.292 \text{ Tage} = 284 \times 365 + 70.292 \text{ Tage}^\dagger)$$

statt 71 Tage, wie es sein sollte, wenn die Umlaufszeit gleich $365\frac{1}{4}$ Tage wäre, oder

$$= 284 \times 365.2475 \text{ Tage.}$$

Aus zwei in denselben Jahren beobachteten Frühlingsäquinodien folgt aber

178. Jahr nach Alexanders Tode, 27 Mechir morgens $= - 145 \text{ März}$
 $23.75 = 1668 \text{ } 178.75 \text{ jul. Per.}$

*) Die von Delambre gegebene Darlegung der Breitenbewegung des Almagest ist völlig misslungen und stimmt mit diesen beiden Capiteln nicht überein. Im folgenden ist eine andere Darstellung dieses Theiles gegeben, welche sich den Worten des Almagest völlig anschliesst.

**) Ära Philippi.

***)) 9. Athyr eine Stunde nach Sonnenaufgang; die Temporalstunde gleich der Äquinodialstunde, weil es eine Beobachtung zur Zeit des Äquinodiums ist.

†) Nach Ptolemäus $= 70 + \frac{1}{4} + \frac{1}{20} = 70.30$.

463. Jahr nach Alexanders Tode, 7 Pachon 1^h Nachmittag = + 140 März
 22·042 = 1772 274·042 jul. Per.

Hier ist die Zwischenzeit

$$104095·292 = 285 \times 365 + 70·292 \text{ Tage}$$

statt $71\frac{1}{4}$ Tage, oder

$$= 285 \times 362·2466 \text{ Tage.}$$

Der mir vorliegende griechische Text*) hat aber die Zwischenzeit in beiden Fällen gleich, nämlich 285 ägyptische Jahre und 70·30 Tage, was der Fall wäre, wenn die erste angeführte Beobachtung auf den 3. Epogomenentag des 177. Jahres nach Alexanders Tode fallen würde; denn von den Hipparch'schen Beobachtungen fällt das Frühlingsäquinocinium vor das Herbstäquinocinium, bei den Ptolemäischen jedoch nachher. Wollte man auch einen Fehler im Texte annehmen, so wäre doch die gefundene Jahreslänge noch zu gross. Mit der wahren, tropischen Jahreslänge jener Zeit $365·24232^d$ müsste die Zwischenzeit zwischen zwei gleichartigen Äquinocini 285 Jahre und 69·06 Tage werden, daher findet bei der ersten Beobachtung ein Irrthum von einem Jahre, bei beiden aber ein Fehler von $1\frac{1}{4}$ Tagen statt. Nun ist allerdings ein Fehler wegen Refraction zulässig, dessen Grösse wir aus dem Almagest selbst entnehmen können. Das oben angeführte, von Hipparch beobachtete Äquinocinium des 27. Mechir des 178. Jahres Philippi wurde nochmals 5^h später beobachtet. Dies rührt daher, dass die Beobachtung des Äquinociniums dem Principe nach durch das Verschwinden des Lichtes an der Innenseite eines im Äquator aufgestellten Ringes gemacht wurde. Wegen Refraction erscheint die Sonne gehoben, daher des Morgens in grösserer scheinbarer Declination, also wird das Frühlingsäquinocinium des Morgens zu zeitlich, das Herbstäquinocinium zu spät beobachtet. Nimmt man den Maximalfehler gleich 5^h **), so kann der daraus entstehende Irrthum höchstens 10^h gleich 0·417 Tage werden, welcher die stattfindende Abweichung nicht erklärt. Bedenkt man aber, dass mit der Zwischenzeit von 285 Jahren 70·292 Tagen die Jahreslänge 365·2466 Tage genau gleich der Hipparch'schen wird, so würde allerdings die Ansicht Delambres begründet, dass diese Ptolemäi-

*) Ausgabe Halma.

**) Für eine gegebene Polhöhe ist $d\delta = \cos p dh$ und für

$$\delta = 0, h = 0: \cos p = \sin \varphi; \text{ daher } d\delta = \sin \varphi dh$$

für die Polhöhe von Alexandrien, und die Horizontalrefraction $dh = 35'$ ist $d\delta = 20'$, was zur Zeit des Frühlingsäquinocinium einem Zeitraum von etwa 20^h entspricht; da aber 6 Stunden später die Sonne im Meridian, die Refraction sehr klein ist, so kann der Fehler höchstens 6 Stunden betragen.

sehen Beobachtungen sehr zweifelhaft sind oder ein wenig verdächtig, „un peu suspectes“, wie sich Delambre in seinen Noten zur Halmaschen Ausgabe ausdrückt. *)

Zur Bestimmung der Sonnenbahn wählt Ptolemäus die folgenden Beobachtungen:

463. Jahr Philippi Herbstäquinocmium 9. Athyr nach dem Sonnenaufgang =
= 1772 095·792^d jul. Per. = + 139 Sept. 25

Frühlingsäquinocmium 7 Pachon Nachmittag = 1772 274·042^d
jul. Per. = + 140 März 22

Sommersolstitium 11 Mesore nach Mitternacht = 1772 368^d5
jul. Per. = + 140 Juni 24,

woraus sich trotz der wahrscheinlich unrichtigen Angabe der ersten Zahl merkwürdigerweise dieselben Differenzen von $94\frac{1}{2}$, $92\frac{1}{2}$ und $178\frac{1}{4}$ Tagen wie bei Hipparch ergeben. Nach den Formeln (pag. 57) folgt (s. Fig. 13)

$$A = 65^\circ 25'7''^{**})$$

$OE = \rho = 0.04137 = 2^p 28'9''$ (Ptolemäus hat $2^p 29\frac{1}{2}'$) für $OL = 1$

Zur Berechnung der Mittelpunkgleichung ist jetzt (Fig. 13)

$$\frac{\sin x}{\rho} = \sin v = \sin (M - x)$$

folglich

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} x &= \frac{\rho \sin M}{1 + \rho \cos M} \\ v &= M - x \end{aligned}$$

Die grösste Mittelpunkgleichung findet statt für $v = 90^\circ$, und es ist

$$\sin x_0 = \rho, \text{ also } x_0 = 2^\circ 22'3''$$

Zur Bestimmung der Epoche dient die Beobachtung eines Herbstäquinocmiums im 17. Jahr Hadrians (880. Nabonassar) am 7. Athyr 2 Äquinocmialstunden nach Mittag = 1769 539·0833 jul. Per. (+ 131 Sept. 25). Da hiefür $v = 180 - A = 114^\circ 34'3''$, also $x = 2^\circ 9'4''$ ist, so wird für den Tag 1769 539·0833 der julianischen Periode

$$M_0 = 116^\circ 43'7''$$

mit $A = 65^\circ 25'7''$; $\log \rho = 8.61665$.

Für eine andere Zeit hat man

$$M = M_0 + 3548''.287002 t$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\rho \sin M}{1 + \rho \cos M}$$

wahre Länge der Sonne = $A + M - x$.

*) Doch wäre es sehr ungerecht, deshalb auch schon die übrigen Beobachtungen zu verurtheilen.

**) Ptolemäus erhält $65^\circ 30'$

Ptolemäus nimmt als Epoche den 1. Thot des Jahres 1 Nabonassar und erhält hierfür

$$M_0 = 265^\circ 15'; A = 65^\circ 30'$$

Mittlere Länge der Sonne $A + M_0 = 0^\circ 45'$ der Fische ($330^\circ 45'$).

Statt des excentrischen Kreises hätte Ptolemäus ebenso gut den Epicykel wählen können; er zog aber die erste Hypothese vor, weil sie einfacher ist. Die Identität beider Hypothesen bewies Ptolemäus auf folgende Weise (Almagest, III. Buch, 3. Cap.): Sei E (Fig. 20) die Erde, LBX der Deferent, PQ der Epicykel, dessen Mittelpunkt in B ist, so dass seit dem Apogäum die Bewegung desselben LB , die Bewegung des Gestirnes im Epicykel PQ ist derart, dass $PBQ = LEB$ ist. Macht man auf EL die Strecke EC gleich dem Epicykelhalbmesser BP und verbindet C mit Q , so ist wegen $\sphericalangle PBQ = \sphericalangle BEL$ auch QB gleich und parallel CE , folglich EB gleich und parallel QC , d. h. der Ort des Gestirnes Q ist jederzeit von dem um $EC = BP$ von E entfernten Punkte C gleich weit entfernt, und die Gerade CQ bewegt sich um C mit derselben Geschwindigkeit wie EB und E , d. h. die Bewegung von Q erfolgt in dem mit dem Halbmesser EB um den Mittelpunkt C beschriebenen Kreis, oder anders ausgesprochen: der geometrische Ort des sich im Epicykel PQ bewegenden Gestirnes, vorausgesetzt, dass die Geschwindigkeiten im Epicykel und Deferenten dieselben sind, ist der excentrische Kreis $L'QX'$, für den die Excentricität CE gleich dem Epicykelhalbmesser QB ist*).

Ptolemäus beweist übrigens speciell, dass die grösste Mittelpunktsgleichung sowol im excentrischen Kreis als auch im Epicykel stattfindet, wenn die Entfernung des wahren Ortes 90° vom Apogäum ist (so wie es oben die Formel ergab). Im excentrischen Kreise (Fig. 19) sei E die Erde, O der Kreismittelpunkt, so ist für irgend eine Lage des Gestirnes P der Winkel EPO die Mittelpunktsgleichung; ist $EB \perp EL$, so ist EBO die grösste Mittelpunktsgleichung. Denn es ist

$$EP > EB'$$

daher

$$\sphericalangle PB'E > B'PE$$

und da

$$\sphericalangle PB'O = B'PO$$

so ist

$$\sphericalangle PB'E - PB'O > B'PE - B'PO$$

*) Wobei selbstverständlich nur das Verhältniss $\frac{CE}{LE}$ massgebend ist.

oder

$$OB'E > OPE \text{ w. z. b. w.}$$

Ist in der epicyklischen Theorie E (Fig. 21) die Erde, EX die Richtung nach dem Apogäum, B derjenige Ort des Epicykelmittelpunktes, für welchen der Ort des Gestirnes in Q ist, so dass EQ den Epicykel berührt, für welchen Fall die grösste Mittelpunktgleichung stattfindet, so muss $\angle XEB = PBQ$ sein, weil die Geschwindigkeit des Epicykelmittelpunktes gleich derjenigen des Himmelskörpers im Epicykel ist. Zieht man in B die Tangente an den Deferenten und den Radius BQ des Epicykels, so ist

$$\angle PBT = \angle BQE = 90^\circ;$$

da aber

$$\angle TBQ = 90 - QBE = BEQ$$

ist, so ist auch

$$PBT = PBQ - TBQ = XEB - BEQ = QEX,$$

folglich $QEX = 90^\circ$. Dies gilt aber zunächst nur, wenn die Geschwindigkeit im Epicykel gleich der des Epicykelmittelpunktes im Deferenten ist. Allein Ptolemäus zeigte ferner, dass, wenn diese Geschwindigkeiten nicht gleich sind, die Bewegung des Gestirnes doch so wie in einem excentrischen Kreise erfolgt, dessen Apsiden aber gleichmässig rotieren, u. z. in derselben Richtung wie der Epicykelmittelpunkt, wenn die Geschwindigkeit im Epicykel kleiner ist, wie diejenige des Epicykelmittelpunktes im Deferenten. Sei in einer gewissen Zeit die Bewegung des Epicykelmittelpunktes von der Richtung des Apogäums EL (Fig. 22) gleich LEB , die Bewegung des Gestirnes im Epicykel $PBQ < LEB$; zieht man parallel zu BQ , die gerade EL' und macht $OE = BQ$, so ist der Ort Q derselbe, als wenn das Gestirn sich in dem um O beschriebenen Kreise MQ um den Winkel $MOQ = MEB = PBQ$ bewegt hätte. Inzwischen ist die Richtung des Apogäums EO von EL nach EL' gekommen, und die Drehung ist

$$LEL' = LEB - BEO = LEB - PBQ,$$

also, da die beiden letzten Winkel proportional der Zeit wachsen, auch die Drehung des Apogäums proportional der Zeit. Es wurde schon erwähnt, dass Hipparch nach den Mittheilungen des Ptolemäus beide Theorien anwandte, und in beiden verschiedene Werte erhielt, dass der letztere jedoch, nachdem er die Identität der beiden Hypothesen erkannte, die epicyklische Theorie anwandte *).

*) Whewell bemerkt, dass es einfacher gewesen wäre, die Mittelpunktgleichung durch den excentrischen Kreis, und die Evection durch einen Epicykel darzustellen. (l. c. I., pag. 177.) Es wurde schon bemerkt, welche Ursache Ptolemäus wahrscheinlich zu seiner Anordnung bewog.

Zur Bestimmung der Elemente der Mondbahn verwendet er die von Hipparch gelehrte Methode aus 3 Mondesfinsternissen, u. z. verwendet Ptolemäus zwei Gruppen. Die erste Gruppe sind drei alte assyrische Finsternisse.

1. 1. Jahr Mardocempad 29. Thot $2\frac{1}{2}$ Äquinoctialstunden vor Mitternacht (M. Z. Babylon)*) = — 720, März 19.
2. 2. Jahr Mardocempad 18. Thot Mitternacht Babylon = — 719, März 8.
3. 2. Jahr Mardocempad 15. Phamenoth $4\frac{1}{3}$ Stunden vor Mitternacht (M. Z. Alexandrien) = — 719 September 1.

	Tage der julianischen Periode	Wahrer Ort des Mondes aus den Sonnentafeln	Zwischenzeit	Wahre Bewegung	Mittlere Bewegung in Länge	Mittlere Bewegung in Anomalie
1.	1458 156·361	$24\frac{1}{2}^{\circ}$ Jungfrau	354 ^d 104	$349^{\circ} 15'$	$345^{\circ} 51'$	$306^{\circ} 25'$
2.	1458 510·465	$13\frac{3}{4}^{\circ}$ Jungfrau	176.888	$169^{\circ} 30'$	$170^{\circ} 7'$	$150^{\circ} 26'$
3.	1458 687·353	$3\frac{1}{4}^{\circ}$ Fische				

daraus folgt: (s. Fig. 17**)

$$\frac{OB}{OE} = 0.08694$$

die Anomalie für die zweite Beobachtung. $LOB = 12^{\circ} 24'$

die zugehörige Prosthapheräse..... $LEB = 0^{\circ} 59'$.

Die zweite Reihe der zur Berechnung verwendeten Finsternisse ist von Ptolemäus selbst beobachtet; sie sind:

1. 17. Jahr Hadrian (456 Philippi) 20 Payni $\frac{3}{4}^h$ vor Mitternacht = + 133, Mai 6
2. 19. Jahr Hadrian (458 Philippi) 2 Chojak 1^h vor Mitternacht = + 134 October 20
3. 20. Jahr Hadrian (459 Philippi) 19 Pharmuthi 4^h nach Mitternacht = + 136, März 5.

	Tage der julianischen Periode	Wahrer Ort des Mondes aus den Sonnentafeln	Zwischenzeit	Wahre Bewegung	Mittlere Bewegung in Länge	Mittlere Bewegung in Anomalie
1.	1769 762·469	$13\frac{1}{4}^{\circ}$ Scorpion	531 ^d 989	$161^{\circ} 55'$	$169^{\circ} 37'$	$110^{\circ} 21'$
2.	1770 294·458	$25\frac{1}{6}^{\circ}$ Widder	502.209	$138^{\circ} 55'$	$137^{\circ} 34'$	$81^{\circ} 36'$
3.	1770 796·667	$14^{\circ} 12'$ Jungfrau.				

Hieraus findet sich:

$$\frac{OB}{OE} = 0.08722 = 5^p 14' \text{ (Ptolemäus hat } 5^p 13')$$

$$LOB = 64^{\circ} 38'$$

$$LEB = 4^{\circ} 20'$$

Mittlerer Ort des Mondes zur Zeit der zweiten Finsternis $29^{\circ} 30'$ Widder.

*) Längenunterschied gegen Alexandrien gleich $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ Stunde angenommen.

**) Die angeführten Zahlen für die mittleren Bewegungen in Länge und Anomalie sind die, manchmal nicht unerheblich fehlerhaften Ptolemäischen Zahlen.

Aus den beiden mittleren Finsternissen

	Wahre Länge des Mondes	Mittlere Länge des Mondes	Anomalie *)
1458 510 ^d 465 jul. Per.	13° 45' Jungfrau	14° 44' Jungfrau	12° 24'
1770 294.458 „ „	25° 10' Widder	29° 30' Widder	64° 38'

ergiebt sich eine Correction der mittleren Bewegung in Anomalie. Für die Zwischenzeit von 311783.993 Tage folgt mit den Hipparch'schen Zahlen die mittlere Bewegung in Länge 224° 46' (Überschuss über $n \cdot 360^\circ$) übereinstimmend mit der Beobachtung; mittlere Bewegung in Anomalie 52° 31', also um 17' zu gross; hieraus folgt die corrigierte mittlere Bewegung in Anomalie $13^\circ 3' 53'' 56''' 17'''' 51^v 59^{vi} = 47033''.93830$ täglich oder 17179145''.96 in einem julianischen Jahre ($365\frac{1}{4}^d$) (demnach die Beschleunigung seit Hipparch — Ptolemäus 12''.41). Um auch eine Correction der Bewegung des Argumentes der Breite zu erhalten, wählte Ptolemäus zwei Finsternisse, welche dieselbe Grösse hatten, auf derselben Seite der Ekliptik (beide nördlich oder beide südlich) bei demselben Knoten und in derselben Entfernung von denselben waren, so dass eine völlige Revolution des Argumentes der Breite stattgefunden hatte. Die beiden verwendeten, beim absteigenden Knoten gelegenen, sind:

1. 31. Jahr des Darius, zu Babylon 3 Tybi (257. Jahr Nabonassar)
 $1\frac{1}{3}^h$ vor Mitternacht Alexandrien = — 490 April 25
 2. 9. Jahr Hadrian, zu Alexandrien 17 Pachon (872. Jahr Nabonassar)
 $3\frac{3}{5}^h$ vor Mitternacht Alexandrien = + 125 April 5
- | | Julianische Periode | Anomalie | Mittlerer — wahrer Ort |
|----|---------------------|----------|------------------------|
| 1. | 1542 200.444 | 100° 19' | + 5° 0' |
| 2. | 1766 809.350 | 251° 53' | — 4° 53' |

Die mittlere Bewegung in der Zwischenzeit ist daher $n \cdot 360^\circ - 9^\circ 53'$; nach der Hipparch'schen Bewegung des Argumentes der Breite wäre sie aber $n \cdot 360^\circ - 10^\circ 2'$ also um 9' zu klein, womit die corrigierte mittlere Bewegung des Argumentes der Breite $13^\circ 13' 45'' 39''' 48'''' 56^v 37^{vi} = 47625''.66359$ wird.

In den „Hypothesen“, in denen er eine Recapitulation der Theorien des Almagest gibt, werden die Zeiten für die Restitutionen der Ungleichheiten etwas anders gegeben, wie im Almagest. In 3277 Lunationen finden 3512 Restitutionen der Anomalie statt; für die mittlere Bewegung in Breite wird jedoch dasselbe Verhältniss beibehalten, wie im Almagest, nämlich 5923 Restitutionen des Argumentes der Breite in 5458 synodischen Monaten, was aber die ältere, Hipparch'sche Breitenbewegung geben würde.

*) Entfernung des Mondes im Epicykel vom Apogäum.

Die Epoche des Knotens wurde von Ptolemäus aus den bereits mitgetheilten Finsternissen gefunden, (pag. 72) u. z. wie dort erwähnt (s. Fig. 18).

$$AF = 10^{\circ} 34'$$

oder am Tage 1458510.465 der julianischen Periode das vom Punkte B der grössten nördlichen Breite gezählte Argument $BCAF = 280^{\circ} 34'$, woraus sich mit Hilfe der oben angegebenen täglichen Bewegung und unter Voraussetzung der grössten Breite gleich 5° die jeweilige Breite ermitteln lässt.

Übertragen auf den 1. Thot des Jahres 1 Nabonassar *) wird

Mittlere Länge des Mondes $L_0 = 11^{\circ} 22'$ Stier $= 41^{\circ} 22'$

Argument der Breite **) ... $B_0 = 354^{\circ} 15'$

Anomalie (vom Apogäum) . $A_0 = 268^{\circ} 49'$

Wir hatten vorhin bemerkt, dass die Sonnenbeobachtungen des Ptolemäus zu gerechten Zweifeln in ihre Realität Veranlassung gaben. Wir werden wol noch andere derartige Beobachtungen kennen lernen. Allein deswegen alle Beobachtungen für zweifelhaft anzusehen, wie dies Delambre ***) thut, oder Ptolemäus für einen blossen Theoretiker zu erklären, der alle Beobachtungen von anderen entlehnt †), ist entschieden Unrecht. Dass Ptolemäus kein guter Beobachter war, ist vielleicht richtig, aber, wenn man bedenkt, wie hoch er die Wahrheitsliebe seines grossen Vorgängers Hipparch stellt, so wird man auch bei ihm dieselbe anzunehmen bemüssigt sein, und die harten Worte Delambres als ungerechtfertigt und ungerecht ansehen. Die Beobachtungen der Finsternisse, an und für sich leichte Beobachtungen, sind ihm gewiss gut gelungen, und ebenso vielleicht viele andere, während man zugeben muss, dass er sehr viele vor der Beobachtung vorausgerechnet haben mag, und durch Voreingenommenheit manches verdarb. Für diese Meinung spricht auch noch die folgende Überlegung: Die aus den Jahren — 720 bis — 199 angeführten älteren Finsternisse sowol, als auch die von ihm selbst beobachteten aus den Jahren + 125 bis + 136 geben mit den aus den Hipparch'schen Elementen der Sonnenbahn (Excentricität $= \frac{1}{24}$, Länge des Apogeums $65^{\circ} 30'$;

*) $= 1448638$ der julianischen Periode $= -746$ Febr. 26.

**) Das heisst Länge des aufsteigenden Knotens $\Omega_0 = 41^{\circ} 22' - 84^{\circ} 15' = 317^{\circ} 7'$.

***) Delambre citirt aus Bailly: „Ptolemée, qui trouvait dans les observations tout ce qu'il voulait und setzt hinzu: „je serais même tenté d'ajouter, qui savait au besoin supposer des observations“. Histoire de l'Astronomie ancienne, I., pag. 478.

†) Lalande Astronomie, pag. 459.

mittlere tägliche Bewegung $0^{\circ} 59' 8''$ 17. 13. 12. 31) gerechneten Sonnenorten sehr gute Übereinstimmung für die Elemente der Mondbahn, während die Hipparch'schen Elemente der Mondbahn unter einander ziemlich abweichen. Kann nun dies einerseits schon als ein Zeichen für die Selbständigkeit des Ptolemäus in seinen Untersuchungen aufgefasst werden, so könnte man anderseits schliessen, dass diese Übereinstimmung ihm die Richtigkeit der Hipparch'schen Sonnenbewegung zeigte, unter deren Zugrundelegung er die Beobachtungen der Äquinoc tion und Solstitien von $+139$ vorausrechnete, und im voraus befangen beobachtete, oder aber, dass er andere aus früherer Zeit, die ihm andere mittlere Bewegungen und Mittelpunktsgleichungen gaben, verwarf; ein Vorgang, der allerdings auch nicht gebilligt werden darf, aber weitaus mit dem ihm von Delambre zugemutheten Betrug nichts zu thun hat.

Es ist übrigens merkwürdig, dass Ptolemäus von seinen für die Bestimmung der Evection gemachten Beobachtungen nur eine einzige mittheilt, nämlich $+139$ Febr. 9, während er drei Hipparch'sche (-127 Aug. 4, -126 Mai 2, -126 Juli 7) anführt, und nur sagt, dass noch andere Beobachtungen ihm dasselbe Resultat gaben. Er mag sie mit gutem Grunde unterdrückt haben, gedichtet hat er gewiss keine! —

Schon Hipparch musste nothwendig die Nichtübereinstimmung der gemessenen Distanzen ausserhalb der Syzygien mit der einfachen Ungleichheit sehen, allein die Gesetzmässigkeit der Abweichungen fand er wol nicht, denn Ptolemäus bemerkt ausdrücklich, dass er selbst auf dieselbe geführt wurde. „In den Conjunctionen und Oppositionen“, sagt er (Almagest, V. Buch, 2. Cap.) „weicht diese Anomalie nicht merklich ab von der einfachen. Die Differenz ist ebenfalls Null oder am kleinsten in den beiden Quadraturen, wenn in diesen der Mond im Apogäum oder Perigäum des Epicykels ist*). Die Differenz ist am grössten, wenn das

*) Um ein richtiges Bild zu bekommen, inwieweit Ptolemäus diese Ungleichheit erkannte, möge der analytische Ausdruck der beiden Ungleichheiten angeführt und hiemit die Ptolemäischen Äusserungen verglichen werden. Der Wert der Mittelpunktsgleichung ist $M \sin A$, wenn A die Anomalie des Mondes und $M = 6.3^{\circ}$ ist; die Evection ist $E \sin (2a - A)$, wenn a die Entfernung der Sonne vom Mond gleich mittlere Länge des Mondes — mittlere Länge der Sonne, und $E = 1.3^{\circ}$ ist. Für die Conjunctionen und Oppositionen ist $a = 0$ oder 180° , demnach die Summe der beiden Ungleichheiten $(M - E) \sin A = 5^{\circ} \sin A$; diesen Wert $M - E$ fanden auch Hipparch und Ptolemäus aus den ekliptischen Oppositionen für die grösste Mittelpunktsgleichung; für jene Quadraturen, in denen der Mond im Apogäum oder Perigäum des Epicykels ist, wird $a = 90^{\circ}$ oder 270° , $A = 0$ oder 180° , demnach $E \sin (2a - A) = 0$, $M \sin A = 0$, folglich der Einfluss einer zweiten Ungleichheit auch nicht wahrnehmbar.

Gestirn im mittleren Theile seiner Bewegung ist*) (dabei mit der Sonne in Quadratur); wenn die erste Anomalie subtractiv ist, so wird der Ort des Mondes kleiner als nach der ersten Subtraction, und wenn die erste Ungleichheit additiv ist, so ist der Mond weiter, als er gemäss dieser sein sollte**). In den Quadraturen scheint also die Mittelpunkts- gleichung grösser, daher der Epicykel der Erde näher; er muss also auf einem excentrischen Kreis geführt werden, so aber, dass die Entfernung des Epicykels nicht nach einem ganzen, sondern schon nach einem halben synodischen Umlauf dieselbe wird, was dann eintreten wird, wenn nach einem halben Umlauf des Epicykels der Deferent um seinen Mittelpunkt ebenfalls eine halbe Drehung ausgeführt hat. Die von grossem Scharfsinn zeigende Theorie des Ptolemäus ist nun die folgende:

Die um 5° gegen die Ekliptik geneigte Mondbahn geht um den Betrag: Differenz der Bewegung des Argumentes der Breite — Bewegung in Länge also täglich um

$$\omega = 190''68762$$

zurück (Rückweichen der Knoten). Natürlich geht die Knotenlinie stets durch den Endort; $O\Omega_0$, $O\Omega_1$ (Fig. 23) sind die durch O zu den Knotenlinien gezogenen Parallelen. Das Apogäum des Deferenten, gezählt vom momentanen Knoten geht zurück um den Betrag doppelte Entfernung von Sonne und Mond — Bewegung des Argumentes der Breite. Da die tägliche Varition der Entfernung von Sonne und Mond gleich der Differenz der täglichen Bewegung des Mondes in Länge ($l = 47434''97597$) und der täglichen Bewegung der Sonne in Länge ($3548''28700$), also gleich $e = 43886''68897$ ist, so beträgt das Rückweichen des Apogeums täglich $2e - b = 40147''71435$. Die Bewegung des Epicykelmittelpunktes vom Apogäum des Deferenten beträgt täglich $2e = 87773''37794$, daher die tägliche siderische Bewegung des Epicykelmittelpunktes gleich

$$2e - [(2e - b) + (b - l)] = l.$$

*) Nämlich im Epicykel, also $A = 90^\circ$ oder 270° ; für jede andere Quadratur ist nämlich die zweite Ungleichheit gleich $E \sin(180 - A)$, also die Summe der beiden Ungleichheiten $(M + E) \sin A$, daher der Maximalwert für $A = 90^\circ$ oder $270^\circ = M + E = 7^\circ 6$.

**) Es ist nämlich die Summe beider Ungleichheiten = $(M - E) \sin A + E [\sin(2a - A) + \sin A] = (M - E) \sin A + 2E \sin a \cos(a - A)$; also für $a = 90^\circ$ oder 270° , wenn $M - E = 5^\circ = M'$ gesetzt wird,

$$M' \sin A + 2E \sin A.$$

Je nachdem nun die erste Ungleichheit additiv oder subtractiv ist, ist es auch die zweite, d. h. die Verschiebung des Mondes vermöge der zweiten Ungleichheit findet im selben Sinne statt, wie vermöge der ersten.

Diese Drehung findet auch um die Erde E statt, aber der Ort des Epicykelmittelpunktes ist in dem excentrischen Kreise; d. h. es ist:

$$L_1 E_1 C_1 = L_1 O C_1' = A_0 + 2et$$

und C_1 der Ort des Epicykelmittelpunktes.

Es ist also

$$\begin{aligned}\Omega_0 \Omega_1 &= \omega t \\ \Omega_0 L_0 - \Omega_1 L_1 &= (2e - b) t \\ L_1 C_1' &= A_0 + 2et\end{aligned}$$

daher

$$\begin{aligned}L_0 C_1' &= L_1 C_1' - L_0 L_1 \\ &= A_0 + 2et - (\Omega_0 L_0 + \Omega_0 \Omega_1 - \Omega_1 L_1) \\ &= A_0 + 2et - (2e - b) t - (b - l) t \\ &= A_0 + lt\end{aligned}$$

Für eine Conjunction ist $L_1 E_1 C_1 = 0$, daher C_1 im Apogäum; nun bewegt sich C_1 vorwärts, L_1 zurück, so dass in der Quadratur $L_2 C_2 = 180^\circ$, daher $C_2 O E_2 = 0$ ist, d. h. der Epicykelmittelpunkt im Perigäum; für die nächste Opposition wird sich C_1 um circa 194° vom ursprünglichen Orte nach C_3 bewegt haben, L_1 um circa 166° zurück nach L_3 , so dass C_3 wieder im Apogäum von E_3 ist, u. s. w.

Zur Bestimmung der Grösse der zweiten Ungleichheit wurden die Entfernungen des Mondes von der Sonne gemessen, wenn diese nahe 90° und die Bewegung des Mondes sehr nahe gleich der mittleren war. (Weil in diesem Falle der Mond sich gegen die Erde hin bewegen muss, damit die Bewegung des Mondes gleich derjenigen des Epicykelmittelpunktes werde, so muss sich der Mond in der von E_2 an den Epicykel gezogenen Tangente $E_2 T$ befinden.) Ptolemäus beobachtete*):

Im 2. Jahr Antonini (462 Philippi) 25. Phamenoth $5\frac{1}{4}$ Äquinoctialstunden vor Mittag = + 139 Febr. 8 = 1771866^d78 jul. Per. den wahren Ort der Sonne**) = $18^\circ 50'$ Wassermann; mittlerer Ort der Sonne $16^\circ 27'$ Wassermann; den wahren Ort des Mondes = $9^\circ 40'$ Scorpion; mittlerer Ort des Mondes $17^\circ 20'$ Scorpion.

Die mittlere Entfernung von Sonne und Mond ist nahe 90° , der wahre Ort ist um $7\frac{2}{3}^\circ$ statt um 5° gegen den mittleren zurück (Anomalie des Mondes = $87^\circ 19'$).

Hipparch beobachtete zu Rhodus im 620. Jahr Nabonassar, 15. Epiphi $17\frac{3}{4}$ Nachmittag = - 127 Aug. 4 = 1674 887^d74 jul. Per.

*) Almagest, V. Buch, 3. Cap.

**) Wahrer und mittlerer Sonnenort sowie mittlerer Mondort sind aus den Tafeln zu entnehmen, der wahre Mondort ist durch Vergleichung mit Sternen bestimmt.



wahrer Ort der Sonne = $8^{\circ} 20'$ Löwe, mittlerer Ort der Sonne $10^{\circ} 27'$ Löwe; wahrer Ort des Mondes = $12^{\circ} 20'$ Stier, mittlerer Ort des Mondes = $4^{\circ} 25'$ Stier.

Anomalie des Mondes $257^{\circ} 47'$; Entfernung Sonne vom Mond = $86^{\circ} 15'$; der wahre Ort ist dem mittleren um $7^{\circ} 55'$ voraus.

Ist nun (Fig. 23) $OL_0 = R$; $OE_0 = \rho$; $L_0T_0 = r$, und ist

$$L_0E_0T_0 = 5^{\circ} = b, TE_2C_2 = 7\frac{2}{3}^{\circ} = a, \text{ so ist}$$

$$r = (R + \rho) \sin b = (R - \rho) \sin a$$

und hieraus

$$\frac{\rho}{R} = \frac{\sin a - \sin b}{\sin a + \sin b} = \frac{\operatorname{tg} \frac{a - b}{2}}{\operatorname{tg} \frac{a + b}{2}}$$

Hieraus folgen die Werte

$\rho = 0.2097$, $R + \rho = 1.2097$, $R - \rho = 0.7903$, $r = 0.1054$ für $R = 1$ oder

$\rho = 10.401$, $R - \rho = 39.197$, $r = 5.229$, $R = 49.599$ für $R + \rho = 60$
Ptolemäus findet $10^{\circ} 19'$ $39^{\circ} 22'$ $5^{\circ} 15'$ $49^{\circ} 41'$ 60°

Allein hiemit ist die Mondtheorie noch nicht erledigt. Aus einer Reihe von Beobachtungen, die Ptolemäus angestellt hat, die er aber nicht mittheilt, ergab sich, dass die Richtung des Apogäums nicht gegen O oder E gerichtet ist, sondern gegen einen Punkt, der auf der entgegengesetzten Seite von E so liegt, dass $OE_0 = E_0N$ ist. Merkwürdigerweise führt hier Ptolemäus keine seiner Beobachtungen an, sondern scheint dies aus der Übereinstimmung der aus zwei Hipparch'schen Beobachtungen abgeleiteten Resultate zu folgern, obzwar er sagt, dass seine eigenen Beobachtungen dasselbe Resultat lieferten*).

Hipparch beobachtete**) im Jahre 197 der Ära Philippi (nach dem Tode Alexanders) den 11. Pharmuthi zu Beginn der zweiten Tagesstunde, also am 10. Pharmuthi $18^h = 1675\ 157.75$ jul. Per. = — 126 Mai 1, den wahren Ort des Mondes $21^{\circ} 27'$ Fische, der mittlere Ort des Mondes war $22^{\circ} 13'$ Fische, der wahre Ort der Sonne $7^{\circ} 45'$ Stier, der mittlere Ort der Sonne $6^{\circ} 41'$ Stier.

Nun ist die Entfernung der mittleren Sonne und des mittleren Mondes = $315^{\circ} 32'$, die doppelte Entfernung = $271^{\circ} 4' = ACC'$ (Fig. 24), wenn A die momentane Lage des Apogäums des Deférenten ist, daher $AEC' = 88^{\circ} 56' = \alpha$. Ferner ist um diese Zeit die Anomalie des Mondes $185^{\circ} 30'$ angegeben; der mittlere Ort ist dem wahren um $0^{\circ} 46'$

*) Almagest, V. Buch, 4. Cap.

**) Almagest, V. Buch, 5. Cap.

voraus; macht man daher $C'Ex = 0^\circ 46'$, so ist P' der wahre Ort des Mondes, und wenn $P'DM' = 185^\circ 30'$ oder $P'C'N = 5^\circ 30'$ gemacht wird, so ist M' der Ort des Apogäums des Epicykels. Da nun für jede beliebige Lage von C, L, M, P :

$$EC = \rho \cos \alpha + \sqrt{R^2 - \rho^2 \sin^2 \alpha}$$

$$\sin CPx = \frac{EC}{r} \sin CEP$$

$$PCE = CPx - CEP$$

$$NCE = MCL = ECP + PCN$$

$$EN = EC \frac{\sin NCE}{(\sin AEC - NCE)}$$

ist, so hat man (C', L', M', P' für C, L, M, P setzend), da

$$AEC' = 88^\circ 56', C'EP' = 0^\circ 46',$$

ist, für $R = 1$ mit den oben erhaltenen Werten von r und ρ

$$\log EC' = 9.99197, C'Px = 7^\circ 9.4, P'C'E = 6^\circ 23.4$$

$$M'C'L' = 11^\circ 53.4$$

$$\log EN = 9.31687$$

$EN = 0.2072$ also sehr nahe gleich OE .

Eine zweite ebenfalls von Hipparch gemachte Beobachtung im selben Jahre 197 Philippi am 17. Payni $3\frac{2}{3}^h$ Nachmittag = — 126 Juli 7 = 1675 224.167 der jul. Per. ergab den wahren Ort des Mondes 29° Löwe; der mittlere Ort war $27^\circ 20'$ Löwe „ „ „ der Sonne $10^\circ 40'$ Krebs*); „ „ „ „ $12^\circ 5'$ Krebs und die Anomalie des Mondes $333^\circ 12'$.

Hier ist die doppelte Entfernung des mittleren Sonnenortes vom mittleren Mondorte $90^\circ 30' = AEC$ und $CEP = 1^\circ 40'$, um welchen Betrag der wahre Ort dem mittleren voraus ist; da überdies die Anomalie $333^\circ 12'$ ist, so muss der Mond in dem von der Erde entfernteren Theil des Epicykels sein. Hier ist

$$\log CE = 9.98943$$

$$CPE = 15^\circ 37.1$$

$$PCL = 17^\circ 17.1$$

*) Die Daten widersprechen sich; angeführt ist: der wahre Ort der Sonne $11^\circ - \frac{1}{10}$ Krebs, Ort des Mondes = 29° Löwe; Entfernung von der Sonne $48^\circ 6'$, mittlere Sonne $12^\circ 5'$ Krebs, mittlerer Mond $27^\circ 20'$ Löwe; wahre Sonne $10^\circ 40'$ Krebs. Hienach würde die Entfernung von der Sonne, wenn die zweite Angabe des Sonnenortes benützt wird, $48^\circ 20'$ sein; die erste Angabe der wahren Sonne ist jedoch unrichtig; denn aus den Ptolemäischen Sonnentafeln folgt die Anomalie der Sonne = $36^\circ 34.2$, der mittlere Ort $12^\circ 4.2$ Krebs, die Prosthapheräse = — $1^\circ 22.0$, daher der wahre Ort der Sonne $10^\circ 42.2$ Krebs. Derartige Ungenauigkeiten finden sich jedoch, wie wir schon gesehen haben, bei Ptolemäus häufiger.

Da aber der von P aus gegen L hin gezählte Bogen

$$360^\circ - 333^\circ 12' = 26^\circ 48'$$

ist, so ist $LCM = 9^\circ 30'9$, hiemit $EN = 0.1634$; durch einen eigenthümlichen Rechenfehler (und zwar durch Einführung des wahren Sonnenortes, mit Benützung des falschen Wertes desselben 10.9° Krebs folgt Entfernung wahre Sonne — wahrer Mond $48^\circ 6'$; mit dem richtigen die Werte $10^\circ 40'$ Krebs ist die Entfernung wahre Sonne — mittlerer Mond $= 46^\circ 40'$; folglich die Mondgleichung $48^\circ 6' - 46^\circ 40' = 1^\circ 26'$) findet hier Ptolemäus beinahe denselben Wert wie oben; in der That erhält man mit $CEP = 1^\circ 26'$ für EN den Wert 0.2067 .

Wenn auch der Wert von EN aus diesen beiden Beobachtungen als durchaus nicht hinreichend sicher bestimmt erscheint und angenommen werden dürfte, so müssen wir hier, um die Ptolemäische Theorie zum Abschluss zu bringen, den Wert von EN nach Ptolemäus einfach benützen, um nunmehr zu zeigen, wie Ptolemäus in dieser complicierten Bewegung einen Mondort rechnet.

Um unnöthige Wiederholungen zu vermeiden, wollen wir zuerst zeigen, wie Ptolemäus aus den Argumenten $AEC = 2\eta =$ doppelte Entfernung von Sonne und Mond (Fig. 24) und $MP =$ Anomalie des Mondes mit den Constanten $\rho = OE$ und $\rho' = EN$ ($OA = 1$ gesetzt) CEP ermittelt. Man hat:

$$EC = \rho \cos 2\eta + \sqrt{R^2 - \rho^2 \sin^2 2\eta}$$

$$\operatorname{tg} MCL = \frac{\rho' \sin 2\eta}{EC + \rho' \cos 2\eta}$$

$$LCP = MCP + MCL$$

$$\operatorname{tg} CEP = \frac{r \sin LCP}{CE + r \cos LCP}.$$

Nun könnte eine Tafel direct mit dem Argumente η den Wert von MCL geben, und CEP müsste dann gerechnet werden; um aber diese Rechnung, welche ohne unsere Hilfsmittel viel complicierter ist, zu umgehen, wurden noch andere Tafeln beigelegt:

Die Ptolemäische Tafel gibt

1. mit dem Argumente 2η den Wert MCL (die Prosthapheräse des Apogäums);
2. mit dem Argumente LCP den Wert $(CEP)_a$ für $CE = AE$, also die Prosthapheräse im Apogäum des Deferenten nach

$$\operatorname{tg} (CEP)_a = \frac{r \sin LCP}{(R + \rho) + r \cos LCP}$$

3. Ist ferner für das Perigäum des Deferenten

$$\operatorname{tg}(CEP)_p = \frac{r \sin LCP}{(R - \rho) + r \cos LCP}$$

so gibt die dritte Tafel die Differenz

$$D = (CEP)_p - (CEP)_a$$

ebenfalls mit dem Argumente LCP .

4. Die grösste Prosthapheräse im Apogäum ist $5^\circ 1'$, die grösste im Perigäum $7^\circ 40'$; in der Entfernung CE ist die grösste Prosthapheräse P gegeben durch

$$\sin P = \frac{r}{CE}$$

und nun wird der Bruch

$$\frac{P - 5^\circ 1'}{7^\circ 40' - 5^\circ 1'} = \frac{P - 5^\circ 1'}{2^\circ 39'} = x$$

(ausgedrückt im Sexagesimalsystem) tabuliert. Ist nun P' die dem Argumente LCP entsprechende Prosthapheräse in derjenigen Lage des Epicykelmittelpunktes, welchem die grösste Prosthapheräse P entspricht, so kann angenommen werden, dass

$$\frac{P' - (CEP)_a}{(CEP)_p - (CEP)_a} = \frac{P - 5^\circ 1'}{2^\circ 39'} = x$$

ist, woraus

$$P' = (CEP)_a + x D$$

folgt. $(CEP)_a$ und D werden mit dem Argumente LCP aus der zweiten und dritten Columne, x mit dem Argumente 2η aus der vierten Columne genommen; die letzte Columne gibt die Breite des Mondes, wobei als Argument das vom Punkte der grössten Breite (90° vom Knoten abstehend) gezählte Argument der Breite gilt. Da die Anwendung dieser Tafel bedeutend complicierter ist wie die der übrigen Ptolemäischen Tafeln, so ist diese Tafel im folgenden aufgenommen. Für die erste Columne ist das Argument 2η , der Tafelwert MCL . Für die zwei folgenden Columnen ist das Argument LCP , der Tafelwert in (2) ist $(CEP)_a$, in (3): D ; für (4) ist das Argument 2η , der Tafelwert x , welches in Decimalbrüchen nebst den aufeinanderfolgenden Differenzen neu berechnet wurde. Der dritte in dieser Columne enthaltene Wert ist der von Ptolemäus gegebene, welcher, wie man sieht, sehr fehlerhaft und meist zu klein ist. Der grösste Fehler ist bei 162° , wo es $58' 13''$ statt $57' 55''$ heissen sollte. Ist z. B. $\eta = 21^\circ$, $M = 288^\circ$, so ist $M + MCL = 288^\circ + 6^\circ 7' = 294^\circ 7'$; hiemit

$$(CEP)_a + x.D = +4^\circ 24' + (0.1047 \times 2^\circ 11') = +4^\circ 38'$$

daher wahre Länge des Mondes = mittlere Länge des Mondes $+4^\circ 38'$.

Argument	1		2		3		4		5		Argument	
	Prosthapheräse des Apogäums des Epicykels		Prosthapheräse in Länge im Apogäum		Prosthapheräse im Perigäum — Prosthapheräse im Apogäum		Proportionaltheile		Breite			
							in Decimalbrüchen	nach Ptolemäus				
0	+	0° 0' —	—	0° 0' +	—	0° 0' +	0.0000		0' 0''	+	5° 0' +	360
6		0 53		0 29		0 14	0.0021	21	0 12		4 58	354
12		1 46		0 57		0 28	0.0086	65	0 24		4 54	348
18		2 39		1 25		0 42	0.0194	108	1 20		4 45	342
24		3 31		1 53		0 56	0.0345	151	2 16		4 34	336
30		4 23		2 19		1 10	0.0538	193	3 24		4 20	330
36		5 15		2 44		1 23	0.0772	234	4 32		4 3	324
42		6 7		3 8		1 35	0.1047	275	6 25		3 43	318
48		6 58		3 31		1 45	0.1360	313	8 18		3 20	312
54		7 48		3 51		1 54	0.1712	352	10 22		2 56	306
60		8 36		4 8		2 3	0.2100	388	12 26		2 30	300
66		9 22		4 24		2 11	0.2521	421	15 5		2 2	294
72		10 6		4 38		2 18	0.2971	450	17 44		1 33	288
78		10 48		4 49		2 25	0.3448	477	20 34		1 3	282
84		11 27		4 56		2 31	0.3947	499	23 24	+	0 32 +	276
90	+	12 0 —	—	4 59 +	—	2 35 +	0.4464	517	26 36		0 0	270
96		12 28		5 1		2 38	0.4992	528	29 49	—	0 32 —	264
102		12 48		4 59		2 39	0.5527	535	33 1		1 3	258
108		13 3		4 53		2 38	0.6060	533	36 14		1 33	252
114		13 9		4 44		2 37	0.6586	526	39 26		2 2	246
120		13 4		4 32		2 32	0.7098	512	42 38		2 30	240
126		12 50		4 16		2 24	0.7588	490	45 28		2 56	234
132		12 16		3 57		2 16	0.8050	462	48 18		3 20	228
138		11 29		3 35		2 5	0.8476	426	50 45		3 43	222
144		10 33		3 10		1 51	0.8861	385	53 12		4 3	216
150		9 22		2 43		1 35	0.9197	336	54 54		4 20	210
156		7 48		2 13		1 19	0.9480	283	56 36		4 34	204
162		6 3		1 41		1 2	0.9704	224	57 55		4 45	198
168		4 11		1 9		0 42	0.9868	164	59 4		4 54	192
174		2 11		0 35		0 21	0.9967	99	59 37		4 58	186
180	+	0 0 —	—	0 0 +	—	0 0 +	1.0000	33	60 0	—	5 0 —	180

Zur Berechnung eines Mondortes hat man jetzt, alles zusammengestellt:

Für die Epoche 1 Thot des Jahres 1 Nabonassar = 1448 638 der julianischen Periode

$$\Omega_0 = 317^\circ 7'$$

$$L_0 = 41^\circ 22'$$

$$A_0 = 268^\circ 49'$$

$$H_0 = 70^\circ 37' \text{ (Entfernung mittlerer } \textcircled{C} \text{ — mittlere } \textcircled{\odot})$$

$$B_0 = 354^\circ 15'$$

Ferner die täglichen Bewegungen:

$$\omega = 190''68762$$

$$l = 47434 \cdot 97597$$

$$a = 47033 \cdot 93830$$

$$\eta = 43886 \cdot 68897$$

$$b = 47625 \cdot 66359$$

Ist t die seit der Epoche verflossene Zeit, in mittleren Sonnentagen ausgedrückt, so wird für diese Zeit

$$\Omega = \Omega_0 - \omega t$$

$$L = L_0 + lt$$

$$A = A_0 + at$$

$$H = H_0 + \eta t$$

$$B = B_0 + bt \text{ oder } B = L - \Omega - 90^\circ$$

$2H$ dient als Argument für die erste und vierte Columne, der um den Tafelwert der ersten Columne vermehrte Wert von A für die zweite und dritte und B für die fünfte Columne. Ist das Argument zwischen 0° und 180° , so gelten die linksstehenden Zeichen; ist das Argument zwischen 180° und 360° , so gelten die rechtsstehenden Zeichen.

Die wahre Länge des Mondes ist $L + [(CEP)_a + xD]$.

Die Breite des Mondes wird aus der fünften Columne entnommen.

Da die Bestimmung des Epicykelhalbmessers aus Finsternissen erfolgte, so ist noch die Frage zu erledigen, ob durch die Excentricität des Deferenten und die Richtung der Apsidenlinie MN des Epicykels nicht Fehler in der Reduction entstehen können*); da in den Syzygien der Epicykel immer in das Apogäum des Deferenten fällt, so kann man annehmen, dass er auf einem Kreise, dessen Halbmesser EA ist, dahin gekommen wäre, worauf dann die früheren Rechnungen anwendbar sind. Da ferner das Apogäum des Epicykels nach N gerichtet ist, so kann ein merklicher Fehler in der Nähe der Syzygien auch nicht entstehen.

*) Almagest, V. Buch, 9. Cap.

Nimmt man den ungünstigsten Fall, dass die wahren Orte von Sonne und Mond von ihren mittleren Orten am weitesten im entgegengesetzten Sinne entfernt sind, also für die Sonne $2^{\circ} 23'$, für den Mond $5^{\circ} 1'$ nach Ptolemäus, so ist für die Zeit der wahren Opposition die Entfernung der mittleren Orte $187^{\circ} 24'$, die doppelte Entfernung nahe 15° , somit die Correction der Anomalie (des Apogäums des Epicykels) $2^{\circ} 12'$; die grösste Änderung der Mittelpunktsleichung im Apogäum des Deferenten ist $29'$ für 6° Änderung der Anomalie; demnach für $2^{\circ} 12'$ etwa $10'$; allein die Änderung von $29'$ findet statt, wenn der Mond im Apogäum des Epicykels ist, also der wahre Ort mit dem mittleren zusammenfällt, während für den hier angenommenen Fall, dass der mittlere Ort vom wahren am weitesten absteht, also die Anomalie 90° oder 270° ist, eine Änderung von 2° im Apogäum die Mittelpunktsleichung fast gar nicht ändert. Ist die Anomalie 48° , also der Abstand der mittleren Sonne und des mittleren Mondes für die wahre Conjunction $183\frac{1}{2}^{\circ}$, der doppelte Abstand 7° , so ist die Correction der Anomalie $1^{\circ} 2'$, und da die Änderung derselben für 6° etwa $20'$ beträgt, so ist die durch die Richtung der Apsiden bedingte Correction etwa $3'$, was die wahre Syzygie etwa um 6 Zeitminuten verschieben würde. Ist der Mond im Perigäum des Epicykels, so dass der mittlere Ort des Mondes mit dem wahren identisch ist, so kann die doppelte Entfernung der mittleren Sonne vom Mond nahe gleich 5° werden, womit $MCL = 45'$ wird; da die Anomalie nahe 180° wird, so entspricht dieser Änderung der Anomalie eine Änderung der Mittelpunktsleichung von etwa $4\frac{1}{2}'$, allerdings schon ziemlich beträchtlich, aber nach Ptolemäus noch zulässig, da man sich bei der Beobachtung leicht um den äquivalenten Betrag von etwa 9 Zeitminuten irren kann.

Nimmt man wieder die doppelte Entfernung der mittleren Orte von Sonne und Mond zur Zeit der wahren Opposition 15° an, so wird hiefür $x = 0.0123$; die grösste Änderung der aus der Columnne 2 zu entnehmenden, für die Syzygien geltenden Prosthapheräsen ist daher $x D$, daher im Maximum $0.0123 \times 2^{\circ} 39' = 2'$, demnach noch geringer als die erste Wirkung.

Ptolemäus hat auch Beobachtungen angestellt, um die Entfernungen von Sonne und Mond zu finden. Zwar sagt er*), dass schon Hipparch diese Entfernungen zu bestimmen versuchte, indem er aus den Erscheinungen einer Sonnenfinsternis mit zwei hypothetischen, verschiedenen sehr kleinen Werten der Sonnenparallaxe zwei Werte für

*) Almagest, V. Buch, 11. Cap.

die Entfernung des Mondes findet. Ptolemäus schlägt den umgekehrten Weg ein, er bestimmt die Mondparallaxe direct und mit deren Hilfe aus der Beobachtung der Grösse der Mondesfinsternisse die Sonnenparallaxe.

Um zunächst die Mondparallaxe zu finden, beobachtete Ptolemäus die Breite des Mondes in Alexandrien, wenn er in der Nähe des Zenits stand*). (Mit den Zahlen des Ptolemäus hat man für die Polhöhe von Alexandrien 31° , die Schiefe der Ekliptik $23^\circ 51'$, die grösste Mondbreite $5^\circ 1'$, die kleinste Zenitdistanz des Mondes $2^\circ 8'$.) Da dann die Parallaxe gleich 0 angenommen werden kann, so folgt hieraus die grösste Mondbreite $5^\circ 1'$. Ferner beobachtete er den Mond in einer sehr grossen Zenitdistanz und verglich die beobachtete mit der berechneten. Die Beobachtung war im 20. Jahr Hadrian (883. Nabonassar) 13 Athyr = + 135 October 1, $5\frac{5}{6}^h = 1770\ 640.243$ der jul. Periode, und gab die scheinbare Zenitdistanz $50^\circ 55'$, während die aus den Tafeln entnommene Mondbreite von + $4^\circ 59'$ bei einer Länge von $273^\circ 10'$ (die zugehörige Declination gleich $-18^\circ 50'$) die wahre Zenitdistanz $49^\circ 48'$ ergab. Mit der hieraus sich ergebenden Höhenparallaxe von $1^\circ 7'$ **) findet Ptolemäus die Entfernung des Mondes gleich $39\frac{3}{4}$ Erdhalbmessern zur Zeit der Beobachtung, für welche sich aus den Tafeln die Entfernung (Fig. 24) $EP = 0.6736$ für $EA = 1$ ($40'' 25'$ für $EA = 60''$) ergibt; demnach ist $EA = 59$ Erdhalbmesser als mittlere Entfernung in den Syzygien (Anomalie des Mondes 90 oder 270°). Die grösste Entfernung des Mondes, wenn der Epicykel im Apogäum des Deferenten (in den Syzygien) ist, der Mond im Apogäum des Epicykels, ist gleich $64\frac{1}{6}$ Erdhalbmessern; die kleinste Entfernung, wenn der Epicykel im Perigäum des Deferenten (in den Quadraturen), der Mond im Perigäum des Epicykels ist, ist gleich 33 Erdhalbmessern.

Um nun die Entfernung der Sonne zu finden, sucht Ptolemäus erst die Grösse des Erdschattens in einer gewissen Entfernung von der Erde, zu welchem Zwecke die Beobachtung der Grösse einer Finsternis dient. Im Jahre 127 Nabonassar am 27. Athyr 5^h nach Mitternacht = — 620 April 21 = 1494 714.71 jul. Per. wurde in Babylon eine Finsternis beobachtet gleich dem halben Halbmesser des Mondes. Aus den Tafeln folgt die Breite des Mondmittelpunktes gleich $48\frac{1}{2}'$ nördlich; da aber die Schattengrenze um einen halben Mondhalbmesser vom Mondmittelpunkte entfernt war, so ist der Halbmesser des Schattenquer-

*) Almagest, V. Buch, 13. Cap.

**) Refraction wird nicht berücksichtigt.

schnittes in der Entfernung des Mondes, die sich ebenfalls aus der Theorie zu $64\frac{1}{6}$ Erdhalbmessern ergibt (Anomalie = 0) gleich $40\frac{2}{3}'$. Ein ähnliches Resultat folgt aus einer zweiten angeführten assyrischen Finsternis (vom 17. Phammoth des 225. Jahres Nabonassar).

Sei nunmehr SS' (Fig. 25) die Sonne, EE' die Erde, EOE' der Erdschatten, $EL_1 = d = 64\frac{1}{6} EE'$, so ist $L_1'EL_1 = \alpha = 40\frac{2}{3}'$.

Ferner gibt Ptolemäus an*), dass in derselben Entfernung $d = 64\frac{1}{6} EE'$ der Mondhalbmesser gleich ist dem Sonnenhalbmesser, gleich $\beta = 15\frac{2}{3}'$, so dass von E aus SS' und der Mondhalbmesser LL' unter demselben Winkel β gesehen würden.

Da nun, wenn $SS' = x$, $ES = y$ gesetzt wird:

$$x = y \operatorname{tg} \beta$$

$$x - 1 = y \operatorname{tg} L_1 O L_1'$$

und

$$\operatorname{tg} L_1 O L_1' = \frac{1 - d \operatorname{tg} \alpha}{d}$$

ist, so folgt

$$x = y \operatorname{tg} \beta = 1 + \frac{y}{d} (1 - d \operatorname{tg} \alpha)$$

und damit

$$y = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta - \frac{1}{d}}$$

Man findet für die Entfernung der Sonne $y = 1246$ Erdhalbmesser (nach Ptolemäus 1210) = 19.4 Mondweiten, ferner den Sonnenhalbmesser $x = 5.7$ Erdhalbmesser, den Mondhalbmesser $LL' = 0.29$ Erdhalbmesser, so dass nach Ptolemäus**)

Halbmesser des Mondes : Halbmesser der Erde : Halbmesser der Sonne =
 $1 : 3\frac{2}{5} : 18\frac{4}{5}$.

Wenn nun auch die Zahlen von der Wahrheit weit abweichen, so ist nicht zu übersehen, dass hier eine streng wissenschaftliche und für jene Zeiten ganz gut brauchbare Methode vorliegt. Andererseits aber liefern die Grundlagen zu diesen Untersuchungen wieder den Beweis, dass Ptolemäus ein strenger, nicht leichtsinniger Forscher war, dass es auch ihm um Erforschung der Wahrheit zu thun war, dass er, was nicht genug oft hervorgehoben werden kann, wirklich beobachtete, und

*) Almagest, V. Buch, 14. Cap.

**) Die Zahlen sind etwas andere, wenn man $\alpha = 40' 40''$, $\beta = 15' 40''$ annimmt; Ptolemäus nimmt $\alpha = 40' 40''$ und $L_1 L_1' = 2.6 LL'$, womit $\beta = 15' 38''$ würde. (Almagest, V. Buch, 15. Cap.)

wenngleich man von dem heutigen Standpunkte aus gestehen muss, dass die von ihm verwendeten Beobachtungen viel zu wenig zahlreich waren, um richtige Werte zu liefern oder die Constanten der Theorie zu suchen und zu prüfen, so muss jeder Unbefangene gestehen, dass Ptolemäus sowie sein Vorgänger Hipparch allen nur möglichen Scharfsinn aufgewendet hat, um in jener fernen Zeit, aus der wir thatsächlich keinen Forscher anführen können, der die Wissenschaft auch nur annähernd so förderte wie die zwei genannten Männer, aus den gemachten Beobachtungen den möglichsten Nutzen für die Theorie zu ziehen. Uns ist es leicht, die Fehler jener Theorien zu finden, und Delambre brauchte gerade nicht besonders viel Anstrengung, um zu zeigen, wie es Ptolemäus besser hätte machen können. Schon Copernicus hat manches „besser gemacht“, und jeder, der das heutige Sonnensystem mit den Kepler'schen Ellipsen kennt, wird ohne viel Mühe die Übertragung auf das Ptolemäische System selbst durchführen, weshalb es unnöthig erscheint, dieselbe hier anzuführen, wenn nicht speciell damit der Zweck verbunden wird, die thatsächlich auftretenden Erscheinungen ohne den Anblick des gestirnten Himmels aus der Theorie vorzuführen, wie wir dies in der Folge bei den Planeten mitunter nöthig haben werden. Aber eigenthümlich klingen die von Delambre vorgeschlagenen „Verbesserungen“ der Ptolemäischen Planetentheorie, z. B. für die unteren Planeten Mercur und Venus*): „Tout serait parfaitement exact, s'il (Ptolémée) avait donné au centre de l'épicycle le mouvement vrai du soleil, au lieu du mouvement moyen: et s'il avait donné à la planète une ellipse au lieu de l'épicycle; s'il avait donné sur cette ellipse le mouvement vrai de la planète . . .“ und ähnlich für die oberen Planeten.

Die Reihenfolge, welche Ptolemäus den Planeten gibt, ist: Saturn, Jupiter, Mars, Sonne, Venus und Mercur. Er sagt ausdrücklich, dass sich hiefür sowol wie für ihre wahren Entfernungen kein Beweis geben lässt, da keines dieser Gestirne eine merkbare Parallaxe habe, aus der allein man auf die Entfernungen schliessen könnte**). *Μὴ δυνατόν*

*) Histoire de l'Astronomie ancienne, II., pag. 315.

**) Dass hieraus Littrow (Übersetzung von Whewells Geschichte der inductiven Wissenschaften I., pag. 183) schliessen kann, dass Ptolemäus für die unteren Planeten den Halbmesser des Deferenten gleich dem Halbmesser der Erdbahn, den des Epicykels gleich dem der Planetenbahn, und für die oberen Planeten umgekehrt annahm, ist wol ein Missverständnis, wahrscheinlich entstanden durch falsche Interpretation einer Stelle im X. Buche, 6. Cap. über die wahren Planeten- und mittleren Sonnenorte zur Zeit der Conjunctionen und Oppositionen. Durch die genannte Identificierung erhält man aber unmittelbar den Übergang auf das helio-centrische System.

δὲ μηδὲ κατ' ἄλλον τρόπον τῆς τοιαύτης καταλήψεως προχωρεῖν, διὰ τὸ μηδὲνα τῶν ἀσέρων ποιῆθαι τινα παράλλαξιν αἰσθητὴν, ἀφ' οὗ μόνου φαινομένου τὰ ἀποσήματα λαμβάνεται. (Almagest, IX. Buch, 1. Cap.) Als Grund, warum die Ordnung so genommen wird, dass die Sonne die Planeten in zwei Gruppen theilt, wird angegeben, dass dadurch eine natürliche Scheidung derjenigen Planeten, welche in jede beliebige Entfernung von der Sonne kommen können, von denjenigen, welche nur bis zu einer gewissen Entfernung gelangen können, entsteht.

Die Bewegung der Planeten ist so compliciert, dass nach der Aussage des Ptolemäus Hipparch sich nicht getraute, eine Theorie zu geben, da er nur zu wenige Beobachtungen als Grundlage für eine solche hatte. Hienach wäre es allerdings noch möglich, dass bereits Hipparch die Lösung durch die Combination eines excentrischen Kreises mit dem Epicykel voraussah, möglicherweise auch die Methoden gab, um die Elemente zu bestimmen, aber die numerischen Werte aus Mangel an Beobachtungsmaterial nicht finden konnte*). Da aber alles, was uns über die Anwendung dieser Theorie bekannt geworden ist, von Ptolemäus herrührt, so geben wir dieselbe hier vollständig als dessen geistiges Eigenthum.

Denken wir uns O (Fig. 26) als Mittelpunkt eines Kreises, des Deferenten K , in dessen Peripherie sich der Mittelpunkt B eines zweiten Kreises K' , des Epicykels, bewegt. In dem letzteren bewegt sich der Planet P ; sei der Sinn der Drehung des Epicykelmittelpunktes ABC (im Sinne der Zeichen, d. h. der wachsenden Längen, also direct), dann ist die Bewegung im Epicykel in der Richtung I, III, II . Ist der Planet in I , so ist seine scheinbare Geschwindigkeit am grössten (gleich der Summe der Geschwindigkeiten von B und P), in II ist dieselbe am kleinsten (gleich der Differenz der beiden) und kann auch entgegengesetzt werden (retrograde Bewegung); ist der Planet in der Tangente $OIII$ an den Epicykel, so ist seine Geschwindigkeit gleich der mittleren (gleich derjenigen des Punktes B). Die grösste und kleinste Geschwindigkeit kann beobachtet werden, die mittlere Geschwindigkeit ist aus der zodiacalen Umlaufszeit des Planeten bekannt (für Venus und Mercur gleich der Geschwindigkeit der Sonne, für Mars, Jupiter und Saturn gleich der siderischen Bewegung). Man kann demnach auch die Zwischenzeiten zwischen diesen Epochen beobachten; da die Zeit zwischen dem Momente der schnellsten Bewegung (in I) und der mittleren Bewegung (in III) wegen der gleichmässigen Bewegung

*) Man vergleiche hiemit das im vorigen Capitel, pag. 82, Gesagte.

des Gestirns im Epicykel (dabei hat sich der Epicykel selbst natürlich bewegt, was aber für die Betrachtung unwesentlich ist) grösser ist als zwischen dem Momente der mittleren Bewegung (in *III*) und demjenigen der langsamsten Bewegung (in *II*), so wählt Ptolemäus*) den Epicykel an Stelle des excentrischen Kreises zur Darstellung dieser Ungleichheit, denn in dem letzteren sind die Erscheinungen — entgegen der Erfahrung — die umgekehrten. Denn wäre *E* der Beobachtungsort, die Bewegung des Planeten in *K* gleichmässig, so wäre die schnellste scheinbare Bewegung in *C*, die langsamste in *A*, die mittlere in *K*, wenn $EK \perp AC$ ist, und die Zeit zwischen der schnellsten Bewegung (in *C*) und der mittleren (in *K*) kleiner als zwischen der mittleren (in *K*) und der kleinsten (in *A*).

Für die unteren Planeten Mercur und Venus kann man direct die grössten Elongationen des Planeten von seinem mittleren Orte beobachten; da findet sich aber, dass diese nicht immer gleich sind; die grösste Elongation ist $BOIII$; wenn dieser Winkel verschieden ist für verschiedene Lagen von *B*, so kann dies einfach dadurch erklärt werden, dass der Beobachtungsort (die Erde) sich nicht in *O*, sondern excentrisch in *E* befindet, denn dann wird die grösste Elongation AEx_1 in *A* kleiner als diejenige CEx_2 in *C*, erstere überhaupt am kleinsten, letztere am grössten sein, wenn *AC* die Verlängerung der Verbindungslinie *OE* ist. In gleichen Abständen von *OA*, wie z. B. in *OB* und *OB'*, werden die grössten Elongationen $B'Ey$ gleich sein, was ohne weiteres klar ist. Diese excentrische Lage des Deferenten wird nun auch für die oberen Planeten angenommen und mit den Beobachtungen in Übereinstimmung gefunden. Nehmen wir an, $Ov \parallel Ev$ sei die Richtung nach dem Anfangspunkte der Zählung (0° Aries), *P'* der Ort des Planeten für einen gewissen Moment; bewegt sich der Mittelpunkt des Deferenten gleichmässig um *O*, so ist vOB' die mittlere Länge, vEP' die wahre Länge des Planeten, und der Unterschied zwischen wahrem und mittlerem Ort ist:

$$vEP' - vOB' = vEB' + B'EP' - vOB' = EB'O + B'EP'.$$

Die Ungleichheit des Planeten setzt sich also aus zwei Theilen zusammen; der eine Theil $B'EP'$ hängt von der Stellung des Planeten im Epicykel und von der Excentricität des Deferenten *OE* ab; der andere Theil $EB'O$ ist die Differenz der gleichmässigen und scheinbaren Bewegung des Epicykelmittelpunktes; die grösste und kleinste

*) Almagest, IX. Buch, 2. Cap. Die Bewegungsrichtung im Epicykel ist also hier entgegengesetzt derjenigen beim Monde.

Abweichung des wahren vom mittleren Orte (AEx_1 und CEx_2) würde einen gewissen Wert von OE , OA und AM ergeben, womit auch $B'EP'$ bestimmt ist; allein wenn O als Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung von A angesehen wird, so wird der Winkel $EB'O$ nur ungefähr die Hälfte vom wahren Betrage sein, weshalb Ptolemäus als Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung einen Punkt D so annimmt*), dass $OD = OE$ ist, dann ist die mittlere Länge $\nu DB'$, daher der Unterschied des wahren und mittleren Ortes gleich

$$\nu EP' - \nu DB' = \nu EB' + B'EP' - \nu DB' = DB'E + B'EP'.$$

Es wird daher die Bewegung des Himmelskörpers in folgender Weise stattfinden:

In E befindet sich die Erde; O ist der Mittelpunkt des Deferenten; die Bewegung des Epicykelmittelpunktes B' in diesem erfolgt so, dass der Winkel $\nu DB'$ proportional der Zeit wächst (d. h. D ist der Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung des Epicykelmittelpunktes**). Der Planet bewegt sich im Epicykel so, dass er in der Erdnähe II seine langsamste Bewegung hat***) (retrograd wird). Überdies sind, um die Breitenbewegung zu erklären, die Ebenen des Deferenten und Epicykels gegen die Ekliptik geneigt; doch wird die Reduction auf die Ekliptik bei der Bestimmung der wahren Länge vernachlässigt.

Was die Geschwindigkeit der Planeten anbelangt, so folgen dieselben aus den bereits von Hipparch angeführten Umlaufszeiten. Die Umlaufszeit des Epicykelmittelpunktes ist gleich derjenigen des mittleren Ortes, die sogenannte zodiacale Umlaufszeit, für die oberen Planeten gleich der siderischen, für die unteren gleich einem Jahr; die Umlaufszeit der Planeten im Epicykel (gezählt vom instantanen Apogäum) ist gleich der Zwischenzeit zwischen zwei Retrogradationen. Hiemit folgt nach pag. 73:

Mittlere tägliche zodiacale Bewegung = μ

Saturn	0°	2'	0''	33'''	31''''	28 ^v	51 ^{vi}	=	120".55874,5
Jupiter	0	4	59	14	26	46	31	=	299.24077,1
Mars	0	31	26	36	53	51	33	=	1886.61496,1
Venus	0	59	8	17	13	12	31	=	3548.28700,2
Mercur	0	59	8	17	13	12	31	=	3548.28700,2

*) Almagest, X. Buch, 6. Cap.

**) Später das punctum aequans genannt.

***) Ausser diesen allgemeinen Voraussetzungen ist für den Mercur noch eine specielle Bewegung von O nöthig, von welcher später gesprochen wird.

Mittlere tägliche Bewegung der Anomalie $= \mu'$

Saturn.....	0°	57'	7''	43'''	41''''	43 ^v	40 ^{vi}	=	3427".72825,8
Jupiter	0	54	9	2	46	26	0	=	3249.04623,1
Mars...	0	27	41	40	19	20	58	=	1661.67204,2
Venus.....	0	36	59	25	53	11	28	=	2219.43142,0
Mercur	3	6	24	6	59	35	50	=	11184.11655,5

In seinen „Hypothesen“ gibt Ptolemäus andere Zahlen:

Saturn vollführt in 324 Sonnenjahren = 324 ägyptischen Jahren 83^d2072

313 Restitutionen der Anomalie;

Jupiter vollführt in 771 Sonnenjahren = 771 ägyptischen Jahren 198^d0250

706 Restitutionen der Anomalie;

Mars vollführt in 1010 Sonnenjahren = 1010 ägyptischen Jahren 259^d3805

473 Restitutionen der Anomalie;

Venus vollführt in 964 Sonnenjahren = 964 ägyptischen Jahren 247^d5672

603 Restitutionen der Anomalie;

Mercur vollführt in 993 Sonnenjahren = 993 ägyptischen Jahren 255^d0144

3130 Restitutionen der Anomalie.

Da die Oppositionen in der Richtung der wachsenden Längen vorwärts rücken, so wird nach einer Reihe von Oppositionen, welche sich immer nach etwas mehr als einem Jahre wiederholen, wenn der Planet wieder an den ursprünglichen Ort des Himmels gekommen ist, ein Jahr mehr, als die Anzahl der Oppositionen beträgt, verstrichen sein*). Dieses bemerkt auch Ptolemäus im 3. Cap. des IX. Buches des

*) Es ist (s. pag. 26 ff.) für die oberen Planeten

$$\frac{1}{\Sigma} = 1 - \frac{1}{S};$$

Für eine beliebige Anzahl von K Jahren hat man

$$\frac{K}{\Sigma} = K - \frac{K}{S}$$

Nun ist $\frac{K}{\Sigma}$ die Anzahl A_n der synodischen Umläufe, $\frac{K}{S}$ die Anzahl A_s der siderischen Umläufe, daher $A_n + A_s = K$. Für die unteren Planeten ist

$$\frac{1}{\Sigma} = \frac{1}{S} - 1, \text{ daher } A_n = A_s - K.$$

Da, wenn man die Umlaufszeiten in Tagen ausdrückt, für die oberen Planeten

$$\frac{1}{S} + \frac{1}{\Sigma} = \frac{1}{365 \cdot 2422}$$

ist, so folgt durch Multiplication mit 360° , weil $\frac{360^\circ}{S}$ die mittlere zodiacale Bewegung

des Planeten (μ), $\frac{360}{\Sigma}$ die mittlere synodische Bewegung (μ') und $\frac{360}{365 \cdot 2422}$ die mittlere Bewegung der Sonne ($\odot$) ist:

$$\mu + \mu' = \odot.$$

Almagest. Es folgt aber noch eine andere Beziehung hieraus; nennt man die mittlere tägliche zodiacale Bewegung μ , die mittlere tägliche Bewegung in Anomalie μ' , die mittlere tägliche Bewegung der Sonne $\odot$, so muss für die oberen Planeten:

$$\mu + \mu' = \odot$$

sein. Auch diese Beziehung scheint Ptolemäus gekannt zu haben, denn die von ihm angeführten und hier mitgetheilten Zahlen genügen dieser Bedingung, stimmen aber nicht völlig mit den von Hipparch angeführten Zahlen der Umläufe. Allerdings bemerkt Ptolemäus, dass die von ihm gegebenen Werte der mittleren Bewegungen aus Beobachtungen, welche längere Zeiträume umfassen, corrigiert wurden (Almagest, IX. Buch, Cap. 10; X. Buch, Cap. 4 und 9; XI. Buch, Cap. 3 und 7), doch müsste dies ein merkwürdiger Zufall sein, wenn aus nur je zwei Beobachtungen sich Zahlen ergeben würden, die zufällig überall dieses Gesetz befolgen. Noch ein anderer Grund scheint dafür zu sprechen, dass Ptolemäus dieses Gesetz kannte und auch anzuwenden wusste.

Zur Zeit der wahren Conjunction nimmt Ptolemäus den Ort der mittleren Sonne*) auf EB_0 (Fig. 27), den Planeten in L , wenn E die Erde, B_0 der Epicykelmittelpunkt ist. Der Planet ist also nicht im Apogäum Π_0 des Epicykels, sondern er hat die Anomalie $LB_0\Pi_0$.

Daraus folgt, dass zur Zeit der Conjunction der wahre Ort des Planeten gleich dem mittleren Ort der Sonne ist. Für die Opposition ist der Planet in K , die mittlere Sonne in der Richtung EM , woraus wieder folgt, dass zur Zeit der Opposition der wahre Ort des Planeten gleich dem um 180° vermehrten mittleren Ort der Sonne ist.

Ist für einen späteren Moment B der Ort des Epicykelmittelpunktes, so ist die Bewegung desselben in der Zwischenzeit

$$B_0DB = \mu t.$$

Ferner ist der Planet in der Zwischenzeit von L nach P gekommen, seine Bewegung ist also

$$LB_0\Pi_0 + \Pi BP = \mu' t.$$

Zieht man $EX \parallel BP$, und $B(\Pi) \parallel B_0\Pi_0$, $B(L) \parallel B_0L$, so ist

$$\begin{aligned} B_0EX &= (L)BP = (L)B(\Pi) + (\Pi)B\Pi + \Pi BP \\ &= LB_0\Pi_0 + B_0DB + \Pi BP \\ &= \mu t + \mu' t = \odot t \end{aligned}$$

d. h. es ist B_0EX gleich der mittleren Bewegung der Sonne in der Zwischenzeit, und da EB_0 die Richtung nach der mittleren Sonne zur

*) Almagest, X. Buch, Cap. 6.

Zeit der Conjunction war, so muss EX die Richtung nach der mittleren Sonne sein, woraus folgt, dass die Verbindungslinie des Epicykelmittelpunktes mit dem Orte des Planeten im Epicykel stets parallel ist zur Visur nach der mittleren Sonne. Ptolemäus bemerkt, dass die Länge der mittleren Sonne (AEX) gleich ist der Summe aus der mittleren Länge des Planeten (ADB) und der Anomalie desselben (IBP), worin aber der Satz

$$\mu + \mu' = \odot$$

enthalten ist. Hieraus folgt aber ferner, dass von einer festen Richtung, z. B. $B_0 (L)$ gezählt, die Bewegung im Epicykel $(L)BP$ gleich ist der mittleren Sonnenbewegung, dass also die Bewegung der oberen Planeten im Epicykel ein Spiegelbild der Sonnenbewegung ist. Dass Ptolemäus dies nicht erkannte, rührt daher, dass er die Grösse der Anomalie nicht von einer festen Richtung, sondern vom instantanen Apogäum Π an zählte.

Da hienach für jede Opposition der wahre Ort des Planeten mit seinem mittleren zusammenfällt, so kann man für den Moment der Opposition von der Bewegung des Planeten im Epicykel absehen und in Folge dessen aus drei beobachteten Oppositionen die Lage und Grösse der Excentricität bestimmen. Sei E (Fig. 28) die Erde, O der Mittelpunkt des Deferenten, D der Mittelpunkt der gleichförmigen Bewegung (Ptolemäus zieht auch die denselben entsprechenden Kreise, weil er auf ihnen die Winkel misst); seien A, B, C die Mittelpunkte der Epicykel für die drei Oppositionszeiten in dem um O beschriebenen Kreise, so dass die Winkel ADB, BDC oder die Bögen FG, GH proportional den Zwischenzeiten sind. Dann sind die Visuren EA, EB, EC nach den wahren Planetenorten gerichtet, daher die Winkel AEB, BEC oder die Bögen KL, LM gleich den Winkeln zwischen den wahren Planetenorten. Wir bezeichnen die mittleren Bewegungen

$$ADB = 2a, BDC = 2b,$$

die wahren Bewegungen

$$AEB = \alpha, BEC = \beta.$$

Wären die Punkte A, B, C auf dem um D beschriebenen Kreise, d. h. wären die Winkel

$$FEG = \alpha', GEH = \beta'$$

bekannt, so wäre die Aufgabe wieder dieselbe wie diejenige, nach welcher die Elemente der Mondbahn aus drei Mondesfinsternissen gefunden wurden*). Allein so einfach ist die Sache hier nicht. Ptole-

*) Das Rückwärtseinschneiden oder das Pothenot'sche Problem. Man sieht, dieses Problem hatte schon Ptolemäus unter sehr complicierten Umständen sehr sinnreich gelöst.

mäus löst die Aufgabe indirect, indem die Winkel AEF , BEG , CEH in erster Näherung gleich Null angenommen werden, d. h. $\alpha = \alpha'$, $\beta = \beta'$ angenommen wird.

Man hat aus den Winkeln (s. Fig. 29)

$$FDG = 2a; GDH = 2b$$

$$FEG = \alpha'; GEH = \beta'$$

das Verhältniß $\frac{DE}{DF}$ und den Winkel LDG zu ermitteln.

Mit den in der Figur angebrachten Bezeichnungen erhält man, genau denselben Weg wie pag. 62 einschlagend, zur Bestimmung von e und A :

$$c = 180 - (\alpha' + \beta') + (a + b) \quad (1)$$

$$\operatorname{tg} y = \frac{\sin c \frac{\sin b}{\sin a} \frac{\sin \alpha'}{\sin \beta'}}{1 + \cos c \frac{\sin b}{\sin a} \frac{\sin \alpha'}{\sin \beta'}} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= 180 - (\alpha' + y) \\ z &= 90 - a; DGE = x - z \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$t = 2r \frac{\sin a}{\sin \alpha'} \sin y \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} e \sin A' &= r \sin (x - z) \\ e \cos A' &= t - r \cos (x - z) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$A = A' + (x - z) \quad (6)$$

Statt dieser sehr kurzen Rechnung, welche Ptolemäus aus bereits mehrfach erwähnten Gründen nicht anwenden konnte, schlägt er*) den im folgenden angedeuteten Weg ein, wobei aber sein Verfahren noch bedeutend länger ist, da hier durch Einführung der trigonometrischen Functionen an entsprechender Stelle das Rechnungsschema stark verkürzt erscheint.

Es ist, wenn EX die Verlängerung von EH ist:

$$GXH = b$$

$$XEF = 180 - (\alpha' + \beta')$$

$$XEG = 180 - \beta'$$

$$GX = EX \frac{\sin \beta'}{\sin (\beta' - b)}$$

$$FX = EX \frac{\sin (\alpha' + \beta')}{\sin (\alpha' + \beta' - [a + b])}$$

$$FG^2 = FX^2 + GX^2 - 2FX \cdot GX \cos a$$

$$GD = \frac{GF}{2 \sin a}$$

*) Almagest, X. Buch, 7. Cap.

Indem bisher $EX = 60''$ vorausgesetzt wurde, werden nun die Werte sämtlich nach einfacher Proportion so geändert, dass GD , der Halbmesser des Deferenten gleich 60 wird, und hienach finden sich die Werte von GF , GX , FX , EX in demselben Masstabe ausgedrückt. Dann wird weiter:

$$\sin \frac{1}{2} XDF = \frac{FX}{2 GD}$$

$$XDH = 360^\circ - (XDF + 2a + 2b)$$

$$HX = 2 GD \sin \frac{1}{2} HDX$$

$$HE = HX - XE$$

$$HE \cdot EX = LE \cdot EL' = EZ^2 \text{ (wenn } EZ \perp LL') \\ = GD^2 - ED^2$$

folglich

$$ED^2 = GD^2 - HE \cdot EX$$

$$EY = \frac{1}{2} (EX - HE)$$

$$\sin EDY = \frac{EY}{ED}$$

$$HDL' = \frac{1}{2} XDH - EDY$$

$$GDL = 180 - (HDL' + 2b); LDF = 2a - GDL$$

Nachdem auf diese Art Näherungswerte für DE und DEG erhalten wurden, wird man die Werte der kleinen Winkel $FEA = \xi$, $GEB = \eta$, $HEC = \zeta$ (Fig. 28) berechnen. Hiezu ist nun PDA , PDB , PDC sowie DE und OA bekannt. Es ist

$$PDA = A_1^*); DO = \frac{1}{2} DE = \frac{1}{2} e; OA = DF \text{ bekannt;}$$

setzt man

$$PEA = B_1; PEF = \mathfrak{B}_1$$

so ist

$$AD = \sqrt{OA^2 - DO^2 \sin A_1^2} - DO \cos A_1 \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} EA \sin B_1 &= DA \sin A_1 \\ EA \cos B_1 &= DE + DA \cos A_1 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} EF \sin \mathfrak{B}_1 &= DF \sin A_1 \\ EF \cos \mathfrak{B}_1 &= DE + DF \cos A_1 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\xi = \mathfrak{B}_1 - B_1 \quad (10 a)$$

und wenn die Werte für die anderen beiden Orte ähnlich mit den Indices 2 und 3 bezeichnet werden, so wird

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \mathfrak{B}_2 - B_2 \\ \zeta &= \mathfrak{B}_3 - B_3 \end{aligned} \right\} \quad (10 b)$$

*) Gezählt in der Bewegungsrichtung des Epicykelmittelpunktes.

wobei mit Rücksicht auf die Zeichen der goniometrischen Functionen bei jeder beliebigen Lage von A, B, C

$$\begin{aligned}\alpha' &= \alpha + \eta - \xi \\ \beta' &= \beta + \zeta - \eta\end{aligned}\quad (11)$$

wird. Mit diesen Werten wird die Rechnung nach (1), (2) bis (6) wiederholt, hienach nochmals die Winkel ξ, η, ζ berechnet u. s. w., bis keine Änderung der Werte mehr eintritt.

Man hat dann hieraus z. B. für die Epoche der zweiten Beobachtung

$$M_0 = PDB;$$

war die beobachtete wahre Länge für die zweite Beobachtung L_2 , so ist die Länge des Apogäums Π_0 gegeben durch

$$\Pi_0 = L_2 - A' + \eta^*)$$

und da $EBD = A - A' + \eta$ ist, und der Planet in der Richtung EB , also in N war, so ist die Anomalie ΠBN für die Epoche

$$A_0 = 180 - (A - A' + \eta).$$

Für irgend eine andere Zeit ist dann die Entfernung des mittleren Ortes vom Apogäum und die Anomalie:

$$\begin{aligned}M &= M_0 + \mu t \\ A &= A_0 + \mu' t.\end{aligned}$$

Um nun die Grösse des Epicykels zu finden, wird der Planet einmal ausserhalb der Opposition beobachtet. Sei für die Beobachtungszeit die Entfernung des mittleren Ortes vom Apogäum (Fig. 27):

$$ADB = M_1$$

die Anomalie

$$\Pi BP = A$$

so ist

$$BD = \sqrt{OB^2 - OD^2 \sin^2 M} - OD \cos M^{**})$$

ferner wenn $AEB = v$ gesetzt wird,

$$EB \sin v = BD \sin M$$

$$EB \cos v = DE + BD \cos M$$

$$DBE = M - v$$

$$PBE = 180 - A - DBE$$

*) Es ist nämlich $DBE = DGE + GEB = (A - A') + \eta$; $PEB = PEG - BEG = A' - \eta$; denn der durch Auflösung der Formeln (1) bis (6) gefundene Wert von A' ist PEG .

**) Statt dessen kann man auch rechnen:

$$\sin DBO = \frac{DO}{BO} \sin M$$

$$AOB = M - DBO$$

$$EB \sin v = OB \sin (M - DBO)$$

$$EB \cos v = OB \cos (M - DBO) + OE$$

$BEP =$ Beobachtete Länge — (Länge des Apogäums $+ v$)

$$BP = BE \frac{\sin BEP}{\sin (PBE + BEP)}$$

Umgekehrt kann man nun aus den Werten DO , DE , BP , OB die Prosthapheräse $AEP - ADB$ bestimmen. Man hat wieder

$$BD = \sqrt{OB^2 - OD^2 \sin^2 M} - OD \cos M \quad (1)$$

$$\begin{aligned} EB \sin v &= BD \sin M \\ EB \cos v &= DE + BD \cos M \end{aligned} \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} BEP = \frac{BP \sin (A + M - v)}{EB + BP \cos (A + M - v)}. \quad (3)$$

Die Formeln (1), (2) können durch eine Tafel der Werte EB und $M - v$ mit dem Argumente M ersetzt werden.

Zur Verbesserung der mittleren Bewegung wählt Ptolemäus eine Beobachtung, die einer viel früheren Zeit angehörte, und bestimmt die Anomalie für dieselbe mit Verwendung des erhaltenen Wertes r für den Epicykelhalbmesser aus der Bedingung, dass die Verbindungslinien des Planetenortes mit dem Mittelpunkte des Epicykels parallel ist mit der Richtung der mittleren Sonne, welche man aus den Sonnentafeln erhält.

Ist

$a_{\odot} = AEX =$ mittlere Länge der Sonne — Länge des Apogäums,
 $a_p = AEP =$ wahre Länge des Planeten — Länge des Apogäums,
 so ist, da $BP \parallel EX$, wenn noch $BX' \parallel EP$ gezogen wird, aus dem Dreiecke $EB'X'$, in welchem $EX' = BP = r$, $B'EX' = 180 - a_{\odot}$, $B'X'E = PEX = a_{\odot} - a_p$ und $X'B'E = AEP = a_p$ ist:

$$EB' = r \frac{\sin (a_{\odot} - a_p)}{\sin a_p} \quad (1)$$

welcher Wert positiv oder negativ werden kann, dann ist

$$OB' = EO - EB' \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} BB' &= OB' \cos a_p + \sqrt{OB^2 - OB'^2 \sin^2 a_p} \\ BO \cos BOA &= BB' \cos a_p - OB' \end{aligned} \right\} (3)$$

(die Bestimmung aus $\sin BOA = \frac{BB'}{OB} \sin a_p$ ist zweideutig, da der Sinus stets das Zeichen von $\sin a_p$ hat, der Cosinus aber unbestimmt bliebe).

$$\left. \begin{aligned} DB \sin M &= OB \sin BOA \\ DB \cos M &= OB \cos BOA - \frac{1}{2} DE \end{aligned} \right\} (4)$$

Da ferner

$$\begin{aligned} DBB' &= M - a_p \\ PBB' &= 180 - a_{\odot} + a_p \end{aligned}$$

ist, so ist

$$\Pi BP = 180 - (M - a_p) - (180 - a_\odot + a_p)$$

oder

$$\Pi BP = a_\odot - M. \quad (5)$$

I. Für den **Saturn** wurden die folgenden von Ptolemäus beobachteten Oppositionen benützt (Almagest, XI. Buch, 5. Cap.).

1. 11. Jahr Hadrian (874 Nabonassar) 7. Pachon 6^h Abend = + 127 März 26 = 1767 529.25; h in $1^\circ 13'$ Wage *)
2. 17. Jahr Hadrian (880 Nabonassar) 18. Epiphi 4^h Nachmittag = + 133 Juni 3 = 1769 790.17; h in $9^\circ 40'$ Schütze
3. 20. Jahr Hadrian (883 Nabonassar) 24. Mesore Mittag = + 136 Juli 8 = 1770 921.00; h in $14^\circ 14'$ Steinbock

	Zwischenzeit	Scheinbare Bewegung	Mittlere Bewegung in Länge
1.2	2260.92	$68^\circ 27'$	$75^\circ 43'$
2.3	1130.83	$34^\circ 34'$	$37^\circ 52'$

Hier ist

$$\begin{aligned} a &= 37^\circ 51.5 & \alpha &= 68^\circ 27.0 \\ b &= 18 \ 56.0 & \beta &= 34 \ 34.0. \end{aligned}$$

Setzt man in erster Näherung $\alpha' = \alpha$, $\beta' = \beta$, so wird $\log e = 9.07061$, $e = 0.11766 = 7^p 4'$; $A = 19^\circ 26.2$ (Ptolemäus erhält $7^p 8'$ und $19^\circ 51'$). Mit diesen Werten erhält man $\xi = -10.4$, $\eta = +6.5$, $\zeta = +10.1$ (nach Ptolemäus $-9'$, $+6'$, $+10'$), folglich

$$\begin{aligned} \alpha' &= 68^\circ 43.9 \\ \beta' &= 34 \ 37.6 \end{aligned}$$

(nach Ptolemäus $68^\circ 42'$ und $34^\circ 38'$). Die wiederholte Rechnung liefert:

$$\begin{aligned} \log e &= 9.05518, \quad e = 0.11355 = 6^p 48.9 \\ A' &= 16^\circ 3.8 \end{aligned}$$

folglich mit Rücksicht auf die Werte von $2a$, $2b$:

$$PDF = 302^\circ 9'; \quad PDG = 17^\circ 52'; \quad PDH = 55^\circ 44'$$

(nach Ptolemäus $302^\circ 55'$; $18^\circ 38'$; $56^\circ 30'$; $e = 6^p 50'$).

Da $L_2 = 9^\circ 40'$ Schütze, $A' = 16^\circ 3.8$ ist, so ist

$$\begin{aligned} \Pi_0 &= 233^\circ 36.2 \text{ (nach Ptolemäus } 23^\circ \text{ Scorpion)} \\ A_0 &= 178^\circ 11.8 \\ M_0 &= 17^\circ 52.0. \end{aligned}$$

*) Der genaue Moment der Opposition ergibt sich aus dem Momente, in welchem die Sonne den dem beobachteten Planetenorte gerade entgegengesetzten Ort einnimmt. Aus den so berechneten Momenten folgt die Zwischenzeit, und mit dieser die mittlere Bewegung des Planeten.

Ptolemäus gibt für die dritte Opposition (1770 921 der julianischen Periode)

$$\Pi_0 = 23^\circ \text{ Scorpion}$$

$$A_0 = 174^\circ 44'$$

$$M_0 = 56^\circ 30'$$

Zur Bestimmung der Grösse des Epicykels wird die folgende Beobachtung gewählt*):

2. Jahr Antonin 6 Méchir 4^h vor Mitternacht (886 Nabonassar = + 138 Dec. 22) = 1771 818.33 jul. Per.

Saturn war beobachtet in $9^\circ 4'$ Wassermann, also in $76^\circ 4'$ Entfernung vom Apogäum. Die Bewegung in Länge seit der dritten Opposition ist

$$p.t = 30^\circ 3'$$

die Bewegung in Anomalie

$$p'.t = 134^\circ 24'$$

daher zur Zeit der Beobachtung

$$M = 86^\circ 33'$$

$$A = 309^\circ 8'.$$

Man erhält hiemit $\lg BD = 9.99781$, $v = 80^\circ 5'7$, $M - v = 6^\circ 27'3$, $PBE = -135^\circ 35'3$, $BED = 76^\circ 4' - 80^\circ 5'7 = -4^\circ 1'7$, $\log BP = 9.03764$, $BP = 0.10905 = 6'' 32.5$; Ptolemäus gibt $6'' 30'$, so dass jetzt nach diesem

die Excentricität des Deferenten $6'' 50'$

der Halbmesser des Epicykels $6 30$

beträgt. Ptolemäus theilt auch den mittleren Ort der Sonne aus den Sonnentafeln für die Zeit der Beobachtung gleich $28^\circ 41'$ des Schützen = $268^\circ 41'$ mit. Zieht man hievon den Wert $\Pi_0 + v = 313^\circ 6'$ ab, so bleibt $BE\odot = 315^\circ 35'$. Andererseits ist $L_1 BP = A + (M - v) = 315^\circ 35'3$, so dass die Richtungen $E\odot$ und BP parallel sind. Nimmt man $\Pi_0 = 233^\circ 36'$, so ändert dies nichts, denn es wird $M - 36'$, $v - 36'$ an Stelle von M und v zu setzen sein, so dass $\Pi + v$ unverändert bleibt (wenigstens sehr nahe, nämlich bis auf die geringe Änderung in $M - v$). Setzt man jedoch für M_0 den Wert $55^\circ 44'$ statt $56^\circ 30'$, so wird auch v um $46'$ kleiner, demnach $BE\odot = 316^\circ 21'$. Zum Theile mag die zufällige Übereinstimmung der Winkel $BE\odot$ und LBP in einem Rechenfehler, zum Theil aber auch darin zu suchen sein, dass Ptolemäus wahrscheinlich aus allen seinen Beobachtungen ausser der Opposition, deren er wol mehrere hatte, diese als die in Folge des

*) Almagest, XI. Buch, 6. Cap.

erhaltenen Resultates seiner Theorie am besten entsprechende beibehielt, die übrigen aber, als mit zu grossen Beobachtungsfehlern behaftet, verwarf.

Zur Correction der mittleren Bewegung in Anomalie wird eine ältere Beobachtung aus dem 519. Jahr Nabonassar, am Abend des 14. Tybi, als der mittlere Ort der Sonne $6^{\circ} 10'$ der Fische war, verwendet. Die Beobachtung fällt auf den Tag 1637 841 der jul. Periode ($= -228$ März 1) und ergab den Ort des Planeten $9\frac{1}{2}^{\circ}$ Jungfrau, während das um die Präcession corrigierte Apogäum auf $19\frac{1}{3}^{\circ}$ Scorpion fiel. Es war daher die Entfernung des wahren Ortes vom Apogäum des Deferenten $a_p = 290^{\circ} 10'$, diejenige der mittleren Sonne vom Apogäum des Deferenten $a_{\odot} = 106^{\circ} 50'$; daher $a_{\odot} - a_p = -183^{\circ} 20'$.

$$\log B'E = 7,82963$$

$$\log OB' = 8,80297$$

$$\log BB' = 0,00864$$

$$BOL = -73^{\circ} 14,7$$

$$M = -76^{\circ} 25,3$$

$$\Pi BP = 183^{\circ} 15,3$$

als Anomalie zur Zeit der Beobachtung.

Ptolemäus findet $183^{\circ} 17'$, was mit den späteren Beobachtungen, die er zur Bestimmung der Excentricität und des Epicykelhalbmessers verwendete, verbunden, sehr nahe auf die angeführte mittlere tägliche Bewegung der Anomalie führt.

Übertragen auf den Mittag des 1. Thot des 1. Jahres Nabonassar folgen die Elemente*)

$$\Pi_0 = 14^{\circ} 18' \text{ Scorpion}$$

$$A_0 = 34^{\circ} 2'$$

$$\text{mittlere Länge } L_0 = 26^{\circ} 43' \text{ Steinbock}$$

$$\text{Excentricität des Deferenten} = 6'' 50'$$

$$\text{Halbmesser des Epicykels} = 6'' 30'$$

$$\text{für den Halbmesser des Deferenten} = 60''.$$

*) Nach Ptolemäus ist die Zwischenzeit 518 ägyptische Jahre und $123\frac{1}{4}$ Tage; sie ist aber thatsächlich 518 ägyptische Jahre und $133\frac{1}{4}$ Tage. Der erstere Wert würde dem 4. Tybi entsprechen, an welchem aber der mittlere Ort der Sonne laut der Sonnentafeln des Ptolemäus $26^{\circ} 18'$ Wassermann ist, während die Angabe $6^{\circ} 10'$ Fische lautet, welche dem 14. Tybi entspricht. Die Bewegung in Länge μt wird $216^{\circ} 8,5$; dies von dem gefundenen Wert $-76^{\circ} 25,3 = 283^{\circ} 34,7$ subtrahiert, gibt $M_0 = 67^{\circ} 26,2$, daher die mittlere Länge $M_0 + \Pi_0 = 291^{\circ} 44' = 21^{\circ} 44'$ Steinbock, also um 5° kleiner als bei Ptolemäus. Die Angabe $26^{\circ} 43'$ findet sich aber nicht nur hier, sondern auch bei den Tafeln, so dass es nicht wol ein Schreibfehler oder Druckfehler sein kann.

II. Für den **Jupiter** werden vorerst die drei folgenden Oppositionen benützt*):

1. 17. Jahr Hadrian (880 Nabonassar) 1. Epiphi 1^h vor Mitternacht
 $= + 133$ Mai 17 = 1769 773·458 julianische Periode
 $\varpi = 23^\circ 11'$ Scorpion
2. 21. Jahr Hadrian (884 Nabonassar) 13. Paophi 2^h vor Mitternacht
 $= + 136$ August 31 = 1770 975·417 julianische Periode
 $\varpi = 7^\circ 54'$ Fische
3. 1. Jahr Antonin (885 Nabonassar) 2. Athir 5^h nach Mitternacht
 $= + 137$ October 7 = 1771 377·708 julianische Periode
 $\varpi = 14^\circ 23'$ Widder

	Zwischenzeit	Wahre Bewegung in Länge	Mittlere Bewegung in Länge
1.2	1201.959 Tage	$104^\circ 43'$	$99^\circ 55'$
2.3	402.291 „	36.29	$33^\circ 26'$

Hier ist

$$\begin{aligned} a &= 49^\circ 57'5 & \alpha &= 104^\circ 43' \\ b &= 16^\circ 43'0 & \beta &= 36^\circ 29'. \end{aligned}$$

Setzt man in erster Näherung $\alpha' = \alpha$, $\beta' = \beta$, so wird:

$A' = 178^\circ 43'7$; $A = 178^\circ 50'5$, $\log e = 8.94992$; $e = 0.08911 = 5'' 20'7$ (Ptolemäus findet $A = 179^\circ 25'$; $e = 5'' 23'$). Damit werden die Correctionen $\xi = + 2'8$, $\eta = - 0'3$; $\zeta = + 6'8$; $\alpha' = 104^\circ 39'9$, $\beta' = 36^\circ 36'1$ (nach Ptolemäus $+ 3' - 1' + 7'$; $104^\circ 39'$ und $36^\circ 37'$). Die wiederholte Rechnung liefert für die zweite Opposition, d. h. für den Tag 1770 975·417 der julianischen Periode ($A' = 177^\circ 13'6$, $A = 177^\circ 28'8$, $L_2 = 337^\circ 54'$):

$$M_0 = 177^\circ 28'8$$

$$\Pi_0 = 160^\circ 40'4 = 10^\circ 40'4 \text{ Jungfrau}$$

$$A_0 = 179^\circ 44'8$$

$$\log e = 8.96094$$

$$e = 0.09140 = 5'' 29'0.$$

Ptolemäus gibt für die dritte Opposition: $M_0 = 210^\circ 36'$; $\Pi_0 = 11^\circ$ Jungfrau, $A_0 = 182^\circ 47'$. Für die Bestimmung des Epicykelhalbmessers wählt Ptolemäus**) die Beobachtung im 2. Jahr Antonini (886 Nabonassar) 26 Mesore, 5^h nach Mitternacht $= + 139$ Juli 10 = 1772 018·708 jul. Per. Mittlerer Ort der Sonne $= 16^\circ 11'$ Krebs; beobachteter Ort des Jupiter $15^\circ 45'$ Zwillinge. Die Bewegung seit der Zeit der dritten Opposition ist in Länge $53^\circ 17'$, in Anomalie $218^\circ 31'$, so dass die Entfernung des Epicykelmittelpunktes vom Apogäum des Deferenten

*) Almagest, XI. Buch, 4. Cap.

**) Almagest, XI. Buch, 2. Cap.

$$M = 263^{\circ} 53'$$

die Anomalie

$$A = 41^{\circ} 8'$$

ist. Die Rechnung gibt

$$v = 269^{\circ} 6'4; \log EB = 9.99923; BEP = 5^{\circ} 38'6,$$

somit

log Radius des Epicykels 9.28949

Radius des Epicykels $0.19475 = 11^p 41'1$ (nach Ptolemäus $11^p 30'$)

Da der Ort der mittleren Sonne zu $106^{\circ} 11'$ angegeben wird, und $\Pi_0 + v = 70^{\circ} 6'4$ ist, so bleibt

$$BE\odot = 36^{\circ} 4'6.$$

Andererseits ist $A = 41^{\circ} 8'$; $M - v = -5^{\circ} 13'4$, folglich

$$LBP = 35^{\circ} 54'6,$$

daher (bis auf $10'$) die Richtungen $E\odot$ und BP parallel, wie es die Theorie des Ptolemäus erfordert.

Aus den alten Beobachtungen zur Correction der mittleren Bewegung wird gewählt*):

83. Jahr Philippi 17. Epiphi morgens = — 240 Sept. 3 = 1633 644.75; $\varphi = 7^{\circ} 33'$ Krebs; Apogäum des Jupiter mit Rücksicht auf die Präcession $7^{\circ} 13'$ Jungfrau; Entfernung des Jupiter vom Apogäum $300^{\circ} 20'$; der Ort der mittleren Sonne war $9^{\circ} 56'$ Jungfrau, daher die Entfernung vom Apogäum des Jupiter $2^{\circ} 43'$, folglich

$$a_{\odot} = 2^{\circ} 43'$$

$$a_p = 300^{\circ} 20'$$

$$BOA = 288^{\circ} 6'0$$

$$M = 285^{\circ} 34'6$$

$$\Pi BP = 77^{\circ} 8'4$$

demnach die Anomalie $77^{\circ} 8'4$; die mittlere Länge des Planeten gleich $\Pi_0 + 285^{\circ} 34'6 = 22^{\circ} 47'6$ Zwillinge (Ptolemäus findet $77^{\circ} 2'$ für die Anomalie und $22^{\circ} 54'$ Zwillinge für die mittlere Länge). Verglichen mit den Ergebnissen für die dritte Opposition findet Ptolemäus Übereinstimmung mit der mittleren Bewegung der Anomalie, die er angenommen hatte.

Übertragen auf den 1. Thot des 1. Jahres Nabonassar wird

$$\Pi_0 = 2^{\circ} 9' \text{ Jungfrau}$$

$$A_0 = 146^{\circ} 4'$$

$$\text{mittlere Länge } L_0 = 4^{\circ} 41' \text{ Wage}$$

$$\text{Excentricität des Deferenten} = 5^p 30'$$

$$\text{Halbmesser des Epicykels} = 11^p 30'$$

$$\text{für den Halbmesser des Deferenten} = 60^p.$$

*) Almagest, IX. Buch, 3. Cap.

III. Für den **Mars** bestimmt Ptolemäus die Lage und Grösse der Excentricität des Deferenten aus den folgenden drei Oppositionen*):

1. 15. Jahr Hadrian (878 Nabonassar) 26. Tybi 1^h nach Mitternacht
= + 130 December 14 = 1768 888.542, $\odot = 21^\circ$ Zwillinge
2. 19. Jahr Hadrian (882 Nabonassar) 6. Pharmuthi 3^h vor Mitternacht
= + 135 Februar 21 = 1770 418.375, $\odot = 28^\circ 50'$ Löwe
3. 2. Jahr Antonin (886 Nabonassar) 12. Epiphi 2^h vor Mitternacht
= + 139 Mai 27 = 1771 974.417, $\odot = 2^\circ 34'$ Schütze

	Zwischenzeit	Wahre Bewegung in Länge	Mittlere Bewegung in Länge
1.2	1529.833 Tage	$67^\circ 50'$	$81^\circ 44'$
2.3	1556.042 „	$93^\circ 44'$	$95^\circ 28'$

Hier ist:

$$\begin{aligned} a &= 40^\circ 52' & \alpha &= 67^\circ 50' \\ b &= 47^\circ 44' & \beta &= 93^\circ 44'. \end{aligned}$$

Setzt man in erster Näherung $\alpha' = \alpha$, $\beta' = \beta$, so wird $A' = 37^\circ 43'.9$; $A = 45^\circ 22'.5$; $\log e = 9.33714$; $e = 0.21734 = 13'' 2'.4$ (Ptolemäus findet $A = 45^\circ 13'$, $e = 13'' 7'$). Hiemit wird $\xi = -30'.7$, $\eta = +33'.5$, $\zeta = -49'.6$, $\alpha' = 68^\circ 54'.2$, $\beta' = 92^\circ 20'.9$ (Ptolemäus hat $-32'$, $+33'$, $-50'$; $68^\circ 55'$, $92^\circ 21'$). Die Wiederholung der Rechnung gibt $A' = 32^\circ 55'.6$, $A = 39^\circ 5'.5$, $\log e = 9.29575$, $e = 0.19758 = 11'' 51'$ (nach Ptolemäus $A = 38^\circ 59'$, $e = 11'' 50'$).

Die Wiederholung der Rechnung mit diesen Werten liefert endlich $\xi = -27'.8$, $\eta = +34'.7$, $\zeta = -39'.5$; $\alpha' = 68^\circ 52'.5$, $\beta' = 92^\circ 29'.8$, $A' = 33^\circ 25'.1$; $A = 39^\circ 40'.8$; $\log e = 9.29676$, $e = 0.19804 = 11'' 52'.9$

(nach Ptolemäus: $\xi = -28'$, $\eta = +28'$, $\zeta = -40'$, $\alpha' = 68^\circ 46'$, $\beta' = 92^\circ 36'$, $A = 40^\circ 11'$, $e = 12''$).

Man hat daher für die zweite Opposition 1770 418.375 der julianischen Periode:

$$\begin{aligned} \Pi_0 &= 115^\circ 59'.6 = 25^\circ 59'.6 \text{ Krebs} \\ A_0 &= 173^\circ 9'.6 \\ M_0 &= 39^\circ 40'.8 \\ \log e &= 9.29676, e = 0.19804, \end{aligned}$$

daraus für die dritte Opposition

$$\begin{aligned} A_0 &= 171^\circ 22'.5 \\ M_0 &= 135^\circ 8'.8; \end{aligned}$$

*) Almagest, X. Buch, 7. Cap.

Ptolemäus findet für die Zeit der dritten Opposition:

$$\Pi_0 = 25^\circ 30' \text{ Krebs}$$

$$A_0 = 171^\circ 25'$$

$$M_0 = 135^\circ 39'$$

$$DE = 12''.$$

Zur Bestimmung des Epicykelhalbmessers mit diesen Elementen diene dem Ptolemäus eine Beobachtung drei Tage nach der dritten Opposition*):

2. Jahr Antonin (886 Nabonassar) 15 Epiphi, 3^h vor Mitternacht = + 139 Mai 30 = 1771 977·375: $\odot = 1^\circ 36'$ Schütze. Der mittlere Ort der Sonne war $5^\circ 27'$ Zwillinge. Die Entfernung des Mars vom Apogäum des Deferenten war $125^\circ 6'$. In der Zwischenzeit beträgt die Bewegung in Länge $1^\circ 32'$, in Anomalie $1^\circ 21'$; demnach ist die Entfernung des Epicykelmittelpunktes vom Apogäum $137^\circ 11' = M$, ferner die Anomalie $172^\circ 46'$. Es ist demnach der Halbmesser des Epicykels gleich $0.68133 = 40''52.8$ (Ptolemäus findet $39''30'$).

Verwendet man jedoch zur Berechnung die ersteren Elemente für die Epoche 1770 418·375 der jul. Periode, so erhält man zunächst als Zwischenzeit bis zum Tage 1771 977·375 der jul. Periode 1559 Tage, in welchen die Bewegung in Länge $\mu t = 97^\circ 0.5$, in Anomalie $\mu' t = 359^\circ 35.8$ beträgt, so dass jetzt

$$\Pi_0 = 115^\circ 59.6$$

$$M = 136^\circ 41.3$$

$$A = 172^\circ 45.4.$$

Mit diesen Werten folgt nun merkwürdigerweise**) wieder der Epicykelhalbmesser $39''49.0$, also nahe richtig; denn für den Erdbahn-

*) Almagest, X. Buch, 8. Cap.

**) Die Rechnung steht für die beiden Voraussetzungen wie folgt:

	Nach Ptolemäus	Neue Reduction
$\sin M$	9.83229	9.83638
$\cos M$	9.86542	9.86184
$\sqrt{OP^2 - OD^2 \sin M^2}$	9.99900	9.99899
$- OD \cos M$	8.86115	8.85757
Add.	0.03052	0.03028
BD	0.02952	0.02927
$BD \cos M$	9.89494	9.89111
DE	9.29676	9.29676
Add.	0.47195	0.46681
$EB \sin v$	9.86181	9.86505
	9.89109	9.89458
$EB \cos v$	9.76871	9.76357
Π_0	115°30'0	115°59'6

halbmesser (Epicikelhalbmesser) = 1 ist die grosse Halbaxe der Marsbahn (Halbmesser des Deferenten) gegeben durch

$$\log a = 0.18289;$$

demnach ist für den Halbmesser des Deferenten gleich der Einheit der Halbmesser des Epicykels bestimmt durch

$$\log r = 9.81711$$

$$r = 0.6563 = 38^{\circ} 23.9$$

Ptolemäus findet somit hier durch eine eigenthümliche Compensation von Rechenfehlern nahe den wahren Wert. Es ist dies deshalb zu beachten, weil die richtige Reduction der Beobachtung auch die Elemente richtig ergibt, woraus man gewiss auf die Realität und verhältnismässige Brauchbarkeit seiner Beobachtungen schliessen kann; denn der hier gefundene Beweis dafür muss schon deshalb von Jedem — selbst von einem beständigen Zweifler wie Delambre — als völlig zureichend erkannt werden, weil ja Ptolemäus von der wahren Entfernung der Planeten keine Idee hatte; eine einfache Betrachtung aber, auf welche wir bei Copernicus zu sprechen kommen, lehrt, dass für die oberen Planeten

$$\frac{\text{Radius des Epicykels}}{\text{Radius des Deferenten}} = \frac{\text{grosse Halbaxe der Erdbahn}}{\text{grosse Halbaxe der Planetenbahn}}.$$

Die zur Verbesserung der Anomalie verwendete Beobachtung war*) 52. Jahr Philippi 20 Athyr morgens = — 271 Jänner 17 = 1622 092.75.

Der mittlere Ort der Sonne war $23^{\circ} 54'$ Steinbock, die wahre Länge des Mars $2^{\circ} 15'$ Scorpion und die Länge des Apogäums mit Rücksicht auf die Präcession $21^{\circ} 25'$ Krebs. Es ist daher:

$$a_{\odot} = 182^{\circ} 29'; a_p = 100^{\circ} 50'.$$

	Nach Ptolemäus	Neue Reduction
v	$128^{\circ} 54.3$	$128^{\circ} 19.7$
M	$137 \ 41.0$	$136 \ 41.3$
$\Pi_0 + v$	$244 \ 24.3$	$244 \ 19.3$
Wahre Länge	$244 \ 36.0$	$244 \ 36.0$
$M - v$	$+ \ 8 \ 16.7$	$+ \ 8 \ 21.6$
$180 - A$	$+ \ 7 \ 14.0$	$+ \ 7 \ 14.6$
BEP	$- \ 2 \ 48.3$	$- \ 2 \ 43.3$
PBE	$- \ 1 \ 2.7$	$- \ 1 \ 7.0$
$BEP + PBE = \Sigma$	$- \ 3 \ 51.0$	$- \ 3 \ 50.3$
EB	9.97072	9.97107
$\sin BEP$	8.68963	8.67655
$\sin \Sigma$	8.82701	8.82569
$\log r$	9.83334	9.82193
r	$0.6813 = 40^{\circ} 52.8$	$0.6636 = 39^{\circ} 49.0$

*) Almagest, XI. Buch, 9. Cap.

Mit dem Werte $\log r = 9.82193$ folgt hiemit

$$M = 72^\circ 13.9$$

und die Anomalie für die Zeit der Beobachtung $110^\circ 15.1$. Ptolemäus findet mit dem Radius des Epicykels $= 39^\circ 30'$ die Anomalie gleich $109^\circ 42'$. Die Übertragung auf den 1. Thot des Jahres 1 Nabonassar liefert ihm

$$\Pi_0 = 16^\circ 40' \text{ Krebs}$$

$$A_0 = 327^\circ 13'$$

$$\text{mittlere Länge } L_0 = 3^\circ 22' \text{ Widder}$$

$$\text{Excentricität des Deferenten} = 12'' 0'$$

$$\text{Halbmesser des Epicykels} = 39'' 30'$$

$$\text{für den Halbmesser des Deferenten} = 60''.$$

Für die unteren Planeten Venus und Mercur werden die Methoden wesentlich andere. Nach der Ptolemäischen Theorie (s. pag. 109) sind die grössten Digressionen zu beiden Seiten des Apogäums des Deferenten gleich; wäre die Bewegung des Planeten um den Epicykelmittelpunkt ein Kreis, so müsste offenbar die östliche und westliche Digression dieselbe sein; Ptolemäus findet dieselbe jedoch verschieden; weniger gross sind die Abweichungen bei der Venus als bei dem Mercur; abgesehen davon, dass diese Fehler theilweise dem Umstande zuzuschreiben sind, dass Ptolemäus die Digressionen vom mittleren statt vom wahren Sonnenorte nimmt, rühren die Differenzen offenbar von der Ellipticität der Planetenbahn her*). Ptolemäus jedoch nimmt auf diese Abwei-

*) Um die Verhältnisse deutlicher zu erkennen, sei (Fig. 30) für eine nahe kreisförmige Planetenbahn, unter Voraussetzung einer elliptischen Erdbahn, S die Sonne, P die Planetenbahn, E die Erdbahn, so müssen die grössten beiderseitigen Digressionen von der wahren Sonne, so oft diese an dieselbe Stelle des Himmels kommt, gleich sein; in A erscheint das Maximum, in B das Minimum der grössten Digressionen; in E und E' müssen dieselben gleich sein; die Richtung des Apogäums gilt für die Erdbahn, die Excentricität ist diejenige der Erdbahn. Ist die Bahn des Planeten auch elliptisch, jedoch nicht so stark wie die Erdbahn; sind übrigens die Apsidenlinien nur wenig gegen einander geneigt, so werden die Verhältnisse insoferne geändert, als die Apsidenlinie nicht rein gegeben wird, und die Excentricität gleich der Differenz oder Summe der beiden Excentricitäten gefunden wird, je nachdem die Apsidenlinien gleich oder entgegengesetzt gerichtet sind; ungefähr findet dies bei der Venus statt, für welche die Apsiden gleich gerichtet allerdings um circa 30° gegen einander geneigt sind. Ptolemäus findet für das Apogäum der Venusbahn 55° (dasjenige der Sonnenbahn $65^\circ 30'$), die Excentricität der Venusbahn $1'' 13'$ (diejenige der Sonnenbahn $2'' 29'$).

Wenn jedoch die Planetenbahn viel stärker excentrisch ist, wie beim Mercur, so werden die Verhältnisse wesentlich andere. Sei S (Fig. 31) die Sonne, die innere Ellipse stelle die elliptische Planetenbahn vor; $ABCD$ sei die kreisförmig ange-

chungen bei der Venus nur insoferne Rücksicht, als er für die Bestimmung des Apogäums des Deferenten immer zwei entgegengesetzt liegende Digressionen wählt; also wenn für die mittlere Sonne in C eine westliche Digression beobachtet wurde (Venus als Morgenstern), für die Stellung der mittleren Sonne in C' die östliche Degression (Venus als Abendstern) verwendet wird. Ausser dieser für stark excentrische Planetenbahnen sehr nöthigen Vorsichtsmassregel wird für einen anderen Ort nur das Mittel aus der östlichen und westlichen Digression genommen. Für den Mercur wird überdies zur Erklärung dieser Ungleichheit eine Drehung des Deferentenmittelpunktes (also eine variable Excentricität) angenommen.

IV. Die Theorie der Venus gründet Ptolemäus ganz auf eigene Beobachtungen und die gleichzeitigen des Mathematikers Theon, indem er bemerkt, dass sich ältere Beobachtungen, die er in passender Weise hätte combinieren können, nicht fanden*). Möglich ist nun, dass er selbst zahlreiche Beobachtungen machte und die passendsten auswählte, allein selbst in diesem Falle können die Beobachtungen nicht genau

nommene Erdbahn. Ist die Erde in B , so wird die grösste Digression α ein Minimum; ist die Erde in A , so wird die grösste Digression β nicht immer ein Maximum, denn man sieht schon hier, dass auch grössere Digressionen φ auf der einen Seite mit kleineren ε auf der anderen Seite auftreten können, und dass nicht immer $\beta > \frac{\varepsilon + \varphi}{2}$

sein muss; in der Richtung AB aber wird die östliche und westliche Digression von der wahren Sonne gleich sein, sobald die Sonne am selben Punkte des Himmels angekommen sein wird. Das Apogäum der Planetenbahn (des Deferenten) hat dann die Richtung der Sonne für denjenigen Stand derselben, wo das Minimum der grössten Digression stattfindet, also in der Richtung BS (d. h. in $\sphericalangle$, die Figur bezieht sich auf die Mercurtheorie; für diesen ist $\beta = 23\frac{1}{4}^\circ$, $\alpha = 19\frac{1}{20}^\circ$, $\gamma = 21\frac{1}{4}^\circ$, $\delta = 26\frac{1}{2}^\circ$, $\varepsilon = 20\frac{1}{4}^\circ$, $\varphi = 26\frac{1}{4}^\circ$), wenn die Richtungen BS nach $\sphericalangle$, AS nach ∇ , CS , $C'S$ und DS beziehungsweise nach den Zeichen Wassermann, Zwillinge, Krebs gerichtet sind). In C und C' sind die grössten Digressionen gleich, und zwar die östliche von C aus gesehene und die westliche von C' aus gesehene und umgekehrt. Wesentlich complicierter wird es, wenn auch die Erdbahn als stark excentrisch angenommen werden müsste. Ungefähr treten die in dieser Figur angedeuteten Verhältnisse bei der Mercursbahn auf, deren Excentricität ausserordentlich viel grösser ist als diejenige der Erdbahn. Durch die Excentricität der letzteren werden die gemessenen Digressionen etwas unsicher und passen nicht in das aus dem obigen Schema entspringende Gesetz; so würden die von C und C' gesehenen Digressionen nicht mehr gleich sein, es würde keinen Ort A und B geben, von dem aus die beiderseitigen Digressionen gleich wären, wenn die Apsidenlinie der Erdbahn mit derjenigen der Planetenbahn nicht zusammenfällt. Dies ist thatsächlich der Fall, aber Ptolemäus konnte die geringen hieraus entstehenden Unterschiede nicht von den Beobachtungsfehlern trennen.

*) Almagest, X. Buch, 1. Cap

passen, weil er die Digressionen auf den mittleren Sonnenort bezog, den er ja nicht sehen konnte. Seine Resultate können demnach nur Approximationen sein, selbst dann, wenn seine Theorie an sich richtig wäre.

Zur Bestimmung der Richtung des Apogäums der Venusbahn führt Ptolemäus die folgenden Beobachtungen von grössten Digressionen an:

1. Theon beobachtete 16. Jahr Hadrian (879 Nabonassar) 21. Pharmuthi abends = + 132 März 8 = 1769 338^d25 julianische Periode
2. Ptolemäus beobachtete 4. Jahr Antonin*) (888 Nabonassar) 11. Thot morgens = + 140 Juli 29 = 1772 403·75
3. Theon beobachtete 12. Jahr Hadrian**) (875 Nabonassar) 21. Athyr morgens = + 127 October 11 = 1767 728·75
4. Ptolemäus beobachtete 21. Jahr Hadrian (884 Nabonassar) 9. Mechir abends = + 136 December 25 = 1771 091·25

Mittlerer Ort der ☉	Wahrer Ort der Venus	Digression***)
1. 14° 15' Fische	1° 30' Stier	47° 15' östlich
2. 5° 45' Löwe	18° 30' Zwillinge	47 15 westlich
3. 17° 52' Wage	0° 20' Jungfrau	47 32 westlich
4. 2° 4' Steinbock	19° 36' Wassermann	47 32 östlich.

Die beiden ersten Beobachtungen, in welchen Venus in gleichen Digressionen beobachtet war, lieferte als Ort des Apogäums oder Perigäums des Deferenten $\frac{31^\circ 30' + 78^\circ 30'}{2} = 25^\circ$ Stier; die beiden letzten liefern $\frac{150^\circ 20' + 319^\circ 36'}{2} = 24^\circ 58'$ Scorpion. (Natürlich kann man ebensowol die Orte der mittleren Sonne wie diejenigen der Venus verwenden, da dieselben symmetrisch gegen die Richtung des Apogäums liegen.)

Nun wurden grösste Digressionen gesucht, welche sich zu Zeiten ereigneten, in denen die mittlere Sonne in 25° Stier und 25° Scorpion war. Die erste von Theon gemachte fällt im 13. Jahr Hadrian (876 Nabonassar) 2. Epiphi morgens = + 129 Mai 19 = 1768 314·75,

*) Die Halma'sche Ausgabe des Almagest hat 14. Jahr Antonin, die Ausgabe Schreckenfuchs hat 4. Jahr Antonin; die mittlere Länge der Sonne war am 11. Thot um 18^h gleich $128^\circ 22'$ für das 14. Jahr Hadrian, $125^\circ 42'$ für das 4. Jahr Antonin und $123^\circ 16'$ für das 14. Jahr Antonin.

**) Schreckenfuchs hat 2. Jahr Hadrian; nach den Sonnentafeln des Ptolemäus ist die Sonnenlänge $17^\circ 51'$ für den 21. Athyr, 18^h des 12. Jahres Hadrian.

***) Die Übersetzung von Halma verwechselt hier östlich und westlich mit am Abend und Morgen.

die zweite von Ptolemäus gemachte fällt
im 21. Jahr Hadrian (885 Nabonassar) 2. Tybi abends = + 137 Nov.
18 = 1771 419·25.

Die Beobachtungen lieferten:

Wahrer Ort der Venus	Mittlerer Ort der Sonne	Grösste Digression
1. 10° 36' Widder	25° 24' Stier*)	44° 48'
2. 12° 50' Steinbock	25° 30' Scorpion	47° 20'

Hieraus folgert Ptolemäus, dass das Apogäum in 25° Stier, das Perigäum in 25° Scorpion ist.

Sei O (Fig. 26) der Mittelpunkt des Deferenten, E die Erde, AC die Apsidenlinie, so ist im Apogäum des Deferenten

$$x_1 EA = a = 44^\circ 48'$$

und im Perigäum

$$x_2 EC = b = 47^\circ 20'.$$

Setzt man $OA = R$, $Ax_1 = Cx_2 = r$, $OE = e$, so ist

$$r = (R + e) \sin a = (R - e) \sin b.$$

Hieraus folgt

$$e = \frac{\operatorname{tg} \frac{b-a}{2}}{\operatorname{tg} \frac{b+a}{2}} R,$$

somit:

$$\log e = 8.32844, \quad e = 0.02130 = 1^p 16.7$$

$$\log r = 9.85712, \quad r = 0.71965 = 43^p 10.7$$

für $R = 1$ beziehungsweise 60^p .

Ptolemäus findet $e = 1\frac{1}{4}^p$, $r = 43\frac{1}{6}^p$.

Sei für eine gewisse Zeit der mittlere Ort der Sonne in DB (Fig. 26), d. h. ADB gleich der mittleren Bewegung der Sonne vom Apogäum, also von der Erde E aus gesehen in Ex , wenn $Ex \parallel DB$ ist, dann ist die östliche Digression xEP kleiner als die westliche xEP_1 ; die Differenz der beiden

$$xEP_1 - xEP = BEP_1 + BEx - (BEP_1 - BEx) = 2BEx = 2EBD$$

wird von Ptolemäus zur Bestimmung der Entfernung des Mittelpunktes der gleichen Bewegung D von dem Erdorte E verwendet.

(Ptolemäus findet nämlich die Digression, indem er von dem wahren Orte des Planeten den mittleren Ort der Sonne abzieht, das heisst es ist grösste Digression = $AEP - ADB = xEP$).

*) Hier heisst es $25\frac{2}{3}^\circ$ ($\alpha\epsilon \alpha\lambda \delta\beta\omicron \tau\rho\acute{\iota}\tau\alpha$), die grösste Digression wird aber zu $44\frac{4}{5}^\circ$ ($\mu\omega\tau\rho\acute{\alpha}\varsigma \mu\delta \alpha\alpha\iota \delta \pi\epsilon\mu\pi\tau\alpha$) angegeben und auch mit dieser weitergerechnet.

Ist $PEx = a$, $P_1 Ex = b^*)$ und $ADB = M$, so ist:

$$BE = \frac{r}{\sin \frac{a + b}{2}}$$

$$DBE = \frac{b - a}{2}$$

$$ED = \frac{BE \sin DBE}{\sin M}$$

oder zusammengefasst

$$ED = \frac{r}{\sin M} \frac{\sin \frac{b - a}{2}}{\sin \frac{b + a}{2}}$$

Versteht man unter b die westliche, unter a die östliche Digression, so ist $\frac{b - a}{2}$ mit $\sin M$ gleich bezeichnet.

Die hiezu dienenden Beobachtungen waren**):

1. 18. Jahr Hadrian (881 Nabonassar) 2. Pharmuthi = + 134 Februar 17
= 1770 049 jul. Periode
2. 3. Jahr Antonin (887 Nabonassar) 4. Pharmuthi = + 140 Februar 18
= 1772 241 jul. Periode

Wahrer Ort der Venus

Mittlerer Ort der Sonne

Digression***)

- | | | |
|----------------------|--------------------|------------------|
| 1. 11° 55' Steinbock | 25° 30' Wassermann | 43° 35' westlich |
| 2. 13° 50' Widder | 25° 30' Wassermann | 48° 20' östlich |

Hier ist $M = 325^\circ 30' - 55^\circ 0' = 270^\circ 30'$; $a = 48^\circ 20'$,
 $b = 43^\circ 35'$ folglich

$$\log ED = 8.61790, ED = 0.04149 = 2^p 29'.4.$$

Ptolemäus nimmt $ED = 2EO = 2\frac{1}{2}^p$.

Mit diesen Werten sollten aber nunmehr in der Ptolemäischen Theorie für die vier zuerst angeführten Beobachtungen (21. Pharmuthi 879, 11. Thot 888, 21. Athyr 875 und 9. Mechir 884) die grössten Digressionen, beziehungsweise $47^\circ 49'$ östlich, $47^\circ 49'$ westlich, $48^\circ 28'$ westlich und $48^\circ 28'$ östlich sein, da $ADB = 70^\circ 41'$, $289^\circ 19'$, $142^\circ 52'$ und $217^\circ 8'$ ist, womit $\frac{a + b}{2} = 45^\circ 35'.4$ und $47^\circ 1'.2$ und

*) $\frac{a + b}{2}$ ist nie grösser als die grösste Digression in C und nie kleiner als die grösste Digression in A ; hieraus schliesst Ptolemäus, dass der Mittelpunkt des Deferenten O unbeweglich ist (vgl. hiemit die Theorie des Mercur).

**) Almagest, X. Buch, 3. Cap.

***) Halma vertauscht östlich und westlich.

$\frac{b-a}{2} = \pm 2^{\circ} 13'.6$ und $\pm 1^{\circ} 27'.4$ folgt*). Dieses stimmt nun mit den beobachteten Werten recht schlecht zusammen, indem die Theorie die Digression um $34'$ und $56'$ zu gross gibt. Natürlich vertheilen sich diese Fehler auf Beobachtung und Theorie, aber gerade dadurch kann man wieder schliessen, dass Ptolemäus seine Beobachtungen wirklich machte und sie so gut als möglich verwertete, wenngleich es in Erstaunen setzen muss, dass er seine Resultate an jenen ersten vier verwendeten Beobachtungen nicht prüfte.

Da sich aus den grössten Digressionen die Epoche der Anomalie und die Correction der Bewegung derselben nicht mit Sicherheit finden lassen, weil für die grösste Digression der Planet sich in der Richtung gegen die Erde bewegt, so sollte man für diese Bestimmungen Beobachtungen verwenden, die möglichst weit von der grössten Digression abstehen, wobei allerdings eine Grenze durch die Sichtbarkeit des Planeten gesteckt ist. Beide von Ptolemäus verwendeten Beobachtungen, die eine von ihm selbst gemacht, die andere von Tymocharis, sind nahe der grössten Digression; von der letzteren glaubte Ptolemäus sogar, dass sie in die grösste Digression fällt, da „die Digression $42^{\circ} 53'$ beträgt, und 4 Tage später dieselbe nur mehr $42^{\circ} 9'$ war“. Es ist zu verwundern, dass Ptolemäus nicht diese letztere als passender erkannte.

Zur Berechnung hat man (s. Fig. 27) nach pag. 116:

$$\sin x = \frac{DO}{BO} \sin M$$

$$EB \sin v = BO \sin (M - x)$$

$$EB \cos v = BO \cos (M - x) + OE$$

$$BEP = \text{beobachtete Länge des Planeten} - (\text{Länge des Apogäums} + v)$$

$$\sin BPE = \frac{BE}{BP} \sin BEP$$

$$LBP = BPE + BEP$$

$$LB\Pi = M - v$$

$$\text{Anomalie } \Pi BP = LBP - LB\Pi.$$

*) Man hat zur Berechnung von a und b für ein gegebenes M :

$$BD = \sqrt{OB^2 - OD^2 \sin^2 M} - OD \cos M$$

$$EB \sin v = BD \sin M$$

$$EB \cos v = BD \cos M + DE$$

$$\sin \frac{b+a}{2} = \frac{BP}{EB}$$

$$\frac{b-a}{2} = M - v$$

Die beiden verwendeten und die dritte mitgetheilte, aber nicht verwendete Beobachtung sind*):

1. 2. Jahr Antonin (886 Nabonassar) 29. Tybi $16\frac{3}{4}^h = + 138$
December 15 = 1771 811·70
2. 13. Jahr Philadelphus (476 Nabonassar) 17. Mesore **) = — 271
October 11 = 1622 359·75
3. 13. Jahr Philadelphus (476 Nabonassar) 21. Mesore ***) = — 271
October 15 = 1622 363·75

	Wahrer Ort der Venus	Mittlerer Ort der Sonne	Ort des Apogäums der Venus	M
1.	6° 30' Scorpion	22° 9' Schütze	25° Stier	207° 9'
2.	4° 10' Jungfrau†)	17° 3' Wage	20° 55' Stier†)	146° 8'
3.	8° 50' Jungfrau	20° 59' Wage	20° 55' Stier	150° 4'

Die Anomalie für die erste Beobachtung wird 228° 34'·8 (nach Ptolemäus 230° 32'), für die zweite 254° 42'·3 (nach Ptolemäus 252° 7')††), doch ist die zweite Beobachtung ziemlich unpassend, die dritte gibt die Anomalie zu 254° 18'·8, und da die Bewegung in vier Tagen 2° 28' beträgt, so wäre sie für die zweite Beobachtung 251° 51', also 2° 51' kleiner, als sie aus der zweiten Beobachtung folgt, aber zufällig nur um 16' von dem von Ptolemäus gefundenen Werte verschieden. Eine Correction für den ursprünglich gefundenen Wert findet Ptolemäus nicht.

Übertragen auf den 1. Thot des Jahres 1 Nabonassar folgt:

$$\begin{aligned}\Pi_0 &= 16^\circ 10' \text{ Stier} \\ A_0 &= 71^\circ 7' \dagger\dagger\dagger) \\ \text{mittlere Länge } L_0 &= 0^\circ 45' \text{ Fische}\end{aligned}$$

*) Almagest, X. Buch, 4. Cap.

**) Es heisst: Τῷ ἡ̄ ἔτει Φιλαδέλφου κατ' Αἰγυπτίους Μεσορὶ εἰς εἰς τὴν ἡ̄, ὥρῳν εἰς. Es schiene also, dass wegen εἰς εἰς τὴν ἡ̄, der 18. um Mitternacht beginne; die Angabe der mittleren Sonne gleich 17° 3' Wage gibt aus den Sonnentafeln des Ptolemäus nach dessen Zählweise (Beginn des Tages um Mittag) die Beobachtungszeit 17 Mesore 18½^h; demnach 6½^h nach Mitternacht, was mit ὥρῳν εἰς auf die ältere Zählung des Tages von Abend bis Abend schliessen lässt.

***) Die Beobachtungszeit ergab sich aus den Sonnentafeln, scheint aber von Ptolemäus nur genähert angenommen, denn beinahe alle Morgenbeobachtungen sind auf 18^h angesetzt.

†) Mit Rücksicht auf die Präcession.

††) Die Werte von BEP sind — 46° 43'·1 und — 41° 34'·0; nach Ptolemäus nahe dieselben: 46° 45' und 41° 31'; für die dritte Beobachtung ist

$$BEP = -40^\circ 58' \cdot 2.$$

†††) Aus der dritten Beobachtung (Bewegung in der Zwischenzeit = 183° 26'·6) folgt 70° 52'·2.

V. Zur Bestimmung der Lage des Apogäums des **Mercur** dienen die folgenden Beobachtungen*):

1. 16. Jahr Hadrian (879 Nabonassar) 16. Phamenoth abends = + 132
Februar 2 = 1769 303 julianische Periode
2. 18. Jahr Hadrian (881 Nabonassar) 18. Epiphi morgens = + 134
Juni 3 = 1770 155 julianische Periode
3. 1. Jahr Antonin (885 Nabonassar) 20. Epiphi abends = + 138
Juni 4 = 1771 617 julianische Periode
4. 4. Jahr Antonin (888 Nabonassar) 18. Phamenoth morgens = + 141
Februar 1 = 1772 590 julianische Periode

	Wahrer Ort des Mercur	Mittlerer Ort der Sonne	Grösste Digression
1.	1° 0' Fische	9° 45' Wassermann	21° 15' östlich
2.	18 45 Stier	10 0 Zwillinge	21 15 westlich
3.	7 0 Krebs	10 30 Zwillinge	26 30 östlich
4.	13 30 Steinbock	10 0 Wassermann	26 30 westlich

Aus den ersten beiden Beobachtungen folgt die Richtung der Apsiden gleich 9° 52' Widder, aus den beiden letzten 10° 15' Wage; als Mittel nimmt Ptolemäus 10° Widder und Wage.

Für den Mercur führt Ptolemäus noch 6 ältere Beobachtungen an, und zwar:

Jahr Nabonassar	Wahrer Ort des Mercur	Mittlerer Ort der Sonne	Grösste Digression
1. 486 17. Chojak	22° 20' Steinbock	18° 10' Wassermann	25° 50' westl.
2. 486 30. Phamenoth	23 40 Stier	29 30 Widder	24 10 östl.
3. 491 5. Pharmuthi	29 20 Zwillinge	2 50 Zwillinge	26 30 östl.
4. 486 30. Payni	19 30 Jungfrau	27 50 Löwe	21 40 östl.
5. 512 9. Thot	14 10 Wage	5 10 Scorpion	21 0 westl.
6. 564 27. Thot	2 20 Scorpion	24 50 Scorpion	22 30 westl.

Diese Beobachtungen werden dazu benützt, den Ort der Apsidenlinie in jener Zeit zu finden und mit der aus den Beobachtungen des Ptolemäus folgenden zu vergleichen. Dabei sind jedoch keine, welche den Anforderungen entsprechen, die für diesen Zweck gestellt werden, nämlich gleiche östliche und westliche.

Um diesen Mangel zu heben, setzt Ptolemäus voraus, dass die grössten Digressionen innerhalb kurzer Zeiträume, oder besser gesagt, an verschiedenen, nahe liegenden Stellen des Deferenten proportional wachsen, d. h. sind die grössten Digressionen für die Stellung der mittleren Sonne (des Epicykelmittelpunktes) in B_1 , B_2 (Fig. 27) gegeben, so kann die grösste Digression für die Lage des Epicykelmittelpunktes

*) Almagest, IX. Buch, Cap. 7.

in *B* durch lineare Interpolation gefunden werden*). Man hat nun für die zweite und dritte Beobachtung:

Mittlerer Ort der Sonne	Grösste Digression
29° 30' Widder	24° 10'
2° 50' Zwillinge	26° 30'

Hieraus folgt der Ort der Sonne für die grösste Digression 25° 50' (gleich der in der ersten Beobachtung) gleich 29° 30' Widder + 23° 48.6 = 23° 18.6 Stier; also da die gleiche westliche Digression für den mittleren Ort der Sonne 18° 10' Wassermann stattfindet, die Apsidenrichtung $\frac{53^\circ 18.6 + 318^\circ 10'}{2} = 5^\circ 44.3$ Wage (nach Ptolemäus 5° 50'). Desgleichen folgt bei der fünften und sechsten Beobachtung die westliche Digression gleich 21° 40' für den mittleren Ort der Sonne gleich 13° 54.4 Scorpion, daher die Apsidenlinie in der Richtung 5° 52.2 Wage und im Mittel 5° 48.2 Wage, statt dessen Ptolemäus 6° Wage annimmt, wodurch er eine Bewegung des Apogäums von 1° in hundert Jahren findet**).

Zur Bestimmung des Epicykelhalbmessers dienen zwei Beobachtungen, in denen der mittlere Ort der Sonne nahe in 10° Widder und 10° Wage ist***).

1. 19. Jahr Hadrian 14. Athyr = + 134 October 2; wahrer Ort des Mercur 20° 12' Jungfrau, mittlerer Ort der Sonne 9° 15' Wage, grösste Digression 19° 3'.
2. 19. Jahr Hadrian 19. Pachon = + 135 April 5; wahrer Ort des Mercur 4° 20' Stier, mittlerer Ort der Sonne 11° 5' Widder, grösste Digression 23° 15'.

Daraus folgt, dass das Apogäum in 10° Wage ist; ferner erhält man

$$\log e = 8.97672$$

$$\log r = 9.55306$$

*) Delambre (Histoire de l'astronomie ancienne, pag. 325) hat daher Unrecht, wenn er behauptet, dass man „in der Nähe der grössten Digression“ nicht linear interpolieren dürfe, was allerdings von den aus den Anomalien im Epicykel herrührenden Prosthapheräsen richtig wäre, die aber hier gar nicht in Betracht kommen. Allerdings ist die lineare Interpolation hier auch nur sehr ungenau, umsomehr, da ja für den Mercur später der bewegliche Mittelpunkt des Deferenten eingeführt wird, aber für die mässige Entfernung der Sonnenorte (33° 20' und 49° 40') glaubt Ptolemäus, dass kein Fehler entstehen könne.

**) Almagest, IX. Buch, 7. Cap. Diese Bewegung ist eigentlich die Präcession; wenn für 880 der Ort des Apogäums 10° 3.5, für 500 der Ort gleich 5° 48.2 angenommen wird, so folgt die Präcession gleich 1° in 88 Jahren. Dabei sind jedoch die älteren Beobachtungen nicht auf eine und dieselbe Epoche reducirt.

***) Almagest, IX. Buch, 8. Cap.

oder (da Ptolemäus wegen der Beweglichkeit von O die Strecke $AE = R + e$ gleich 120^p annimmt, s. Fig. 32) für $R + e = 1$ bez. 60^p : $e = 0.08657 = 5^p 11.7$; $r = 0.32639 = 19^p 35.0$ (Ptolemäus findet für $R + e = 120$: $e = 10^p 25'$; $r = 39^p 9'$).

Wäre wie bei der Venus der Punkt O fest, so könnte nunmehr die Summe der östlichen und westlichen grössten Digressionen für denselben Ort der Sonne nicht grösser als die doppelte grösste Digression im Widder ($46^\circ 30'$) und nicht kleiner als die doppelte grösste Digression in der Wage ($38^\circ 6'$) sein. Aus den ersten vier hier angeführten Beobachtungen folgt aber für

Mittlerer Ort der Sonne	Grösste östliche Digression	Grösste westliche Digression	Summe
10° Zwillinge	$26^\circ 30'$	$21^\circ 15'$	$47^\circ 45'$
10° Wassermann	$21^\circ 15'$	$26^\circ 30'$	$47^\circ 45'$

Dieses deutet also darauf hin, dass der Mittelpunkt des Epicykels in dieser Stellung der Sonne der Erde näher ist, und Ptolemäus nimmt, um diese Ungleichheit zu erklären, an, dass sich der Mittelpunkt O' (Fig. 32) des Deferenten bewegt; dass er immer auf der entgegengesetzten Seite von der Apsidenlinie AC ist, wie der Epicykelmittelpunkt B , dieser daher stets der Erde etwas genähert wird; dass aber O' in die Linie AC fällt, wenn der Epicykelmittelpunkt in A oder C ist; wird daher eine kreisförmige Bewegung angenommen, durch welche ja alle Ungleichheiten erklärt werden sollen, so muss die Umlaufszeit von O' gleich einem Jahre, der Drehungssinn der entgegengesetzte sein. Sei daher zu einer gewissen Zeit der Ort der mittleren Sonne A , so ist der Mittelpunkt des Deferenten in O'_1 ; sei A_0 die Anomalie des Mercur, gezählt vom instantanen Apogäum des Epicykels; nach der Zeit t ist mit Rücksicht auf die wiederholt gewählte Bezeichnungsweise

$$AOO' = \odot t = \mu t$$

und O' der Mittelpunkt des Deferenten K ; wenn ferner D der Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung ist, so ist $ADB = \odot t = \mu t$, daher B der Mittelpunkt des Epicykels, Π das momentane Apogäum und die Anomalie $\Pi BP = A_0 + \mu' t$.

Die grösste östliche Digression ist hier $xE\alpha = AE\alpha - ADB$; die grösste westliche $xE\beta$, und es wird die Summe

$$xE\alpha + xE\beta = \alpha E\beta$$

grösser sein können als $2yEC$.

Was die Dimensionen anbetrifft, so ist klar, dass der Punkt O jetzt nicht den Mittelpunkt des Deferenten bedeutet, welcher einmal in O'_1 und einmal in O'_2 liegt, so aber, dass $OO'_1 = OO'_2$ ist; es ist aber

$AO = OB$, und nennt man jetzt den Halbmesser des Deferenten R , die Strecke OO' , (oder OO' Fig. 32) ρ , so ist jetzt

$$OA = OC = R + \rho,$$

und wenn $OE = e$ gesetzt wird, nach den Formeln pag. 129, wenn dort R durch $R + \rho$ ersetzt wird, für

$$R + \rho = 1; \log e = 8.97672$$

$$\log r = 9.55306$$

Zur Bestimmung von ρ und von $ED = x$ wählt Ptolemäus die Beobachtung zweier grösster Digressionen (einer östlichen und einer westlichen) für denselben Ort der mittleren Sonne, und zwar wenn diese 90° vom Apogäum absteht, also ihr Ort 10° Krebs ist; dann ist (Fig. 33):

$$ADB = 90^\circ, AOO' = 90^\circ;$$

$$OB = R, PB = r, OE = e, OO' = \rho, ED = x.$$

Gesucht wird ρ und x . Die beiden Beobachtungen sind:

1. 14. Jahr Hadrian 18. Mesore abends = $+ 130$ Juli 4,
2. 2. Jahr Antonin 24. Mesore morgens = $+ 139$ Juli 8.

	Wahrer Ort des Mercur	Mittlerer Ort der Sonne	Grösste Digression
1.	$6^\circ 20'$ Löwe	$10^\circ 5'$ Krebs	$26^\circ 15'$ östlich
2.	$20^\circ 5'$ Zwillinge	$10^\circ 20'$ Krebs	$20^\circ 15'$ westlich.

Indem nun Ptolemäus annimmt, dass für die mittlere Länge der Sonne gleich 10° Krebs die Digressionen von den hier ermittelten nicht verschieden sein werden*), nimmt er:

$$ADB = 270^\circ, \alpha = 20^\circ 15', \beta = 26^\circ 15', \text{ folglich}$$

$$BEP = \frac{\alpha + \beta}{2} = 23^\circ 15'; DBE = \frac{\beta - \alpha}{2} = 3^\circ 0'$$

$$BE = \frac{BP}{\sin \frac{\alpha + \beta}{2}}; ED = x = BE \sin DBE = r \frac{\sin \frac{\beta - \alpha}{2}}{\sin \frac{\beta + \alpha}{2}}$$

daher für $OA = R + \rho = 1: \log x = 8.67554$, oder für

$$EA = R + \rho + e = 1: x = 0.04327 = 2^p 35.8$$

(Ptolemäus findet $5^p 12'$ für $AE = 120^p$). Da nun ED nahe die Hälfte von OE ist, so nimmt Ptolemäus $ED = OD$; da ferner in Folge dessen $OB = BE$ und wegen der relativen Kleinheit von OD auch BO' sehr nahe gleich $BE + OO'$ ist, so wird für $R + \rho = 1$:

$$BE + \rho = R$$

$$1 = R + \rho$$

*) Ptolemäus vernachlässigt also die Verschiedenheit der Digression für die sehr nahe bei einander gelegenen Epicykelmittelpunkte.

daher $2\rho = 1 - BE$, und da $\log BE = 9.95674$ ist, so wird

$$\log \rho = 8.67582 \text{ also auch sehr nahe } \rho = \frac{1}{2} OE$$

$$\log R = 9.97890, \text{ also für } EA = 1 : R = 0.87012 = 52'' 12.4$$

(Ptolemäus erhält $104'' 22'$ für $AE = 120''$). Es wird daher endlich:

$\log R = 0.00000$	$R = 1.0000 = 60''$	nach Ptolemäus*)
$\log r = 9.57416$	$r = 0.3751 = 22 \ 30.4$	$60'' - 22 \ 30$
$\log e = 8.99782$	$e = 0.0995 = 5 \ 58.2$	$6 -$
$\log \frac{1}{2} e = 8.69679$	$\frac{1}{2} e = 0.0497 = 2 \ 59.1$	$3 -$

Und es ist $OE = e$; $OO' = OD = DE = \frac{1}{2} e$.

Sei nun wieder (Fig. 32) $AOO' = ADB = M$ die Entfernung des mittleren Sonnenortes vom Apogäum, so ist

$$\begin{aligned} O'D &= e \cos \frac{1}{2} M \\ \sphericalangle BDO' &= \frac{3}{2} M \\ \sin O'BD &= \frac{O'D}{O'B} \sin \frac{3}{2} M \end{aligned}$$

oder $O'B$ als Einheit genommen:

$$\sin O'BD = e \cos \frac{M}{2} \sin \frac{3M}{2}. \quad (1)$$

Ferner ist:

$$BD = O'B \frac{\sin \left(\frac{3M}{2} + O'BD \right)}{\sin \frac{3M}{2}}$$

oder da $O'B = 1$ ist:

$$BD = \frac{\sin \left(\frac{3M}{2} + O'BD \right)^{**})}{\sin \frac{3M}{2}} \quad (2)$$

$$\begin{cases} BE \cos v = BD \cos M + \frac{e}{2} \\ BE \sin v = BD \sin M \end{cases} \quad (3)$$

Da die Werte von BE und v ausser von der Constanten e nur von M abhängen, so kann man dieselben mit dem Argumente M tabulieren.

*) In den „Hypothesen“ nimmt Ptolemäus $ED = 3''$; $OD = O'O = 2'' 50'$.

**) Für $M = 120^\circ$ wird $BD = \cos O'BD + \cos \frac{3M}{2} \cdot e \cos \frac{M}{2} = 1 - \frac{e}{2}$.

Die grössten Digressionen finden sich aus

$$\sin \frac{b + a}{2} = \frac{r}{BE}$$

$$\frac{b - a}{2} = M - v$$

wobei b die westliche und a die östliche Digression bedeutet. In der folgenden Tafel der Bewegung des Mercur, welche als Beispiel für die Ptolemäischen Planetentafeln aufgenommen wurde, habe ich diese Werte hinzugefügt; man entnimmt hieraus für die Ptolemäischen Beobachtungen die in der folgenden Tabelle entnommenen Werte, die mit den beobachteten verglichen, die angeschriebenen Differenzen ergeben.

Datum in Tagen der jul. Periode	Mittlerer Ort der Sonne — Π	Beobachtete Digression a	b	Digression aus der Tafel a	b	Differenz Beob.-Rech.
1769 303	119° 45'	21° 15'	—	21° 14'	—	+ 1'
1770 155	240 0	—	21° 15'	—	21° 14'	+ 1
1771 617	240 30	26 30	—	26.33	—	— 3
1772 590	120 0	—	26.30	—	26.33	— 3
1625 769	132 22	—	25.50	—	26. 6	— 16
1625 872	203 42	24.10	—	24.35	—	— 25
1627 702	237 2	26.30	—	26.27	—	+ 3
1625 962	322 2	21.40	—	21.48	—	— 8
1635 161	29 22	—	21. 0	—	21. 3	— 3
1654 159	49 2	—	22.30	—	22.51	— 21
1770 276	359 15	—	19. 3	—	19. 3	0 *)
1770 461	181 5	23.15	—	23 15	—	0 *)
1768 725	270 5	26.15	—	26.15	—	0 *)
1772 016	270 20	—	20.15	—	20.15	0 *)

Die Übereinstimmung ist besser, als man vermuthen könnte, da sich ja Fehler der Beobachtung und der Theorie vereinigen.

Zur Bestimmung der Epoche der mittleren Anomalie hat man für eine Beobachtung aus dem mittleren Ort der Sonne wieder v und EB nach den Formeln (1), (2), (3) zu rechnen. Ist ferner L der beobachtete wahre Ort des Planeten, so ist

$$BEP = L - (\Pi_0 + v)$$

$$\sin BPE = \frac{BE}{BP} \sin BEP^{**})$$

$$LBP = BPE + BEP$$

*) Diese vier Beobachtungen wurden zur Bestimmung von OE , BP , OO' und DE verwendet.

**) Das Aufschlagen des Sinus ist zweideutig, und gibt die Winkel BPE und $180 - BPE$. In dem folgenden Beispiele ist $BPE = 309^\circ 58' 2$ und $230^\circ 1' 8$;

$$LB\Pi = M - v$$

$$A = \Pi BP = LBP - LB\Pi$$

Ptolemäus beobachtete*):

2. Jahr Antonin (886 Nabonassar) 2. Epiphi $7\frac{1}{2}^h = +139$ Mai 17 = 1771 964 jul. Per. den Mercur vor seiner grössten Digression in $17\frac{1}{2}^\circ$ Zwillinge; der mittlere Ort der Sonne war nach den Tafeln $22^\circ 34'$ Stier; es ist demnach $M = 222^\circ 34'$, $L = 77^\circ 30'$, $M - v = -2^\circ 4'1$, $LBP = 97^\circ 48'9$, $LB\Pi = -2^\circ 4'1$, demnach die Anomalie für die Zeit der Beobachtung $99^\circ 53'0$. Ptolemäus findet $99^\circ 27'$.

Eine ältere Beobachtung 484. Jahr Nabonassar 18. Thot gab $L = 3\frac{1}{3}^\circ$ Scorpion = $213^\circ 20'$; mittlerer Ort der Sonne $20^\circ 50'$ Scorpion, und das Apogäum mit Rücksicht auf Präcession 6° Wage, daher wird $M = 44^\circ 50'$; $M - v = +1^\circ 52'9$; Anomalie = $212^\circ 31'2$ (Ptolemäus findet $212^\circ 34'$). Eine Correction der Bewegung der Anomalie folgt nicht.

Zur Bestimmung des wahren Ortes aus dem mittleren hat man nunmehr die Formeln (1), (2), (3) zu rechnen und dann:

$$\sin BEP = \frac{PB}{BE} \sin (LBP - BEP)$$

und da

$$LBP = A + LB\Pi = A + M - v$$

ist

$$\operatorname{tg} BEP = \frac{PB \sin (A + M - v)}{BE + PB \cos (A + M - v)}$$

$$\text{Wahre Länge} = \Pi_0 + v + BEP.$$

Übertragen auf den 1. Thot des Jahres 1 Nabonassar ist nach Ptolemäus:

$$\Pi_0 = 1^\circ 10' \text{ Wage}$$

$$A_0 = 21^\circ 55'$$

$$\text{mittlere Länge } L_0 = 0^\circ 45' \text{ Fische.}$$

Zur leichteren Berechnung der Planetenorte construierte Ptolemäus Planetentafeln. Eine Tafel gibt die mittleren Bewegungen μt und $\mu' t$ in Länge und Anomalie für je 18 Jahre, für jedes einzelne Jahr,

der erste Wert gibt die Anomalie $292^\circ 28'2$, der wegen der Bewegung in Anomalie unzulässig ist, der zweite Wert gibt $212^\circ 31'2$. Die Lösung der umgekehrten Aufgabe

$$\sin BEP = \frac{PP}{BE} \sin BPE$$

ist eindeutig, da $BEP < 90^\circ$ ist.

*) Almagest, IX. Buch, 10. Cap.

für je 30 Tage und für jeden einzelnen Tag und jede Stunde (wie auch für die Sonne und den Mond). Dann ist

$$M = M_0 + \mu t = L_0 + \mu t - \Pi_0$$

$$A = A_0 + \mu' t.$$

Zur Bestimmung der Ungleichheit hat er eine Tafel mit 8 Columnen. Die erste und zweite gibt das Argument von 6° zu 6° ; die dritte und vierte Colonne enthält den Wert $M - v$ in zwei Theile zerfällt; die Summe der beiden Columnen ist in der nebenstehenden Tafel in Colonne I nach den Formeln (1), (2), (3) pag. 137 für den Mercur bestimmt, für die übrigen Planeten gelten die Formeln (1), (2) pag. 117.

In der mittleren Entfernung OB und in den Maximal- und Minimalfernungen AE , EC sind ferner die Prosthapheräsen $PEB = P$ für dasselbe Argument $A + M - v$ bestimmt durch:

$$\operatorname{tg} P_{\min.} = \frac{PB \sin (A + M - v)}{EA + PB \cos (A + M - v)}$$

$$\operatorname{tg} P_{\text{mittl.}} = \frac{PB \sin (A + M - v)}{BO + PB \cos (A + M - v)}$$

$$\operatorname{tg} P_{\max.} = \frac{PB \sin (A + M - v)}{EC + PB \cos (A + M - v)}$$

wobei die Minimalentfernung EC ungefähr bei $M = 120^\circ$ stattfindet. Ptolemäus gibt nun die Werte von

$$D_- = P_{\text{mittl.}} - P_{\min.}$$

$$D_+ = P_{\max.} - P_{\text{mittl.}}$$

in den Columnen 5, 6, 7 (in der folgenden Tafel III, IV, V). Für den Mercur sind die grössten Werte von P : $P'_{\text{mittl.}} = 22^\circ 1' 9''$ (für $A + M - v = 107^\circ 45'$); $P'_{\min.} = 19^\circ 3' 1''$ (für $A + M - v = 110^\circ$); $P'_{\max.} = 23^\circ 53' 6''$ (für $A + M - v = 110^\circ$). Unter der Voraussetzung, dass für irgend einen Wert von $A + M - v$:

$$\frac{P - P_{\text{mittl.}}}{P_{\min.} - P_{\text{mittl.}}} = \frac{P' - P'_{\text{mittl.}}}{P'_{\min.} - P'_{\text{mittl.}}} = x$$

$$\frac{P - P_{\text{mittl.}}}{P_{\max.} - P_{\text{mittl.}}} = \frac{P' - P'_{\text{mittl.}}}{P'_{\max.} - P'_{\text{mittl.}}} = x$$

ist, kann x durch die drei Werte von P' bestimmt werden, und dann ist

$$P = P_{\text{mittl.}} + x D_- \quad \text{für negative } x$$

$$P = P_{\text{mittl.}} + x D_+ \quad \text{für positive } x.$$

Arg.	I $M - v$	II x	III D_-	IV P	V D_+	VI a	VII b	Arg.
0°	+0° 0'—	— 1·000	+0° 0'—	+0° 0'—	+0° 0'—	19° 3'	19° 3'	360°
10	0 26	— 0·972	0 16	2 43	0 9	18 42	19 34	350
20	0 52	— 0·868	0 32	5 25	0 19	18 31	20 14	340
30	1 17	— 0·759	0 48	8 3	0 28	18 29	31 3	330
40	1 42	— 0·587	1 5	10 36	0 38	18 35	21 59	320
50	2 4	— 0 386	1 21	13 2	0 48	18 48	22 57	310
60	2 25	— 0·168	1 38	15 18	0 58	19 7	23 57	300
70	2 42	+ 0·076	1 55	17 21	1 8	19 29	24 52	290
80	2 54	+ 0·387	2 12	19 8	1 19	19 51	25 39	280
90	3 0	+ 0·654	2 29	20 34	1 29	20 15	26 15	270
100	3 0	+ 0·846	2 45	21 34	1 40	20 36	26 36	260
110	2 53	+ 0·957	2 58	22 1	1 49	20 56	26 42	250
120	2 39	+ 1·000	3 8	21 47	1 57	21 14	26 33	240
130	2 21	+ 0 961	3 11	20 44	2 1	21 30	26 12	230
140	1 58	+ 0·901	3 4	18 42	1 59	21 45	25 40	220
150	1 31	+ 0·815	2 42	15 31	1 48	22 2	25 4	210
160	1 2	+ 0·727	2 4	11 12	1 24	22 21	24 25	200
170	0 31	+ 0·675	1 7	5 54	0 46	22 46	23 49	190
180	+0 0—	+ 0·653	+0 0—	+0 0—	+0 0—	23 15	23 15	180
Arg.	$M - v$	x	D_-	P	D_+	b	a	Arg.

Hat man daher M und A bestimmt, so nimmt man mit dem Argumente M die Werte $M - v$ und x aus den Columnen I, II; mit dem verbesserten Argumente $A + M - v$ die Werte D_- und P , wenn x negativ ist; aber P und D_+ , wenn x positiv ist*), dann ist die Prosthapheräse gleich

$$P + xD$$

und die wahre Länge gleich

$$II + M - (M - v) + (P + xD)**).$$

Je nachdem das Argument links oder rechts genommen wird, gilt auch das linke oder rechte Zeichen.

a und b sind die grössten östlichen und westlichen Digressionen mit dem Argumente $M =$ Entfernung der mittleren Sonne vom Apogäum des Deferenten; für das linke Argument gilt die Bezeichnung am Kopfe, für das rechte Argument die Bezeichnung am Fusse der Tafel.

*) Für den Mond ist die Einrichtung besser, weil dieser Unterschied wegfällt; auch für die Planeten hätte sich leicht dieselbe Anordnung der Tafeln geben lassen.

**) Für II ist die wegen Präcession corrigierte Länge des Apogäums zu setzen.

Beispiel 1:

$$M = 50^\circ, A = 238^\circ, \Pi = 190^\circ$$

$$\begin{array}{l} \text{Arg. } M = 50^\circ : M - v = +2^\circ 4'; x = -0.386 \\ -(M - v) = -2^\circ 40' \text{ Arg. } A + M - v = 240^\circ 4'; D_- = -3^\circ 8'; P = -21^\circ 47' \\ +(P + xD) = -20^\circ 34' \quad \quad \quad +xD = +1^\circ 13' \\ \hline 26^\circ 46' \end{array}$$

$$\Pi = 190^\circ$$

$$\text{Wahre Länge} = \overline{216^\circ 46'} = 6^\circ 46' \text{ Scorpion}$$

Beispiel 2:

$$\begin{array}{l} M = 260^\circ; A = 323^\circ; M - v = -3^\circ 0'; x = +0.846 \\ -(M - v) = +3^\circ 0'; A + M - v = 320^\circ 0'; P = -10^\circ 36'; D_+ = -0^\circ 38' \\ +(P + xD) = -11^\circ 8' \quad \quad \quad xD = -32' \\ \hline 251^\circ 52' \end{array}$$

$$\Pi = 190^\circ$$

$$\text{Wahre Länge} = \overline{81^\circ 52'} = 21^\circ 52' \text{ Zwillinge.}$$

IV.

DIE BREITENBEWEGUNGEN DES ALMAGEST.

Die Darstellung der Breitenbewegungen fällt bei Ptolemäus ausserordentlich compliciert aus, woran hauptsächlich der folgende Umstand Schuld ist, der bereits früher erwähnt wurde, dessen Folgen jedoch sich hier am klarsten zeigen und dessen Nichtbeachtung der Interpretation der Ptolemäischen Theorie bedeutende Hindernisse in den Weg gelegt haben.

Denken wir uns für die oberen Planeten den Deferenten $A''E''$ (Fig. 34) um einen gewissen Winkel J gegen die Ekliptik $E''m$ geneigt, den Epicykel $a''b''$ parallel zur Ekliptik, so also, dass der Winkel $b''A''E''$ auch gleich J ist, so müssen die Erscheinungen dieselben sein, wie sie in der Natur auftreten, worauf wir bei späterer Gelegenheit*) zu sprechen kommen werden. Nun muss aber der Epicykel, der, wie schon erwähnt, bei den oberen Planeten das Bild der Erdbahn ist, beständig parallel zur Ekliptik bleiben. Diese gleichmässig fortschreitende Bewegung bei unveränderlicher absoluter Lage im Raume war jedoch ein den Alten fremdartiger Gedanke, was wir schon daraus sehen können, dass sie die Anomalien immer vom instantanen Apogäum zählten**). So denkt sich nun Ptolemäus auch, dass der Epicykel ab mit seiner Projection $\alpha\beta$ auf den Deferenten fest verbunden ist, dieser aber so im Umkreis des Deferenten herumgeführt wird, dass

*) S. das Copernicanische System.

**) Noch heute findet man, dass bei sehr Vielen die Erkenntnis von der Rotation des Mondes um seine Axe in der Zeit des synodischen Umlaufes desselben mit Schwierigkeiten verbunden ist, indem immer nur die relative Lage der Verbindungslinie Erde—Mond gegenüber dem Beobachter und nicht die absolute Lage dieser Verbindungslinie im Raume betrachtet wird. Da hierin der Schwerpunkt der hier gegebenen Erklärung liegt, und sich hieraus eine sehr gute Übereinstimmung des Ptolemäischen Textes ergibt, so will ich den hierher gehörigen Theil (Alma-

die Apsidenlinie Ea mit dem Epicykel fest verbunden bleibt, woraus nothwendig folgen müsste, dass die Knotenlinie sich dreht. Nehmen wir z. B. den Mars, bei welchem Ptolemäus die Knotenlinie nahe senkrecht zur Apsidenlinie nimmt; in A das Apogäum, so ist $a''A''a''$ die Neigung des Epicykels gegen den Deferenten, die Knotenlinie $\Omega'\Upsilon' \perp EA$. Nun müsste in B wegen der Drehung des ganzen Epicykels die Knotenlinie $(\Omega')(\Upsilon')$ sein, thatsächlich ist sie aber $\Omega_1'\Upsilon_1'$. Das Einfachste wäre nun gewesen, eine Drehung der Knotenlinie anzunehmen. Statt dessen aber nimmt Ptolemäus an, dass sich der Durch-

gest, XIII. Buch, 1. und 2. Cap.) anführen, wobei die in denselben eingeschalteten Ziffern auf die bei der oben gegebenen Erklärung stehenden hinweisen.

Πάλιν δὲ ἐπὶ μὲν τῶν τριῶν πλανωμένων, Κρόνου τε καὶ Διὸς καὶ Ἀρεως, παρατηρήσαμεν ὅτι, ὅταν μὲν περὶ τὸ ἀπογειότερον τμήμα τοῦ ἐκκέντρου τυγχάνωσιν αἱ κατὰ μῆκος αὐτῶν πάροδοι, βορειότεροι (5) τὸ πλεῖστον αἰεὶ τοῦ διὰ μέσων φαίνονται, καὶ τῷ πλείστῳ τότε βορειότεροι κατὰ τὰς ἐν τοῖς περιγείοις τῶν ἐπικύκλων παρόδους, τῶν ἐν τοῖς ἀπογείοις ὅταν δὲ περὶ τὸ περιγείότερον τμήμα τοῦ ἐκκέντρου τυγχάνωσιν αἱ κατὰ μῆκος αὐτῶν πάροδοι, κατὰ τὴν ἐναντίαν τάξιν, νοτιώτεραι φαίνονται τοῦ διὰ μέσων. καὶ ὅτι τὰ βορειότατα πέρατα τῶν ἐκκέντρων, ἐπὶ μὲν τοῦ τοῦ Κρόνου καὶ τοῦ τοῦ Διὸς, περὶ τὰς ἀρχὰς ἐστὶ τοῦ τῶν χηλῶν δωδεκατημορίου, ἐπὶ δὲ τοῦ τοῦ Ἀρεως περὶ τὰ τελευταῖα τοῦ καρκίνου, καὶ σχεδὸν περὶ αὐτὸ τὸ ἀπογειότατον. Ὡς ἐκ τούτων συνάγεσθαι, διότι τῶν μὲν ἐκκέντρων αὐτῶν τὰ μὲν κατὰ τῶν εἰρημένων μερῶν τοῦ ζωδιακοῦ πρὸς τὰς ἄρκτους ἐγκέκλιται τὰ δὲ διάμετρα τῷ ἴσῳ πρὸς μεσημβρίαν, τῶν δὲ ἐπικύκλων αἰετὰ περίγεια, ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῇ τῶν ἐκκέντρων ἐγκλίσει, τῶν πρὸς ὀρθὰς γωνίας διαμέτρων ταῖς διὰ τῶν ἀπογείων αὐτῶν παραλλήλων πάντοτε μενουσῶν τῷ τοῦ διὰ μέσων ἐπιπέδῳ. (4) Ἐπὶ δὲ Ἀφροδίτης καὶ Ἑρμοῦ παρατηρήσαμεν ὅτι, ὅταν μὲν κατὰ τῶν ἀπογείων ἢ περιγείων τοῦ ἐκκέντρου τυγχάνωσιν αἱ κατὰ μῆκος αὐτῶν πάροδοι τότε αἱ μὲν κατὰ τὰ περίγεια τῶν ἐπικύκλων κινήσεις οὐδενὶ κατὰ πλάτος διαφέρουσι τῶν κατὰ τὰ ἀπογεια (7), ἀλλὰ ὁμοίως ἔσται βορειότεραι τοῦ διὰ μέσων εἰσὶν ἢ νοτιώτεραι ἐπὶ μὲν Ἀφροδίτης πάντοτε βορειότεραι, ἐπὶ δὲ Ἑρμοῦ τὸ ἐναντίον πάντοτε νοτιώτεραι (6).

Αἱ δὲ κατὰ τὰς μεγίστας ἀποστάσεις αὐτῶν πάροδοι, ἀλλήλων μὲν τῷ πλείστῳ διαφέρουσι, τουτέστιν αἱ ἐφ' οἷς τῶν ἐσπερίων. Τῶν δὲ κατὰ τὰ ἀπόγεια καὶ περίγεια τῶν ἐπικύκλων, τουτέστι τῆς παρὰ τὸν ἐκκεντρον διαφορᾶς εἰς τὰ ἐναντία τῷ ἴσῳ πάλιν τῆς ἐπομένης καὶ ἐσπερίου μεγίστης ἀποστάσεως, ἐπὶ μὲν τοῦ τῆς Ἀφροδίτης κατὰ τὸ ἀπόγειον τοῦ ἐκκέντρου βορειότερας γινομένης, καὶ κατὰ τὸ περίγειον νοτιωτέρας, ἐπὶ δὲ Ἑρμοῦ τὸ ἐναντίον κατὰ τὸ ἀπόγειον νοτιωτέρας, καὶ κατὰ τὸ περίγειον βορειότερας (9). Ὅταν δὲ κατὰ τῶν συνδέσμων ᾧσιν αἱ κατὰ μῆκος αὐτῶν διευκρινημέναι πάροδοι, τότε αἱ μὲν ἐφ' ἑκάτερα τῶν ἐπικύκλων ἀπὸ τῶν ἀπογείων ἢ περιγείων τεταρτημοριαῖαι διαστάσεις, ἐν τῷ τοῦ διὰ μέσων ἐπιπέδῳ τυγχάνουσιν ἀμφοτέραι (10) αἱ δὲ κατὰ τῶν περιγείων πάροδοι τῷ πλείστῳ διαφέρουσι τῶν κατὰ τὰ ἀπόγεια. Καὶ ἐπὶ μὲν τοῦ τῆς Ἀφροδίτης ποιοῦνται τὴν ἐκλινῆσιν ἐπὶ μὲν τοῦ κατὰ τὸ ἀφαιρετικὸν ἡμικύκλιον (11) συνδέσμου πρὸς μεσημβρίαν, ἐπὶ δὲ τοῦ ἐναντίου πρὸς τὰς ἄρκτους, ἐπὶ δὲ τοῦ τοῦ Ἑρμοῦ πάλιν τὸ ἐναντίον ἐπὶ μὲν τοῦ κατὰ τὸ ἀφαιρετικὸν ἡμικύκλιον συνδέσμου πρὸς ἄρκτους, ἐπὶ δὲ τοῦ ἐναντίου πρὸς μεσημβρίαν. Ὡς καὶ ἐκ τούτου συνάγεσθαι διότι αἱ μὲν τῶν ἐκκέντρων ἐγκλίσεις κινούμεναι καὶ αὐταὶ συναποκαθίζανται

messer $a'b'$ um einen kleinen, auf der Ebene des Deferenten senkrecht stehenden Kreis dreht, dessen Mittelpunkt bei b ist (1).

In *I* ist b oberhalb des Deferenten, gegen *II* hin wird es sich dem Deferenten nähern, in *II* fällt b in den Deferenten hinein. Nun setzt sich die Bewegung im selben Sinne fort; gegen *III* hin wird b unter den Deferenten herabsinken, über *III* hinaus sich demselben wieder nähern und nach dem Durchgange durch denselben in *IV* gegen *I* hin wieder steigen. Die Periode der Bewegung in diesem kleinen Kreise ist also gleich der Umlaufszeit des Epicykels im Deferenten (1).

ταῖς περιόδοις τῶν ἐπικύκλων, περὶ μὲν τοὺς συνδέσμους ὄντων αὐτῶν, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ γινόμεναι τῷ διὰ μέσων, περὶ δὲ τὰ ἀπόγεια καὶ περίγεια τῷ πλείσῳ (8), ἐπὶ μὲν τοῦ τῆς Αφροδίτης βορειότερον ποιῶσαι τὸν ἐπίκυκλον, ἐπὶ δὲ τοῦ τοῦ Ερμού νοτιώτερον. Οἱ δ' ἐπίκυκλοι δύο ποιῶνται διαφορὰς, τὰς μὲν διὰ τῶν φαινομένων ἀπογείων διαμέτρους τὸ πλείστον ἐγκλίνοντες κατὰ τοὺς συνδέσμους τῶν ἐκκέντρων, τὰς δὲ πρὸς ὀρθὰς ταύταις τὸ πλείστον λοξοῦντες (15), τούτῳ γὰρ ἡμῖν τῷ ὀνόματι ἡ τοιαύτη κλίσις διακεκρίσθω κατὰ τὰ ἀπόγεια καὶ τὰ περίγεια τῶν ἐκκέντρων. τὸ δ' ἐναντίον, ἐκείνας μὲν ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τοῦ ἐκκέντρου ποιῶντες κατὰ τὰ ἀπόγεια αὐτοῦ καὶ τὰ περίγεια (14), ταύτας δ' ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τοῦ διὰ μέσων κατὰ τοὺς εἰρημένους συνδέσμους (16).

Συναγεται δὴ τὸ καθόλου τῶν ὑποθέσεων τοιοῦτον, ὅτι οἱ μὲν ἑκκεντροὶ κύκλοι τῶν πέντε πλανωμένων ἐγκεκλιμένοι τυγχάνουσι πρὸς τὸ τοῦ διὰ μέσων ἐπίπεδον, περὶ τὸ κέντρον τοῦ ζωδιακοῦ. Ἀλλ' ἐπὶ μὲν τῶν τριῶν Κρόνου καὶ Διὸς καὶ Ἀρεως μονίμως, ὥς τε τὰς κατὰ διάμετρον παρόδους τῶν ἐπικύκλων εἰς τὰ ἐναντία φέρεσθαι τοῦ πλάτους. Ἐπὶ δ' Αφροδίτης καὶ Ερμού συμμεθιζάμενοι τοῖς ἐπικύκλοις ἐπὶ τὸ αὐτὸ πλάτος, ἐπὶ μὲν Αφροδίτης αἰεὶ πρὸς ἄρκτους, ἐπὶ δὲ Ερμού πρὸς μεσημβρίαν (6).

Τῶν δ' ἐπικύκλων αἱ μὲν διὰ τῶν φαινομένων ἀπογείων διάμετροι, ἀπὸ τινος ἀρχῆς ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τοῦ ἐκκέντρου γενόμεναι παραφέρονται ὑπὸ κυκλίσκων παρακειμένων (1) φέρ' εἰπεῖν τοῖς περιγείοις αὐτῶν πέρασι, συμμετρῶν μὲν τῇ τηλικαύτῃ πρὸς τὸ πλάτος παραχωρήσει, ὀρθῶν δὲ πρὸς τὰ τῶν ἐκκέντρων ἐπίπεδα, καὶ τὰ κέντρα ἔχόντων ἐν αὐτοῖς, περιεσφρομένων δ' ὠμαλῶς καὶ ἀκολούθως ταῖς κατὰ μῆκος παρόδοις ἀπὸ τῆς ἐτέρας τῶν κατὰ τὰς τομὰς τῶν ἐπιπέδων αὐτῶν τε καὶ τῶν ἐπικύκλων ἀρχῆς, ὡς πρὸς τὰς ἄρκτους καθ' ὑπόθεσιν, καὶ συμπαραγόντων τὰ ἐπίπεδα τῶν ἐπικύκλων, κατὰ μὲν τὴν ἐπὶ τὸ πρῶτον τεταρτημόριον εσφρῆν, ἐπὶ τὸ βορειότατον δηλονότι πέρας, κατὰ δὲ τὴν ἐξῆς ἐπὶ τὸ τοῦ ἐκκέντρου πάλιν ἐπίπεδον, κατὰ δὲ τὴν ἐπὶ τὸ τρίτον ἐπὶ τὸ νοτιώτατον πέρας, κατὰ δὲ τὴν ἐπὶ τὸ λείπον ἀποκατάσσειν ἐπὶ τὸ τῆς ἀρχῆς ἐπίπεδον, καὶ ὅτι ἡ τῆς τοιαύτης ἀφέσεως ἀρχὴ τε καὶ ἀποκατάσσεις, ἐπὶ μὲν Κρόνου καὶ Διὸς καὶ Ἀρεως, ἀπὸ τῆς κατὰ τὸν ἀναβιβάζοντα σύνδεσμον τομῆς συνίστανται (3), ἐπὶ δὲ Αφροδίτης ἀπὸ τοῦ περιγείου τοῦ ἐκκέντρου, ἐπὶ δὲ Ερμού ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου (12). αἱ δὲ πρὸς ὀρθὰς γωνίας διάμετροι ταῖς προειρημέναις, ἐπὶ μὲν τῶν τριῶν ἀξέρων μένουσιν ὡς ἔφαμεν αἰεὶ παράλληλοι τῷ τοῦ διὰ μέσων ἐπιπέδῳ (4), ἢ οὐδενί γε ἀξιολόγῳ πρὸς αὐτὸ λελοξωμέναι τυγχάνουσιν, ἐπὶ δὲ Ερμού καὶ Αφροδίτης καὶ αὐταὶ γινόμεναι πάλιν ἀπὸ τινος ἀρχῆς, ἐν τῷ τοῦ διὰ μέσων ἐπιπέδῳ παραφέρονται ὑπὸ κυκλίσκων παρακειμένων τοῖς ἐπομένοις φέρ' εἰπεῖν αὐτῶν πέρασι, συμμετρῶν μὲν πάλιν τῇ τηλικαύτῃ κατὰ πλάτος παραχωρήσει, ὀρθῶν δὲ πρὸς τὸ τοῦ διὰ μέσων ἐπίπεδον, καὶ τὰ κέντρα ἔχόντων ἐπὶ τῶν διαμέτρων τῶν

Um jedoch durch diese Bewegung im Kreise keine Verschiebung in Länge zu bewirken, bemerkt Ptolemäus ausdrücklich, dass die Kreise ihre Mittelpunkte stets so weit zurückgeschoben haben, dass eine Verschiebung in Länge nicht stattfindet (2). Der Beginn der Drehung des Durchmessers ab , d. h. der Moment, wo ab in den Deferenten fällt, liegt bei Saturn, Jupiter und Mars in dem aufsteigenden Knoten des Deferenten (3). Eine ähnliche Drehung könnte man für den Halbmesser cd voraussetzen, indem d bei I in dem Deferenten liegt, gegen II hin sich über denselben erhebt, in II seine höchste Lage erreicht, gegen III hin wieder zu dem Deferenten herabsinkt, zwischen III und IV unter demselben ist und von IV bis I sich wieder erhebt. Hier aber nimmt Ptolemäus kürzer an, dass dieser Durchmesser cd immer parallel zur Ekliptik bleibt (4).*)

Über die Lage der Knoten sagt Ptolemäus, dass die Planeten Saturn, Jupiter und Mars nördlich von der Ekliptik erscheinen, wenn der Epicykelmittelpunkt in derjenigen Hälfte des Deferenten liegt, in welcher das Apogäum sich befindet (5), also in A ; dass unter allen Breiten dann die grössten auftreten, wenn der Planet im Perigäum des Epicykels ist, also in b' , woraus folgt, dass die Apogäen der Deferenten nördlich von der Ekliptik liegen und die Perigäen der Epicykeln in dem-

παρραλλήλων τῷ τοῦ διὰ μέσων ἐπιπέδῳ, περιεφερομένων δὲ ἰσοταχῶς τοῖς ἄλλοις ἀπὸ τῆς ἐτέρας τῶν κατὰ τὰς τομὰς τῶν ἐπιπέδων αὐτῶν τε καὶ τῶν ἐπικύκλων ἀρχῆς, ὡς πρὸς τὰς ἄρκτους πάλιν καθ' ὑπόθεσιν (1), καὶ συμπαραγόντων τὰ πρὸς ἐσπέραν πέρατα τῶν ἐκκειμένων διαμέτρων κατὰ τὴν αὐτὴν τάξιν δηλονότι τῇ προειρημένῃ. Καὶ ἔτι καὶ ἐπὶ τούτων ἡ τῆς ὁμοίας ἀφέσεως ἀρχὴ τε καὶ ἀποκατάστασις, ἐπὶ μὲν τοῦ τῆς Αφροδίτης ἀπὸ τοῦ κατὰ τὸ προσθετικὸν ἡμικύκλιον συνδέσμου συνίσταται, ἐπὶ δὲ τοῦ τοῦ Ερμού ἀπὸ τοῦ κατὰ τὸ ἀφαιρετικόν (13).

Δεῖ μέντοι, περὶ τῶν εἰρημένων κυκλίσκων, ὅφ' ὧν αἱ παραφοραὶ τῶν ἐπικύκλων ἀποτελοῦνται, τοῦτο προλαβεῖν. ὅτι διχοτομοῦνται μὲν ὑπὸ τῶν ἐπιπέδων καὶ αὐτοί, περὶ δ' αὖ τὰς παραφοράς τῶν ἐγκλίσεων γίνεσθαι φαιμέν. οὕτω γὰρ ἂν μόνως ἴσας τὰς ἐφ' ἑκάτερα κατὰ πλάτος αὐτῶν παρόδους συνίστασθαι συμβαίνει. Τὰς μέντοι πρὸς ὁμαλήν κίνησιν περιφοράς οὐ περὶ τὸ ἴδιον κέντρον ἔχουσιν ἀποτελουμένας, περὶ τι δὲ ἕτερον τὸ ποιῆσον τὴν αὐτὴν ἐκκεντρότητα πρὸς τὸν κυκλίσκον τῇ κατὰ μῆκος τοῦ ἀξέρος πρὸς τὸν διὰ μέσων τῶν ζωδίων κύκλον (2). Τῶν γὰρ ἀποκαταστάσεων ἰσοχρονίων ὑποκειμένων ἐπὶ τε τοῦ ζωδιακοῦ καὶ τοῦ κυκλίσκου, καὶ ἔτι τῶν ἐν ἑκατέρῳ τεταρτημορίῳ παρόδων ἀλλήλαις κατὰ τὸ φαινόμενον ἐφαρμοζουσῶν, ἐὰν μὲν περὶ τὸ ἴδιον κέντρον ἡ περιφορά τοῦ κυκλίσκου γίνηται, τὸ προκείμενον ὁυδαμῶς συμβήσεται, τῶν μὲν κατὰ τὸν κυκλίσκον παρόδων ἕκασον τῶν τεταρτημορίων ἰσοχρονίως διερχομένων, τῶν δὲ πρὸς τὸν ζωδιακὸν τοῦ ἐπικύκλου θεωρουμένων, μηκέτι, διὰ τὴν καθ' ἕκασον ὑποκειμένην ἐκκεντρότητα. Εἰάν δὲ περὶ τὸ τῇ θέσει ὅμοιον τῷ τοῦ ἐκκέντρου καὶ τῶν τεταρτημορίων τὰ ἐφαρμόζοντα τοῦ τε ζωδιακοῦ καὶ τοῦ κυκλίσκου, κατὰ τοὺς ἴσους χρόνους αἱ τῶν ἐγκλίσεων ἀποκαταστάσεις διελεύσονται.

*) Für Venus und Mercur werden auch hier kleine Kreise angenommen.

selben Sinne vom Deferenten abweichen, wie diese von der Ekliptik (d. h. in demjenigen Theile, wo der Deferent nördlich von der Ekliptik ist, ist auch das Perigäum des Epicykels nördlich vom Deferenten) während die zu den Apsiden rechtwinkeligen Durchmesser immer parallel zur Ekliptik bleiben (4). Die Lage der Knoten wird dadurch bestimmt, dass die nördlichsten Punkte der Deferenten für Saturn und Jupiter im Anfang der Wage, für Mars zu Ende des Krebses (in der Nähe des Apogäums) liegen*).

Dabei sind nach unserer jetzigen Kenntniss die Winkel $i = bA\beta$ und $J = AEm$ als gleich angenommen. Ptolemäus hatte diese Kenntniss nicht und nahm auch die Neigung des Deferenten J von der Neigung des Epicykels i verschieden an. Man sieht aber, dass in der Theorie der Bewegung dadurch keine wesentliche Änderung eintritt und die Verhältnisse der Qualität nach dieselben bleiben und nur der Quantität nach sich ändern. Der Erfolg ist, wie man sieht, eine variable Neigung des Epicykels. Da cd beständig parallel der Ekliptik bleibt, so ist in II und IV $i' = J$, in I und III wird eine andere Neigung i sein, von I nach II geht die wahre Neigung, gemessen in der durch Bn gehenden auf der Ekliptik senkrecht stehenden Ebene von i nach i' über, von II nach III wieder von i' nach i u. s. w. Die Ursache zur Annahme dieser Veränderlichkeit sind natürlich Beobachtungsfehler.

Für Venus und Mercur hat der Deferent keine constante Neigung. Ptolemäus fand nämlich aus seinen Beobachtungen, dass Venus durch den Deferenten stets gegen Norden, Mercur gegen Süden getragen werde (6), und dass diese Erscheinung nur dann nicht eintritt, wenn der Epicykelmittelpunkt sich 90° vom Apogäum oder Perigäum des Deferenten befindet**). Daraus schliesst Ptolemäus, dass die Knotenlinie des Deferenten 90° von der Apsidenlinie absteht, und dass der Deferent um diese Linie schwankt, bis zu einer Maximalneigung J . Ist der Epicykel in B (Fig. 35), so fällt der Deferent mit der Ekliptik zusammen; in dem Masse, als der Epicykel sich von B gegen C hinbewegt, steigt der Deferent über die Ekliptik bis zur Maximalelongation J , fällt dann

*) Man hat:

	Länge des Apogäums		Länge der grössten Breite des Deferenten	Breite des Deferenten
			nach Ptolemäus, Almagest, XIII. Buch, 6. Cap.	nach Proclus Diadochus Hypothesen
Saturn.....	23°	Scorpion	3° 0' Wage	3° Wage
Jupiter	10° 40'	Jungfrau	0° 40' Wage	1° Wage
Mars	25° 30'	Krebs	25° 30' Krebs	Ende des Krebses

**) Hiemit im Widerspruche steht die Bemerkung, dass keine Differenz entsteht, wenn der Epicykel im Apogäum oder Perigäum des Deferenten, und der Planet im Perigäum oder Apogäum des Epicykels ist (7).

wieder, und wenn der Epicykel in G ist, so ist die Neigung des Deferenten wieder Null. Bei der weiteren Bewegung des Epicykels gegen A wird der Deferent auf der Seite von C noch weiter sinken, also nunmehr bei A über die Ekliptik hinaufsteigen, woraus man sieht, dass, wenn die Periode der Bewegung des Deferenten gleich ist derjenigen der Bewegung des Epicykels, dessen Mittelpunkt immer oberhalb der Ekliptik liegt (8). Die Knotenlinie des Epicykels ergibt sich daraus, dass, wenn der Epicykel in den Knoten des Deferenten ist, und der Planet 90° vom Apogäum des Epicykels entfernt, also in a' oder b' , er in der Ekliptik erscheint; die Knotenlinie des Epicykels ist also senkrecht zur Knotenlinie des Deferenten, demnach parallel zur Apsidenlinie des Deferenten (was allerdings nicht richtig ist) (10). Wenn jedoch der Planet in einem anderen Punkte des Epicykels ist, z. B. in p oder p' , so wird er eine gewisse Breite haben, und zwar wird die westliche Digression (am Morgen) und die darauffolgende östliche (am Abend) auf der Seite des Apogäums d' für Venus nördliche Breiten geben, auf der Seite des Perigäums c' (in p_1 und p_1') südliche Breiten, für Mercur gerade umgekehrt (9).

Im Perigäum und Apogäum des Deferenten kann man aus der Breite der Venus in der östlichen und westlichen Digression ebenfalls auf die Lage der Bahn schliessen. Im Perigäum muss im subtractiven Theil des Epicykels (wo die Prosthapheräse subtractiv ist, im Halbkreise $c_1 a_1 d_1$) die Breite nördlich sein, im anderen Theile ($d_1 b_1 c_1$) südlich; beim Mercur umgekehrt (11). Aus beiden Angaben zusammen lässt sich schliessen, dass für Venus der linke Theil der Bahn (in Fig. 35) nördlich von der Ekliptik liegt, für den Mercur der rechte Theil*).

Die beiden auf einander senkrechten Halbmesser cd und ab werden sich wieder in kleinen Kreisen bewegen, so dass c in I im Deferenten, in II

*) Für den Mercur stimmt dieses recht gut, da der Abstand des Perihels vom absteigenden Knoten zu den Zeiten des Ptolemäus circa 23° war, die Knotenlinie demnach parallel XX' sein müsste, da der Epicykel die thatsächliche Mercursbahn vorstellt. Für die Venus jedoch ist ein scheinbarer Widerspruch vorhanden, da der Abstand des Perihels vom Knoten circa $45\frac{1}{2}^\circ$ war, also die Knotenlinie des Epicykels parallel $X_1 X_1'$ sein sollte. Man muss sich jedoch erinnern, dass hier das Perigäum nicht dasjenige der Venusbahn ist, sondern dasjenige der Erdbahn, und da die Länge des Apogäums der Erdbahn zu den Zeiten des Ptolemäus circa 65° , diejenige des Knotens der Venusbahn circa 61° war, so ist die Entfernung des Apogäums der Erdbahn von dem Knoten der Venusbahn nahe gleich 0, demnach müsste die Knotenlinie parallel zu AC sein, und die Neigung der Bahn entgegengesetzt derjenigen der Mercursbahn, oder besser gesagt, die Knoten nahe dieselben, und die Neigungen nach derselben Richtung, aber die Apogäen um nahe 180° von einander verschieden.

am meisten oberhalb, in *III* im Deferenten, in *IV* am meisten unterhalb desselben ist; der Anfangspunkt der Bewegung (die Ausweichung nach oben ist der Beginn derselben) ist für Venus im Perigäum des Deferenten, für Mercur im Apogäum (12). Die auf der Apsidenlinie senkrechten Durchmesser ab werden ebenfalls in kleinen Kreisen geführt, so dass die Bewegung für die Venus bei *II* beginnt, indem hier der in Länge vorangehende Halbmesser b im Deferenten ist, in *III* oberhalb, in *IV* im Deferenten, in *I* unterhalb. Für den Mercur natürlich ist der Beginn der Bewegung in *IV*, weil für diesen b_1 in *I* oberhalb des Deferenten ist. Der Beginn der Bewegung ist für Venus im additiven Theil des Deferenten (wo $v > M$), für Mercur im subtractiven (13). Im Apogäum und Perigäum wird daher die Apsidenlinie des Epicykels in den Deferenten fallen (14); der darauf senkrechte Halbmesser wird gegen diesen geneigt sein und eine gewisse Breite hervorbringen, welche durch die schiefe Lage dieses Halbmessers entsteht, und die Ptolemäus $\lambda\acute{o}\xi\omega\sigma\iota\varsigma$ nennt (15)*); während in den Knoten des Deferenten (*IV* und *II*) diese zu den Apsiden des Epicykels senkrechten Durchmesser in die Ekliptik fallen (16), und die Apsidenlinie des Epicykels cd gegen die Ebene des Deferenten geneigt ist und daher eine Neigung des Epicykels bewirkt, die Ptolemäus $\acute{\epsilon}\gamma\kappa\lambda\iota\sigma\iota\varsigma$ nennt. Die $\acute{\epsilon}\gamma\kappa\lambda\iota\sigma\iota\varsigma$ ist in *B* und *G* am grössten, in *A* und *C* gleich Null; die $\lambda\acute{o}\xi\omega\sigma\iota\varsigma$ ist in *A* und *C* am grössten, in *B* und *G* gleich Null; in irgend einen anderen Punkt. z. B. in *C'* combinieren sich $\acute{\epsilon}\gamma\kappa\lambda\iota\sigma\iota\varsigma$ und $\lambda\acute{o}\xi\omega\sigma\iota\varsigma$, wodurch die complicierte Berechnung der Breiten für Mercur und Venus entsteht. Hienach bleibt die Knotenlinie des Epicykels parallel zu sich selbst und parallel zur Apsidenlinie des Deferenten. Dieses folgt auch aus den Zusammenstellungen der Epochen in den „Hypothesen“ des Ptolemäus. Für den 1. Thot des Jahres 1 nach Alexanders Tode findet man daselbst z. B. für den Mercur die mittlere Länge des Epicykelmittelpunktes (s. Fig. 32) $ADB = 42^\circ 16'$, und der Abstand des nördlichsten Punktes *N* des Epicykels vom Apogäum Π , entgegengesetzt der Bewegungsrichtung $\Pi BN = 132^\circ 16'$, demnach $\Pi B\cup = 42^\circ 16'$ (da $NB\cup = 90^\circ$ ist). Für Venus ist (Fig. 35) $C'DA = 177^\circ 16'$, $\Pi C'N' = 87^\circ 16'$, also

$$\Pi C'(\delta\delta') = 177^\circ 16'.$$

Zur Bestimmung der Neigungen dienen verschiedene Wege für die oberen und unteren Planeten.

*) Delambre meint, dass Ptolemäus mit $\lambda\acute{o}\xi\omega\sigma\iota\varsigma$ die Neigung des Epicykels, mit $\acute{\epsilon}\gamma\kappa\lambda\iota\sigma\iota\varsigma$ die Neigung des Deferenten bezeichnet (Noten zur Halmaschen Ausgabe des Almagest, pag. 25 der Noten).

Für Saturn und Jupiter findet Ptolemäus keinen merklichen Unterschied in der Breite, ob der Epicykel im Apogäum oder Perigäum des Deferenten ist; merkliche Unterschiede jedoch finden sich, wenn der Planet im Apogäum des Epicykels oder im Perigäum desselben ist. Daraus folgt, dass die Excentricität des Deferenten keine wesentlich merkbare Ungleichheit hervorbringt. Sei also E (Fig. 36) die Erde, EE' die Ekliptik, ED der Deferent, ab der Epicykel, so fand sich, dass für die Stellung des Planeten im Apogäum b des Epicykels (zur Zeit der Conjunction, also des Verschwindens des Planeten in den Sonnenstrahlen und des Wiedererscheinens desselben aus den Sonnenstrahlen) der Winkel

$$bEE' = \beta$$

kleiner war, als wenn der Planet im Perigäum des Epicykels (d. h. in der Opposition) war, für welchen Punkt die Breite

$$aEE' = \alpha$$

sei. Nun ist

$$\frac{\sin y}{\sin x} = \frac{bb'}{bE} = \frac{aE}{bE}$$

wofür Ptolemäus wegen der Kleinheit von x , y und i genügend genau

$$\frac{y}{x} = \frac{ED - Db}{ED + Db} = m$$

setzt. Da ferner

$$J = \alpha - x = \beta + y$$

$$x + y = \alpha - \beta$$

ist, so folgt

$$x = \frac{1}{m + 1} (\alpha - \beta); \quad y = \frac{m}{m + 1} (\alpha - \beta)$$

$$\frac{\sin (i + x)}{\sin x} = \frac{ED}{Da}$$

oder für die mittlere Entfernung $ED = R$, $Da = Db = r$

$$m = \frac{R - r}{R + r}$$

$$x = \frac{1}{m + 1} (\alpha - \beta)$$

$$y = \frac{m}{m + 1} (\alpha - \beta)$$

$$J = \alpha - x = \beta + y$$

$$i = \left(\frac{R}{r} - 1 \right) x$$

Für den Saturn ist $\alpha = 3^\circ$, $\beta = 2^\circ$, $m = 0.803$ für die mittlere Entfernung (0.822 für das Apogäum, 0.781 für das Perigäum; Ptolemäus nimmt $\frac{18}{23} = 0.781$). Es wird

$$x = 33.3; y = 26.7; J = 2^\circ 26.7; i = 4^\circ 32' *)$$

Ptolemäus findet $x = 34'$, $y = 26'$ und setzt rund $J = 2\frac{1}{2}^\circ$, $i = 4\frac{1}{2}^\circ$.

Für Jupiter ist $\alpha = 2^\circ$, $\beta = 1^\circ$, $m = 0.674$ für die mittlere Entfernung des Epicykelmittelpunktes (0.698 für das Apogäum, 0.647 für das Perigäum; Ptolemäus gibt $\frac{29}{43} = 0.674$). Damit

$$x = 35.8, y = 24.2, J = 1^\circ 24.2, i = 2^\circ 28'.$$

Ptolemäus findet $x = 36'$, $y = 24'$ und nimmt rund $J = 1\frac{1}{2}^\circ$, $i = 2\frac{1}{2}^\circ$.

Für den Mars zeigte sich ein merklicher Einfluss der Excentricität. Die Oppositionen, in denen der Epicykelmittelpunkt im Apogäum des Deferenten war, gaben eine andere Breite $\beta = bEE'$ (Fig. 37) als diejenige, in denen der Epicykelmittelpunkt sich im Perigäum des Deferenten befand, für welchen Fall die Breite durch $aEE'' = \alpha$ gemessen wird. Indem nun Ptolemäus annimmt, dass die Neigung i in beiden Fällen dieselbe ist, so lässt sich aus der Messung von α und β der Wert von J und i finden. Es ist wieder

$$\frac{\sin x}{\sin y} = \frac{Eb}{Ea}$$

wofür man wegen der Kleinheit von x , y und i setzen kann:

$$\frac{x}{y} = m = \frac{R - r + e}{R + r - e}$$

Da nun

$$J = \beta - y = \alpha - x$$

ist, so ist

$$x - y = \alpha - \beta; x = \frac{m}{m - 1} (\alpha - \beta); y = \frac{\alpha - \beta}{m - 1}$$

$$i = \left(\frac{R}{r} - 1 \right) y$$

Die Beobachtung lieferte $\alpha = 7^\circ$, $\beta = 4\frac{1}{3}^\circ$; da nun $m = 3.88$ ist, so wird

$$x = 3^\circ 35.6, y = 0^\circ 55.6, J = 3^\circ 24.4; i = 0^\circ 28.2.$$

*) Thatsächlich sollte $i = J$ sein; es ist klar, dass, wie schon erwähnt, diese Verschiedenheit sehr leicht durch Beobachtungsfehler entstehen kann; α und β sind ja nur in runden Zahlen gegeben, β überdies nicht genau im Apogäum des Epicykels gemessen.

Ptolemäus setzt $m = \frac{9}{5}^*$), womit man $x = 6^\circ 0'$, $y = 3^\circ 20'$, $J = 1^\circ 0'$, $i = 1^\circ 41'4$ erhält; Ptolemäus erhält $J = 1^\circ 0'$; $i = 2^\circ 15'$.

Für Venus und Mercur werden die Bestimmungen der Neigungen ebenso einfach. Wenn der Epicykel im Apogäum oder Perigäum des Deferenten (also in den Punkten der grössten Breite desselben), und der Planet im Apogäum oder Perigäum des Epicykels (Knotenlinie desselben auf dem Deferenten) sich befindet, so werden die Planeten immer in derselben Breite erscheinen, und zwar Venus stets $\frac{1}{6}^\circ$ nördlich und Mercur $45'$ südlich**).

In ihren grössten Elongationen von der Sonne (in derselben Lage des Epicykelmittelpunktes) waren die Unterschiede der Breiten zwischen beiden Elongationen 5° , also der Breitenunterschied einer Beobachtung gegen den Epicykelmittelpunkt $2\frac{1}{2}^\circ$ für jeden Planeten. Hieraus lässt sich die Neigung i_1 ($\lambda\acute{o}\xi\omega\sigma\iota\varsigma$) bestimmen. Für die grösste Elongation α ist, wenn β die beobachtete Breite ist,

$$p \sin \beta = q \sin i_1$$

gleich dem von dem Planeten Q (Fig. 21) auf die Ekliptik gefällten Perpendikel. Hieraus folgt

$$r \cot \alpha \sin \beta = r \cos \alpha \sin i_1$$

$$\sin i_1 = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{m}{r} \sin \beta$$

Nun ist in der mittleren Entfernung für Venus $m = R$ und für Mercur $m = R + \frac{1}{2} e$, womit sich für i_1 die Werte ergeben

nach Ptolemäus ***)

für Venus	$3^\circ 28'5$	$3^\circ 30'$
für Mercur	$6^\circ 59'7$	$7^\circ 0'$

Mit diesen Werten von i_1 erhält man die Breiten für andere Entfernungen m (in den grössten Digressionen) aus

*) Wieso er zu diesem Wert kommt, sagt er nicht. Er sagt nur, dass sich die Winkel, die zu gleichen Bögen gehören, im Perigäum zu denjenigen im Apogäum des Deferenten wie 9:5 verhalten.

**) Die „Hypothesen“ haben für Mercur auch $\frac{1}{6}^\circ$; in der Zusammenstellung daselbst heisst es jedoch $0^\circ 45'$. Für Venus sind die $10'$ offenbar Beobachtungsfehler. Beim Mercur, dessen Neigung 7° ist, könnte man vermuthen, dass diese scheinbare Neigung davon herrührt, dass in der Rechnung für das angenommene Apogäum das Argument der Breite nicht 180° , sondern circa 208° ist, und man könnte daraus auch schliessen, dass die Beobachtung, welche dieses Resultat liefert, im Apogäum gemacht wurde, denn im Perigäum hätte sich eine nördliche Breite ergeben müssen.

***) Almagest, XIII. Buch, 4. Cap.

$$\sin \beta = \frac{r}{m} \sin i_1$$

für Venus

für Mercur

$$\text{wo in dem Apogäum } m = R + e \quad R + \frac{3}{2} e$$

$$\text{in dem Perigäum } m = R - e \quad R - \frac{1}{2} e$$

ist. Man erhält im Apogäum $\beta = 2^\circ 26'9$ $2^\circ 16'7$

im Perigäum $\beta = 2 \ 33.3$ $2 \ 45.3$

Die Differenzen vom Mittelwerte $2^\circ 20'$ betragen für Venus $-3'1$ und $+3'3$, sind daher für Ptolemäus völlig zu vernachlässigen; die Differenzen für Venus $-13'3$ und $+15'3$ sind jedoch etwas grösser, und Ptolemäus verwendet das Mittel $15'$, um die mit der mittleren Entfernung gerechneten Breiten auf diejenige für das Apogäum, beziehungsweise Perigäum zu reducieren, und proportional dem Abstände von den Apsiden für irgend eine andere Entfernung OE .

Die aus der Neigung entstehenden Reductionen auf die Ekliptik lassen sich auf folgende Weise ermitteln. Ist α' die Projection von α , so ist (Fig. 21)

$$\sin \alpha = \frac{q}{p}$$

$$\sin \alpha' = \frac{q \cos i_1}{p \cos \beta}$$

folglich

$$\frac{\sin \alpha'}{\sin \alpha} = \frac{\cos i_1}{\cos \beta}$$

$$\frac{\sin \alpha - \sin \alpha'}{\sin \alpha + \sin \alpha'} = \frac{\cos \beta - \cos i_1}{\cos \beta + \cos i_1}$$

$$\frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha - \alpha'}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha + \alpha'}{2}} = \operatorname{tg} \frac{i_1 - \beta}{2} \operatorname{tg} \frac{i_1 + \beta}{2}$$

oder genügend genau

$$\alpha - \alpha' = (i_1 - \beta) \operatorname{tg} \frac{i_1 + \beta}{2} \operatorname{tg} \alpha$$

In der mittleren Entfernung werden die Reductionen $\alpha - \alpha'$ hienach für Venus $3'3$, für Mercur $9'1$; Ptolemäus findet $1'$ und $6'$, welche Beträge von der Grösse der Beobachtungsfehler waren.

Wenn der Epicykelmittelpunkt im Knoten des Deferenten ist, und gleichzeitig der Planet im Apogäum und Perigäum des Epicykels, so ist die Neigung der Apsidenlinie $d'c'$ (Fig. 35) gegen den Deferenten gleich der Neigung ($\epsilon\gamma\kappa\lambda\iota\sigma\iota\varsigma$) des Epicykels in dieser Stellung. Sei die

beobachtete nördliche Breite x , die südliche y , so wird man aus jeder einen Wert für i erhalten. Es ist, wenn ED (Fig. 36) $= \rho$ gesetzt wird*):

$$\sin (i + x) = \frac{\rho}{r} \sin x$$

$$\sin (i - y) = \frac{\rho}{r} \sin y$$

Für Venus fand sich**)

$$x = 6^\circ 20', y = 1^\circ,$$

demzufolge die zwei Werte $2^\circ 28'4$ und $2^\circ 23'4$ für i , daher das Mittel

$$i = 2^\circ 25'9,$$

wofür Ptolemäus $2\frac{1}{2}^\circ$ setzt.

Für Mercur wird $x = 1^\circ 45'$, $y = 4^\circ$; mit Rücksicht auf die Entfernung ρ für $v = 90^\circ$ ($\log \rho = 9.98054$), erhält man hiemit die beiden Werte $6^\circ 12'9$ und $6^\circ 14'4$, im Mittel

$$i = 6^\circ 13'6,$$

wofür Ptolemäus $6\frac{1}{4}^\circ$ setzte. Selbstverständlich ist der Unterschied zwischen $\lambda\acute{o}\xi\omega\sigma\iota\varsigma$ und $\xi\gamma\kappa\lambda\iota\sigma\iota\varsigma$ nur den Beobachtungsfehlern zuzuschreiben.

Um nun Tafeln für die Breiten zu geben, rechnet Ptolemäus die Breiten für verschiedene Anomalien, wenn der Epicykelmittelpunkt in I , III (nördlichster und südlichster Punkt des Deferenten, Fig. 34) sich befindet. Für die oberen Planeten Saturn, Jupiter und Mars gibt dies die Breiten für verschiedene Anomalien im Apogäum und Perigäum, während für die Lagen II und IV des Epicykels die Breiten für alle Anomalien gleich Null sind. Sei die Zeichnungsfläche (Fig. 38) ein Durchschnitt in der Richtung $I III$ senkrecht auf die Ekliptik; sei EE' der Schnitt der Zeichnungsfläche mit der Ekliptik, ED mit dem Deferenten, ab mit dem Epicykel.

Ist $aD(P) = A$, wenn $a(P)b$ der umgelegte Epicykel ist, und ist $PP' \perp ab$, so ist P' die Projection von P auf die Zeichnungsfläche. Sind ferner p , p' die Projectionen von P , P' auf die Ekliptik, so ist $PP'p'p$ ein Rechteck, in welchem p vertical über p' , P vertical über P' liegt; um $P'p'$ umgelegt, wird dasselbe $[P]P'p'[p]$. Die Breite des Planeten ist $\beta = PEp$, die Prosthapheräse $P = p'Ep$. Nun ist, da $ED = \rho$, $aD = r$, $E'Db = i$, $E'ED = J$ ist:

*) In Fig. 36 stellt ED die Ebene des Deferenten, ab diejenige des Epicykels vor.

**) Almagest, XIII. Buch, 3. Cap. Ptolemäus umgeht diese Rechnung. Man sieht nämlich, dass x und y die Prosthapheräsen für die Anomalien $180 + i$ und i für Venus, und für die Anomalien $-i$ und $180 - i$ für Mercur sind.

$$PP' = (P)P' = r \sin A$$

$$DP' = r \cos A$$

$$EP' = \sqrt{(\rho + r \cos A \cos i)^2 + (r \cos A \sin i)^2}$$

$$\operatorname{tg} z = \frac{r \cos A \sin i}{\rho + r \cos A \cos i}$$

$$Ep' = EP' \cos (J - z)$$

$$pP = EP' \sin (J - z)$$

folglich

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{pP}{EP} = \frac{EP' \sin (J - z)}{\sqrt{Ep'^2 + PP'^2}}$$

oder

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{EP' \sin (J - z)}{\sqrt{EP'^2 \cos^2 (J - z) + r^2 \sin^2 A}}$$

$$\operatorname{tg} P = \frac{r \sin A}{EP' \cos (J - z)}$$

Ptolemäus findet, dass die hieraus erhaltene Prosthapheräse nur um so kleine Beträge von derjenigen abweicht, welche unter der Voraussetzung $i = J = 0$ erhalten wird, dass die Reduction auf die Ekliptik unterbleiben kann. Die Breiten hängen ausser von r , i und J noch von ρ ab, und Ptolemäus gibt für jeden der drei oberen Planeten eine Tafel, die die Werte von β für die Entfernung im Apogäum ($\rho = R + e$) und für diejenige im Perigäum ($\rho = R - e$) mit dem Argumente A gibt. Jedoch gelten diese Werte sonderbarerweise nicht für das Apogäum und Perigäum selbst, sondern für die Punkte grösster nördlicher und südlicher Breite*). Sei die Länge des nördlichsten Punktes des Deferenten N_0 , die Länge des Apogäums Π_0 , so ist**)

für Saturn $N_0 - \Pi_0 = 20^\circ$ $N_0 = 3^\circ 0'$ Wage

für Jupiter $N_0 - \Pi_0 = 50^\circ$ $N_0 = 0^\circ 40'$ Wage

für Mars $N_0 - \Pi_0 = 0^\circ$ $N_0 = 25^\circ 30'$ Krebs.

Da für die Lage des Epicykels in II die Breiten für alle Anomalien 0 sind, so geht für eine beliebige Anomalie A' die Breite bei der Bewegung des Epicykels von I nach II von dem für I geltenden Werte zu 0 über; den Reductionsfactor für die Entfernung $A'E'B'$ (Fig. 34) nimmt Ptolemäus proportional der Mondbreite in dieser Entfernung, „weil die Perioden der kleinen Kreise gleich denen des Epicykels auf

*) Die doppelte Ungleichheit, die aus der Verschiedenheit der Länge des Apogäums und der Länge des Knotens hervorgeht, war für die Ptolemäischen Tafeln viel zu compliciert. Noch complicierter sind die Verhältnisse für Mercur und Venus, und man würde die Ptolemäische Theorie aus dem Anblick der Tafeln, wie dies Delambre vorschlägt (Noten zu Halma, pag. 25), nie kennen lernen.

**) Almagest, XIII. Buch, 6. Cap.

dem Deferenten sind, αὶ δὲ πηλικότητες τῶν ἐγκλίσεων καὶ τῶν λοξώσεων πασῶν οὐ μακράν εἰσι τῆς κατὰ τὸν λοξὸν τῆς σελήνης κύκλον, καὶ ἀνάλογον μὲν ἔχουσιν ἔγγιστα πάλιν αὶ μέχρι τῶν τηλικούτων ἐγκλίσεων κατὰ μέρος παραχωρήσεις“ *). Es ist dies nur eine allerdings für Ptolemäus ausreichende Annäherung zur Ersparung der Rechnung. Dabei ist der Gedanke festgehalten, dass für eine und dieselbe Anomalie A' das Verhältniss der Breiten in I , B' und II dasselbe ist wie für die Epicykelmittelpunkte A' , B' und II , und für diese wieder dasselbe für alle möglichen (geringen) Neigungen J . Ist die grösste Mondbreite B_0 , diejenige in der Entfernung $A'E'B'$ gleich B , so ist das Verhältniss derselben $x = \frac{B}{B_0}$; für die Deferentenneigung J wird x beibehalten; ist J die grösste Breite, so ist in B' die Breite xJ ; ist für eine Anomalie A' die Breite in I β , so ist sie in B' gleich $x\beta$; natürlich hat man für den positiven Theil $IV III$ andere Breiten β , wie für den negativen $II III IV$.

Eine solche Tafel ist z. B. für den Jupiter:

A'	β_1	β_2	x	A'
0°	1° 7	1° 5	+ 1·00	360°
18	1 8	1 6	+ 0 95	342
36	1 11	1 9	+ 0·81	324
54	1 14	1 13	+ 0·59	306
72	1 21	1 21	+ 0·31	288
90	1 30	1 30	0·00	270
108	1 39	1 39	— 0·31	252
126	1 47	1 48	— 0·59	234
144	1 55	1 57	— 0·81	216
162	2 2	2 5	— 0·95	198
180	2 4	2 8	— 1·00	180

Mit dem Argumente $B = \text{Beobachtete Länge} - N_0$ wird x entnommen; mit dem Argumente $A' = A_0 + (M - v)$ wird β_1 für positive x und β_2 für negative x entnommen; die Breite ist dann $x\beta_1$ oder $x\beta_2$ (das Zeichen folgt von selbst).

Beispiel 1. Beobachtete Länge: 6° Scorpion; $A_0 + M - v = 216^\circ$;

$B = 35^\circ 20'$; $x = + 0·81$, $\beta_1 = 1^\circ 55'$, Breite = + 1° 33'.

Beispiel 2. Beobachtete Länge: 24° Stier; $A_0 + M - v = 162^\circ$;

$B = 233^\circ 20'$, $x = - 0·59$, $\beta_2 = 2^\circ 5'$; Breite — 1° 14'.

*) Almagest, XIII. Buch, 5. Cap.

Ptolemäus hatte wol wahrscheinlich selbst gesehen, dass diese Tafeln seiner Theorie nur genähert entsprechen konnten, aber mit Rücksicht auf den geringen Gewinn an Genauigkeit, der übrigens für die damalige Beobachtung illusorisch war, und den verhältnismässig grossen Aufwand an Mehrarbeit für eine genauere Breitenbestimmung hielt er die Tafeln für ausreichend.

Für Mercur und Venus werden die Tafeln in Folge des Auftretens der aus der $\epsilon\gamma\kappa\lambda\iota\sigma\iota\varsigma$ und $\lambda\acute{o}\xi\omega\sigma\iota\varsigma$ entstehenden Breiten noch complicierter zu gebrauchen.

Die von Ptolemäus gegebene Tafel für die Breiten des $\S$ ist (auszugsweise):

Arg.	ϵ	λ	x	Arg.
0°	+ 1°46' +	+ 0° 0' —	+ 1·00	360°
18	+ 1 43 +	+ 0 33 —	+ 0·95	342
36	+ 1 30 +	+ 1 6 —	+ 0·81	324
54	+ 1 8 +	+ 1 35 —	+ 0·59	306
72	+ 0 38 +	+ 2 0 —	+ 0·31	288
90	0 0	+ 2 20 —	0·00	270
108	— 0 48 —	+ 2 29 —	— 0·31	252
126	— 1 45 —	+ 2 26 —	— 0·59	234
144	— 2 57 —	+ 2 0 —	— 0·81	216
162	— 3 42 —	+ 1 10 —	— 0·95	198
180	— 4 5 —	+ 0 0 —	— 1·00	180

Die mit ϵ überschriebene Colonne enthält die $\epsilon\gamma\kappa\lambda\iota\sigma\iota\varsigma$ (wenn der Epicykel in *IV*, Fig. 35, also $v^*) = 90^\circ$ ist) mit dem Argumente Anomalie. Um die $\epsilon\gamma\kappa\lambda\iota\sigma\iota\varsigma$ für eine andere Stellung des Epicykels zu finden, hat man mit dem Argumente $v + 270^\circ$ für Venus und $v + 90^\circ$ für Mercur**) den Wert x_1 von x zu entnehmen; die $\epsilon\gamma\kappa\lambda\iota\sigma\iota\varsigma$ ist dann $x_1 \epsilon$.

Die mit λ überschriebene Colonne enthält die $\lambda\acute{o}\xi\omega\sigma\iota\varsigma$ (wenn der Epicykel in *III*, also $v = 0$ ist) mit dem Argumente Anomalie. Um die $\lambda\acute{o}\xi\omega\sigma\iota\varsigma$ für eine andere Stellung des Epicykels zu erhalten, hat man mit dem Argumente v für Venus und $v + 180^\circ$ für Mercur den Wert x_2 von x zu nehmen; die $\lambda\acute{o}\xi\omega\sigma\iota\varsigma$ ist dann $x_2 \lambda$.

*) Eigentlich sollte es M sein.

**) Im Almagest ist es umgekehrt; dann wäre aber x_1 anders bezeichnet wie x_2 .

Die Breite des Epicykelmittelpunktes im Deferenten ist:

$$+ \frac{1}{6}^{\circ} [x] \text{ für Venus}$$

$$- \frac{3}{4}^{\circ} [x] \text{ für Mercur}$$

wenn $[x]$ der stets positive Wert von x für das Argument v ist. Die Breite des Planeten ist dann:

$$x_1 \varepsilon + x_2 \lambda + 10' [x] \text{ für Venus}$$

$$x_1 \varepsilon + x_2 \lambda - 45' [x] \text{ für Mercur.}$$

Beispiel: $v = 144^{\circ}$, $A = 216^{\circ}$;

$$\varepsilon = -2^{\circ} 57'; \quad \lambda = -1^{\circ} 0'$$

$$x_1 = -0.59; \quad x_2 = +0.81; \quad [x] = 0.81$$

$$\varepsilon x_1 + \lambda x_2 - 45' [x] = 1^{\circ} 44.4' - 48.6' - 36.4' = +0^{\circ} 19.4',$$

während die Breite 0 sein sollte.

Selbstverständlich könnten auch diese Darstellungen, welche der Ptolemäischen Theorie nur genähert angepasst sind*), den Beobachtungen nicht genügen, allein die Abweichungen konnten wol den Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden.

Zur Berechnung der aus der $\varepsilon\gamma\kappa\lambda\iota\sigma\iota\varsigma$ hervorgehenden Breite, welche in der Tafel in der mit ε überschriebenen Colonne eingetragen ist, sei EB (Fig. 39) die Schnittlinie des Deferenten, welcher senkrecht zur Zeichnungsfläche steht, mit der Zeichnungsfläche, CD der Schnitt der Ebene des Epicykels mit der Zeichnungsfläche, CPD der umgelegte Epicykel. Ist $CBP = A$, $PP' \perp CD$, so ist P' die Projection des Planeten auf die Zeichnungsfläche, und es ist

$$BP' = r \cos A$$

$$PP' = r \sin A$$

$$Bp' = r \cos A \cos i$$

$$P'p' = r \cos A \sin i$$

$$\operatorname{tg} PEp = \operatorname{tg} \varepsilon = \frac{p'P'}{\sqrt{Ap'^2 + PP'^2}}$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{r \cos A \sin i}{\sqrt{(R + r \cos A \cos i)^2 + r^2 \sin^2 A}}$$

Die hieraus entstehende Correction in der wahren Länge kann ebenso einfach erhalten werden; da sie aber innerhalb der Beobachtungsfehler des Ptolemäus fällt, so vernachlässigt sie dieser für seine Theorie.

Für die Berechnung der aus der $\lambda\acute{o}\xi\omega\sigma\iota\varsigma$ entstehenden Breite sei EO (Fig. 40) die Richtung der Apsidenlinie des Deferenten, CPD der

*) Nicht einmal die excentrische Lage des Deferenten ist völlig berücksichtigt, da die geänderte Entfernung unberücksichtigt bleibt.

Epicykel, der um den Winkel $PpP' = i_1$ gegen den Deferenten geneigt ist. Die Breite ist $PEP' = \lambda$, und da

$$\begin{aligned} PP' &= pP \sin i_1 \\ pP' &= pP \cos i_1 \end{aligned}$$

und

$$pP = r \sin A, \quad pO = r \cos A,$$

ist, so ist

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{PP'}{EP'} = \frac{r \sin A \sin i_1}{\sqrt{(R + r \cos A)^2 + (r \sin A \cos i_1)^2}}$$

Dabei ist jedoch nicht zu übersehen, dass die Breiten für eine gewisse Entfernung R des Epicykelmittelpunktes gültig sind und mit dieser variieren. Ptolemäus begnügt sich für die unteren Planeten mit der Annahme der mittleren Entfernung, da durch die Combination der $\epsilon\gamma\kappa\lambda\iota\sigma\iota\varsigma$ und $\lambda\acute{o}\xi\omega\sigma\iota\varsigma$ der Gebrauch der Tafel ohnehin compliciert genug wurde.

Obzwar hiemit die Darstellung der Breitenbewegungen und die für dieselbe nothwendige Bestimmung der Neigungen von Deferenten und Epicykel erledigt ist, soll hier noch die Darstellung des retrograden Bogens und der Retrogradationszeit mit den Elementen des Ptolemäus angeschlossen werden. Nach der Regel des Apollonius findet die Station statt (s. pag. 47), wenn

$$\frac{\frac{1}{2} DF}{EF} = \frac{p}{p'}$$

ist. Nun ist (Fig. 9):

$$\begin{aligned} AE &= R + r \\ BE &= R - r \\ R^2 - r^2 &= AE \cdot BE = DE \cdot FE \\ &= FE \cdot (FE + DF) \\ &= FE^2 \left(1 + \frac{DF}{FE} \right) = FE^2 \left(1 + 2 \frac{p}{p'} \right) \end{aligned}$$

und hieraus

$$\begin{aligned} FE &= \sqrt{\frac{R^2 - r^2}{1 + 2 \frac{p}{p'}}} \\ DF &= 2 \cdot EF \cdot \frac{p}{p'} \\ \cos CFD &= \frac{1}{2} \frac{DF}{r} = \frac{EF}{r} \frac{p}{p'} \end{aligned}$$

$$\sin CFD = \frac{1}{r} \sqrt{r^2 - \left(\frac{\mu}{\mu'}\right)^2 \cdot \frac{R^2 - r^2}{1 + 2 \frac{\mu}{\mu'}}$$

$$\sin CFD = \frac{1}{r \sqrt{1 + 2 \frac{\mu}{\mu'}}} \sqrt{\left(1 + \frac{\mu}{\mu'}\right)^2 r^2 - \left(\frac{\mu}{\mu'}\right)^2 R^2} \quad (1)$$

$$\operatorname{tg} CEF = \frac{r \sin CFD}{EF + \frac{1}{2} FD} = \frac{r}{EF} \frac{\sin CFD}{1 + \frac{\mu}{\mu'}}$$

$$\operatorname{tg} CEF = \frac{1}{\sqrt{R^2 - r^2}} \sqrt{r^2 - \left(\frac{\frac{\mu}{\mu'}}{1 + \frac{\mu}{\mu'}}\right)^2 R^2} \quad (2)$$

Da immer $R > r$ ist, so folgt hieraus, dass

$$r \left(1 + \frac{\mu}{\mu'}\right) > \frac{\mu}{\mu'} R$$

oder

$$\frac{r}{R} > \frac{\mu}{\mu + \mu'}$$

sein muss, woraus sich aber wieder die schon von Apollonius zu Grunde gelegte Bedingung

$$\frac{r}{R - r} > \frac{\mu}{\mu'}$$

ergibt.

Der Winkel $A_0 = BCF$, in welchem der Planet stationär wird, ist endlich:

$$A_0 = CFD - CEF.$$

Die Zeit, welche der Planet im Epicykel braucht, um den Bogen BF zurückzulegen, ist

$$\frac{A_0}{\mu'}$$

daher die Zeit zwischen den beiden Stationen, d. h. die Zeit der Retrogradation:

$$t_0 = 2 \frac{CFD - CEF}{\mu'} \quad (3)$$

Hätte sich der Epicykelmittelpunkt C nicht bewegt, so entspräche der Bewegung des Planeten auf dem Bogen $F_1 F$ der Gesichtswinkel $F_1 EF = 2 CEF$; in der Zwischenzeit rückte aber der Epicykelmittel-

punkt um $C, EC' = \frac{\mu}{\mu'} F, CF = 2 \frac{\mu}{\mu'} A_0$ vor; daher ist die Grösse des retrograden Bogens

$$B = 2 CEF - 2 \frac{\mu}{\mu'} A_0 = 2 \left\{ CEF \left(1 + \frac{\mu}{\mu'} \right) - \frac{\mu}{\mu'} CFD \right\} \quad (4)$$

Natürlich gilt dies nur für die mittlere Entfernung $CE = R$; für eine andere Entfernung ρ wird statt der wahren Bewegung μ des Epicykelmittelpunktes dessen scheinbare $\mu_1 = \frac{R}{\rho} \mu$ zu substituieren sein und natürlich ρ an Stelle von R ; man hat daher in den Formeln (1), (2), (3), (4), welche zur Berechnung des retrograden Bogens und der Retrogradationszeit dienen, zu setzen an Stelle von

$$\begin{aligned} & \text{für das Apogäum: } \rho = R + e \quad \mu_1 = \frac{R}{R + e} \mu \\ & \text{für die mittlere Entfernung: } \rho = R \quad \mu_1 = \mu \\ & \text{für das Perigäum: } \rho = R - e \quad \mu_1 = \frac{R}{R - e} \mu \end{aligned}$$

Ptolemäus findet:

		Retrograder Bogen	Zeit der Retrogradation	Bewegung des mittleren Ortes
1. Saturn	im Apogäum.....	7° 4' 10"	140 ² / ₃ ^d	4° 41' 50"
	in der mittleren Entfernung	7 16 20	138	4 38 0
	im Perigäum.....	7 18 10	136	4 33 30
2. Jupiter	im Apogäum.....	9° 49' 14"	123 ^d	10° 13' 10"
	in der mittleren Entfernung	9 52 16	121	10 2 48
	im Perigäum.	9 54 40	118	9 48 40
3. Mars ..	im Apogäum.....	19° 53' 32"	80 ^d	41° 56' 42"
	in der mittleren Entfernung	16 18 44	73	38 15 6
	im Perigäum	11 12 14	64 ¹ / ₂	33 45 48
4. Venus .	im Apogäum.....	16° 25' 26"	43 ^d	42° 18' 6"
	in der mittleren Entfernung	15 17 34	41 ² / ₃	41 10 38
	im Perigäum.....	14 4 38	40 ² / ₃	40 9 0
5. Mercur	im Apogäum.....	7° 54' 22"	21 ^d	20° 33' 42"
	in der mittleren Entfernung	12 17 10	22 ¹ / ₂	22 9 58
	im Perigäum.....	15 12 46	23	22 43 0

Diese Resultate stimmen mit der Erfahrung recht gut überein, was eigentlich nicht Wunder nehmen kann, da ja das System nur eine Transposition des wahren ist, allerdings mit beträchtlichen Vernachlässigungen.

Das Unrichtige der Theorie konnte erst viel später erkannt werden, als man hinreichend genaue Messungen machen konnte, um die Entfernungen der Planeten und des Mondes, namentlich die Veränderlichkeit des letzteren aus derjenigen seines scheinbaren Halbmessers bestimmen zu können. Wenngleich es richtig ist, dass die Auflösung der Bewegungen in epicyklische eigentlich identisch ist mit einer Reihenentwicklung nach Vielfachen der mittleren Anomalien, worauf wir im zweiten Theile zurückkommen werden, so darf man doch nicht übersehen, dass die Bewegungen in Länge, in Breite, und die Darstellung der Entfernungen, jede für sich einer ganz anderen epicyklischen Bewegung folgen und demnach eine gewisse epicyklische Bewegung, welche die eine Coordinate darstellt, jedenfalls Fehler in den beiden anderen lassen muss. Und Hipparch sowie alle seine Nachfolger bis Copernicus nahm nur ein Epicykelsystem an, welches allen drei Coordinaten genügen sollte. Zweien (der Länge und Breite) wurde es beständig angepasst, so gut es eben gieng; die dritte blieb unberücksichtigt. Deshalb war aber dieses eine System, das alle Bewegungen darstellen sollte, kein reelles System, kein „Räderwerk“, sondern eine geometrische Conception, eine Zerlegung der zusammengesetzten Bewegungen in eine Reihe einfacher, die vielleicht nicht einmal die Anschauung unterstützten, sondern nur die Vorausrechnung ermöglichen sollten. Und dieser letzte Zweck wurde auch erreicht, und zwar für den Mond schon von Hipparch, für die Planeten, soweit unsere sichere Kenntniss reicht, von Ptolemäus.

Es erübrigt noch, die Fragen zu erledigen, ob diese Theorien, insbesondere diejenige der Breitenbewegungen, nicht ihrer Complication wegen schon ihren Urhebern verdächtig hätten vorkommen sollen, und ob sie uns nicht von dem Standpunkte der Mangelhaftigkeit der Beobachtungen der Alten, insbesondere des Ptolemäus illusorisch erscheinen.

Die erste Frage beantwortet Ptolemäus selbst; man möge nicht einwenden, sagt er, nachdem er von den kleinen Kreisen gesprochen hat, längs welcher die beiden Epicykeldurchmesser sich bewegen*), dass diese Theorien zu compliciert sind; man müsse möglichst einfache Hypothesen annehmen, aber wenn diese nicht genügen, so müsse man zusammengesetztere suchen; denn wenn man aus diesen Theorien die Erscheinungen als nothwendige Folgen erklären kann, welche Ursache hätte man, über die Complication zu erstaunen?

Was den zweiten Punkt, die Mangelhaftigkeit der Beobachtungen der Alten und besonders der Ptolemäischen Beobachtungen und in

*) Almagest, XIII. Buch, 2. Cap.

Folge dessen der daraus auf die Theorie gezogenen Schlüsse, beziehungsweise der daraus abgeleiteten Bahnelemente, betrifft, so ist schon im früheren auf das Ungerechtfertigte in der Behauptung hingewiesen worden, dass die verwendeten Beobachtungen nicht das Mass von Vertrauen verdienen, welches man bei den Fundamenten zur Bestimmung der Bahnelemente voraussetzen sollte. Es wurde an entsprechender Stelle darauf hingewiesen, dass das Misstrauen, welches man im Anfange unseres Jahrhunderts allen Ptolemäischen Beobachtungen entgegenzubringen begann, und der Vorwurf, welcher dem Autor des *Almagest* gemacht wurde, und welcher diesen in beinahe allen Fällen einer wissentlichen wissenschaftlichen Fälschung zeugt, ungerechtfertigt sind, wenngleich in einzelnen Fällen die Bedenken gegen die Richtigkeit einzelner Ptolemäischer Darstellungen noch nicht als völlig gehoben bezeichnet werden können.

Wenn Ptolemäus einen Vorwurf verdient, so ist es der, dass er seine Beobachtungen auswählt, und dass er zur genügenden Feststellung der von ihm bestimmten Elemente die Beobachtungen in nicht hinreichender Anzahl benützt oder wenigstens anführt. Ptolemäus sagt zwar wiederholt, dass „auch andere Beobachtungen ihm dasselbe Resultat ergaben“; aber weder diese Beobachtungen noch auch die daraus abgeleiteten, aller Wahrscheinlichkeit nach nicht völlig identischen Resultate werden mitgetheilt. Die mitgetheilten Elemente erscheinen demnach nicht als Mittelwerte aus mehreren Bestimmungen, sondern als vereinzelte Bestimmungen. Von welchen Motiven sich Ptolemäus bei seiner Auswahl leiten liess, um gerade den mitgetheilten Beobachtungen oder den aus denselben abgeleiteten Elementen den Vorzug zu geben und die anderen überhaupt nicht zu berücksichtigen, ist nicht leicht möglich anzugeben, wenn man sich nicht auf blosse Conjecturen beschränken will, für welche eigentlich keine oder doch nur wenige Anhaltspunkte vorliegen. Dass Ptolemäus vielleicht gerade jene Beobachtungen beibehielt, welche die grösste Übereinstimmung mit den früheren Bestimmungen von Hipparch gaben, wäre allerdings möglich; dem steht aber entgegen, dass ja wiederholt in den Resultaten Abweichungen stattfinden, dass z. B. bei der Mondtheorie die von Hipparch und Ptolemäus erhaltenen Werte der Epicykelhalbmesser durchaus verschieden sind, und dass sich Ptolemäus bewogen fühlte, an einzelnen Stellen gewisse, nicht näher aufgeklärte Änderungen in den Beobachtungszeiten des Hipparch vorzunehmen, welche eine bessere Übereinstimmung der verschiedenen Elementensysteme gaben. Gerade diese Correcturen, in denen sich kein bestimmtes Gesetz ausspricht, könnten

zu der Vermuthung Anlass geben, dass Ptolemäus seine Beobachtungen für hinreichend sicher hielt, um die aus denselben gefolgerten Elemente als richtig anzusehen, um die Abweichungen der Hipparch'schen Beobachtungen durch fehlerhafte Zeitangabe zu erklären; eine ausdrückliche Erwähnung dieses Umstandes findet sich nirgends.

Nichtsdestoweniger gibt es gewisse Momente, welche zu gerechten Bedenken Anlass geben könnten. Hiezu gehört, dass Ptolemäus für die Jahreslänge genau denselben Wert wie Hipparch erhielt, obzwar die ihm zu Gebote stehenden Beobachtungen (die Hipparch'schen und seine eigenen, wenn man den letzteren Originalität nicht absprechen wollte) wesentlich bessere Resultate versprechen mussten als die Combination der Hipparch'schen mit noch älteren Beobachtungen. Man kann allerdings, wie schon früher erwähnt wurde, annehmen, dass Ptolemäus, ehe er an die Beobachtung gieng, sich der Bequemlichkeit wegen den Moment des Eintrittes der Erscheinung vorausberechnete, ein Vorgang, der ja auch noch heutzutage, um langes und ermüdendes Warten unnöthig zu machen, vorgenommen wird, wie z. B. bei der Vorausberechnung des genäherten Momentes der Finsternisse, Sternbedeckungen etc. mit genäherten Elementen, die dann nach der Beobachtung durch diese selbst rectificiert werden. Wollte man aber auch dieses zugeben und annehmen, dass Ptolemäus bei der Beobachtung der Äquinoclien und Solstitien, welche an und für sich leicht um ein paar Stunden fehlerhaft aufgefasst werden könnten, durch die Vorausberechnung beeinflusst war, so bleibt nunmehr jedenfalls unaufgeklärt, wieso es kommt, dass sich mit diesen fehlerhaften Solstitien und Äquinoclien die sehr nahe richtigen Elemente der Sonnenbahn ergaben. Warum hat Ptolemäus bei der Mondtheorie Correcturen der Hipparch'schen Beobachtungen vorgenommen und die Sonnentheorie unverändert beibehalten? Warum führt er seine, wahrscheinlich falschen Sonnenbeobachtungen an und sagt nicht lieber, dass er die Hipparch'schen Elemente der Sonnenbahn unverändert beibehält? Glaubte er die Vorausberechnungen bestätigt zu finden, und nahm sie dann als seine eigenen Beobachtungen an?

Bedenklich erscheint aber auch, dass die angeführten mittleren Bewegungen der oberen Planeten in Länge (siderische = zodiacale Bewegung μ) und in Anomalie (synodische Bewegung μ') der Bedingung genügen

$$\mu + \mu' = \odot,$$

wo $\odot$ die mittlere tägliche Bewegung der Sonne ist (s pag. 112). Ptolemäus führt an, dass er aus Beobachtungen, die einen sehr langen Zeit-

raum umfassen, diese mittleren Bewegungen corrigiert hätte. Im IX. Buch, 3. Capitel werden die mittleren Bewegungen in Länge in dieser Weise bestimmt (s. pag. 110); die Correctionen der mittleren Bewegungen in Anomalie finden sich:

für Mercur aus zwei Beobachtungen in den Jahren 484 und 886 Nabonassar (Almagest, IX. Buch, 10. Cap.);

für Venus*) aus zwei Beobachtungen in den Jahren 476 und 886 Nabonassar (Almagest, X. Buch, 4. Cap.);

für Mars aus zwei Beobachtungen in den Jahren 476 und 886 Nabonassar (Almagest, X. Buch, 9. Cap.);

für Jupiter aus zwei Beobachtungen in den Jahren 507 und 885 Nabonassar (Almagest, XI. Buch, 3. Cap.);

für Saturn aus zwei Beobachtungen in den Jahren 519 und 883 Nabonassar (Almagest, XI. Buch, 7. Cap.).

Es ist nun merkwürdig, dass die auf diese Weise ermittelten Werte für μ und μ' bis auf 6 Decimalen der Bogensecunde der obigen Gleichung genügen. Es ist dies um so auffallender, als ja die Epicykeltheorie die Beobachtungen nicht völlig darstellen kann, und dass die sechs ausgewählten Beobachtungen zur Bestimmung der mittleren Bewegungen in Anomalie für alle drei oberen Planeten gerade in einer solchen Stellung des Planeten in seiner Bahn angestellt worden wären, wo die Epicykeltheorien zutreffen, und die Beobachtungsfehler so klein gewesen sein sollten, dass die aus nur je zwei Beobachtungen ermittelten μ und μ' die genannte Bedingung erfüllen sollten. Nimmt man an, dass die Summe der Beobachtungsfehler in je zwei zusammengehörige Beobachtungen nur eine Bogenminute betragen haben sollte, ein für jene Zeiten gewiss sehr kleiner Betrag, der jedenfalls als Beobachtungsfehler sehr weit überschritten wurde, d. h. nimmt man an, dass die Bewegung in Anomalie oder Länge in der Zwischenzeit von nahe 400 Jahren um nur eine Bogenminute fehlerhaft gefunden worden sei, so wird die Bewegung in einem Tage um nahe $0^{\circ}0004 = 0'' 0''' 1.5''''$ falsch sein, und doch wird die Summe der angeführten Zahlen gleich $0^{\circ} 59' 8'' 17''' 13'''' 12''''' 31''''''$ für alle drei oberen Planeten völlig genau.

Bedenkt man nun, dass die Beziehung

$$\mu + \mu' = \odot$$

dem Ptolemäus bekannt gewesen sein muss, wie sich aus dem Satze folgern lässt, dass die Verbindungslinie des Planeten mit dem Epicykel-

*) Für Mercur und Venus ist es hier belanglos, da die genannte Beziehung nur für die oberen Planeten gilt.

mittelpunkte beständig parallel sein muss der Visur nach der mittleren Sonne, so könnte man wohl vermuthen, dass Ptolemäus diese Beziehung zur endgiltigen Correction der mittleren Bewegungen verwendet hat. Warum aber sagt er nichts davon? Warum führt er die genannte Beziehung nirgends an? Hier liegt gewiss, wenn man nicht eine Verstümmelung des Textes annehmen will, selbst im günstigsten Falle der Beurtheilung eine keinesfalls zu entschuldigende, vielleicht wissentliche Ungenauigkeit der Darstellung vor.

Hiezu kommt noch, dass Ptolemäus die Planetentheorien seiner Vorgänger nicht erwähnt und nur anführt, dass Apollonius die Epicykeln für die Erklärung der Stationen und Retrogradationen heranzog. Es kann nicht mit Gewissheit gesagt werden, dass die von Plinius gegebenen Zahlen von Hipparch herrühren (s. pag. 82), aber es steht fest, dass schon vor Ptolemäus nicht nur der Weg angezeigt war, auf welchem man die Epicykeltheorie für die Planeten verwenden würde können, sondern dass auch schon die Anwendung derselben gemacht und auch die Elemente bestimmt worden waren.

Mit Rücksicht auf die bereits früher hervorgehobenen anderweitigen Umstände, die uns die Beobachtungen des Ptolemäus in einem mehr Vertrauen erweckenden Lichte zeigen, und die auch im Folgenden der Übersichtlichkeit halber zusammengestellt werden, kann man jedoch der Vermuthung Raum geben, dass eine neuerliche Revision der Handschriften in dieser Beziehung vielleicht Resultate zu Tage fördern könnte*), die für die Beurtheilung der Ptolemäischen Angaben von nicht zu unterschätzender Bedeutung werden könnten.

Es war eben erwähnt worden, dass Ptolemäus bei den Hipparch'schen Beobachtungen gewisse Correctionen der Beobachtungszeiten anbrachte; wenn man einerseits allerdings Ptolemäus hieraus einen Vorwurf machen kann, wenigstens insolange sich nicht völlig genügende Aufschlüsse über diesen Vorgang finden lassen, so entspringt hieraus aber andererseits eine Widerlegung der Ansicht, dass Ptolemäus seine Beobachtungen fingierte. Denn es scheint hieraus zu folgen, dass er seine Beobachtungen nicht nur für so gut hielt, dass die aus denselben abgeleiteten Elemente als gleichwertig mit den aus den Hipparch'schen Beobachtungen abgeleiteten angesehen werden, sondern dass er sie sogar für sicherer hielt. Es liegt die Muthmassung nahe, dass er für gewisse Fehler der älteren Beobachtungen, insolange sie

*) Von Wichtigkeit ist hier ganz besonders das 1. und 2. Capitel des IX. Buches.

nicht allzu gross waren, eine Fehlerquelle in der Zeitangabe suchte, wie man ja auch jetzt bei von der Theorie abweichenden Beobachtungen in erster Linie nachsieht, ob nicht gewisse, leicht zu eruierende Fehlerquellen die Beobachtungen beeinflusst haben können, z. B. Lesefehler von einer Zeitminute oder zehn Zeitsecunden, von einer Bogenminute, von einer Umdrehung einer der Messschrauben, Verwechslung der Fäden, an welchen die Beobachtung gemacht wurde etc.

Für grössere Fehler, welche sich nicht durch fehlerhafte Zeitangaben erklären liessen, oder welche gesetzmässig auftraten, suchte Ptolemäus die Ursache in der mangelhaften Theorie und war bemüht, diese den Beobachtungen so viel als möglich anzupassen. Hieraus entsprang in der Mondtheorie die die Evection erklärende Drehung des Apogäums des Deferenten, und die Annahme, dass die Verbindungslinie des Epicykelmittelpunktes mit dem instantanen Apogäum des Epicykels nicht gegen die Erde, sondern gegen einen anderen Ort gerichtet ist, der von der Erde nahe ebensoweit entfernt ist wie der Mittelpunkt des Deferenten, aber auf der entgegengesetzten Seite liegt*). Diesem Umstande entsprang ferner die Annahme, dass der Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung und der Mittelpunkt des Deferenten bei den Planetenbahnen nicht zusammenfallen, weil unter der Voraussetzung der Identität der beiden Punkte sich die aus der Excentricität des Deferenten folgende Ungleichheit stets nur in dem halben Betrage ihres wahren Wertes ergab. Diesem Umstande entsprang die Complication in der Theorie der Mercurbewegung, in welcher der Mittelpunkt des Deferenten um einen vom Erdorte verschiedenen Punkt sich dreht, womit sich eine variable Excentricität des Deferenten ergab. Welche Ursachen hätte denn Ptolemäus gehabt, derartige Complicationen in der Theorie anzunehmen, wenn er seine Beobachtungen fingiert, d. h. durch Rechnung erhalten hätte? Die Rechnung in der einfachen epicyklischen Theorie würde genügt haben, um gewisse Beobachtungen zu erhalten, die ihm dann — immer vom Delambre'schen Standpunkte aus — die einfache Theorie als hinreichend gegeben hätte, und alle anderen früheren Beobachtungen, die mit derselben nicht im Einklang gefunden worden wären, wären dann natürlich mit Beobachtungsfehlern behaftet gewesen. Das war aber nicht der Weg, den Ptolemäus einschlug! Keine Theorie

*) *N* in Fig. 24. Der Einwurf, dass zur Bestimmung seiner Lage zu wenig Beobachtungen benützt wurden, wurde schon früher erledigt. Hier ist übrigens nochmals darauf hinzuweisen, dass für die Bestimmung der Evection drei Hipparch'sche und eine Ptolemäische und für die Bestimmung der Lage des Punktes *N* nur Hipparch'sche Beobachtungen verwendet wurden.

darf als zu compliciert angesehen werden, sofern sie die Beobachtungen darstellt*).

Inwiefern Ptolemäus das von ihm angestrebte Ziel erreicht hat, mag aus der Zusammenstellung der von ihm erhaltenen Epicykelhalbmesser (in Einheiten des Deferenten) und der wahren Werte derselben (Verhältnis des Halbmessers der Planeten- und Erdbahn) ersehen werden. Die Werte der Excentricitäten können naturgemäss nicht zur Vergleichung herangezogen werden, da in der epicyklischen Theorie eine Verschmelzung der aus der Excentricität der Planeten- und Erdbahn hervorgehenden Ungleichheiten in nicht leicht zu trennender Weise stattfindet. Für die Epicykelhalbmesser hat man:

	Nach Ptolemäus	Verhältnisse der Halbaxen
für Saturn	0.1090 (pag. 119)	0.1046
„ Jupiter	0.1947 („ 122)	0.1922
„ Mars	0.6636 („ 124)	0.6563
„ Venus	0.7196 („ 129)	0.7233
„ Mercur	0.3264 („ 135)	0.3871

Es mag noch hervorgehoben werden, dass Ptolemäus bei der Berechnung des Marsepicykels sehr nahe den richtigen Wert erhält, trotzdem sich bei der Reduction zwei Rechenfehler finden, die sich aufheben, woraus ein Rückschluss auf die Güte der Beobachtungen gezogen werden kann.

Endlich soll hier noch in Kürze erwähnt werden, dass sich ganz dieselben Schlüsse auch aus der Theorie der Breitenbewegung ziehen lassen; die Complication der Theorie, welche leicht durch fingierte Beobachtungen mannigfach hätte vereinfacht werden können, z. B. so, dass eine einzige Neigung angenommen worden wäre, oder dass wenigstens die $\epsilon\gamma\kappa\lambda\iota\sigma\iota\varsigma$ und $\lambda\acute{o}\xi\omega\sigma\iota\varsigma$ einander gleich, oder die Neigung des Epicykels gegen den Deferenten gleich derjenigen des letzteren gegen die Ekliptik vorausgesetzt worden wäre, deutet darauf hin, dass die verwendeten Beobachtungen wirklich angestellt worden sind. Hiefür liegt auch gerade in dem Umstande eine Bestätigung, dass sich in Folge von Beobachtungsfehlern für die verschiedenen, einen und denselben Planeten betreffenden Neigungen verschiedene Werte ergaben.

Es könnte vielleicht scheinen, dass der Discussion über den Umstand, ob die Ptolemäischen Beobachtungen als wirkliche Beobachtungen anzusehen sind, oder nur aus der Theorie errechnet wurden, ein zu grosser Platz eingeräumt würde. Es schien mir jedoch nach den bis-

*) Almagest, XIII. Buch, 2. Cap.

herigen Ansichten und den darauf bezüglichen, diese Ansichten begründenden Bemerkungen berühmter Männer, wie Delambre, Bailly u. a., eine Nothwendigkeit, diesen Punkt eingehend zu erörtern, denn es handelt sich hier, um den Ausdruck des hochverdienten Professors C. H. F. Peters, Directors der Sternwarte in Clinton (New-York), zu gebrauchen, um die Ehrenrettung des Ptolemäus*), denn der ihm zugemuthete Vorgang involviert eine Fälschung.

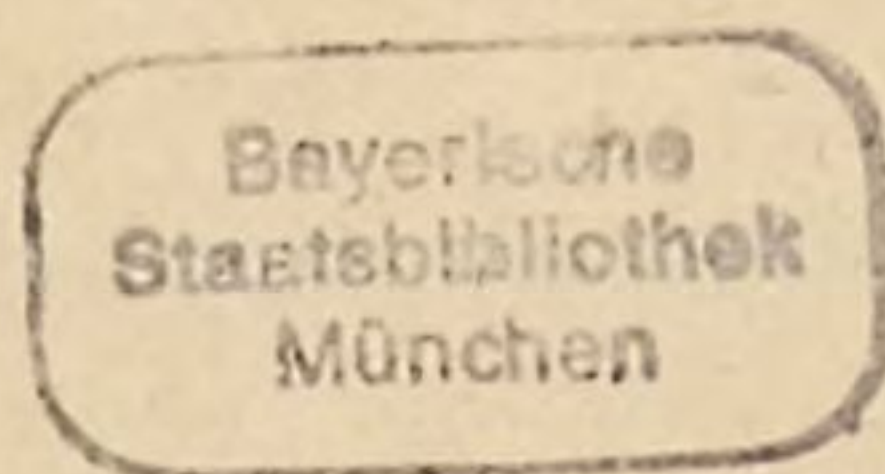
Es wurde trotzdem nicht von der Aufzählung der Bedenken Abstand genommen, welche gegen die Realität der Beobachtungen des Ptolemäus erhoben werden können; bei einigen wurde bereits der Versuch gemacht, sie auf natürliche Weise zu zerstreuen; es ist jedoch nicht zu leugnen, dass zwei sehr schwer ins Gewicht fallende Bedenken (entsprungen aus der Beziehung $\mu + \mu' = \odot$ und aus dem Umstande, dass Ptolemäus die Planetentheorien seiner Vorgänger nicht anführt) nicht gehoben erscheinen. Es war bereits erwähnt, dass eine Revision der Handschriften allein hier die Möglichkeit zur Klärung der Sachlage bietet, und sich demnach als höchst wünschenswert herausstellt. Dieses ist aber nicht Sache des in der Geschichts- und Quellenforschung doch nur sehr wenig oder gar nicht geübten Astronomen, sondern muss dem Historiker und Philologen überlassen bleiben.

*) Auf der zwölften Versammlung der „Astronomischen Gesellschaft“ in Kiel (29. bis 31. August 1887) wies Professor C. H. F. Peters darauf hin, dass der Sternkatalog des Ptolemäus von diesem selbst beobachtet worden war, und nicht, wie man bisher allgemein glaubte, durch Reduction mit einer falschen Präcession seit Hipparch erhalten wurde, indem ein in der Beobachtung des Äquinocmiums gemachter Fehler den Fehler der angenommenen Sternörter erklären würde. Indem bezüglich dieses Umstandes auf die betreffende Publication hingewiesen werden muss, sei noch bemerkt, dass ich anknüpfend hieran in Kiel auf die Originalität der Mond- und Planetenbeobachtungen des Ptolemäus gemäss den hier erhaltenen Resultaten aufmerksam machte.



ERRATA.

- Pag. 9, Zeile 9 von unten lies: Apollonius statt Appolonius.
- „ 11, „ 7 „ „ „ αἰσθητῶν statt αἰσθητῶν und ἀποσήμετα
statt ἀπορήματα.
- „ 11, Zeile 8 von unten lies: ποιῆσθαι statt ποιῆσθαι.
- „ 11, „ 18 „ „ „ IX. Buch statt G. Buch.
- „ 38, „ 9 „ „ „ 72 Tagen statt 72°.
- „ 57, „ 11 „ „ „ *LEP'* statt *LEP*.
- „ 59, „ 23 „ oben „ Perigäum statt Perihel
- „ 66, „ 10 „ unten „ In den statt In dem.
- „ 90, „ 17 „ oben „ *EB* um *E* statt *EB* und *E*.
- „ 100, „ 7 „ „ „ Werte statt die Werte.
- „ 108, „ 2 „ „ „ ποιῆσθαι statt ποιῆσθαι.
- „ 138, „ 8 „ „ „ enthaltenen statt entnommenen.
- In Fig. 13 fehlt der Buchstabe *B* am Scheitel des Winkels *x*.
- „ „ 34 „ „ „ *x* auf der zu *E'A'* parallelen Geraden *B'x*.



Tafel I.

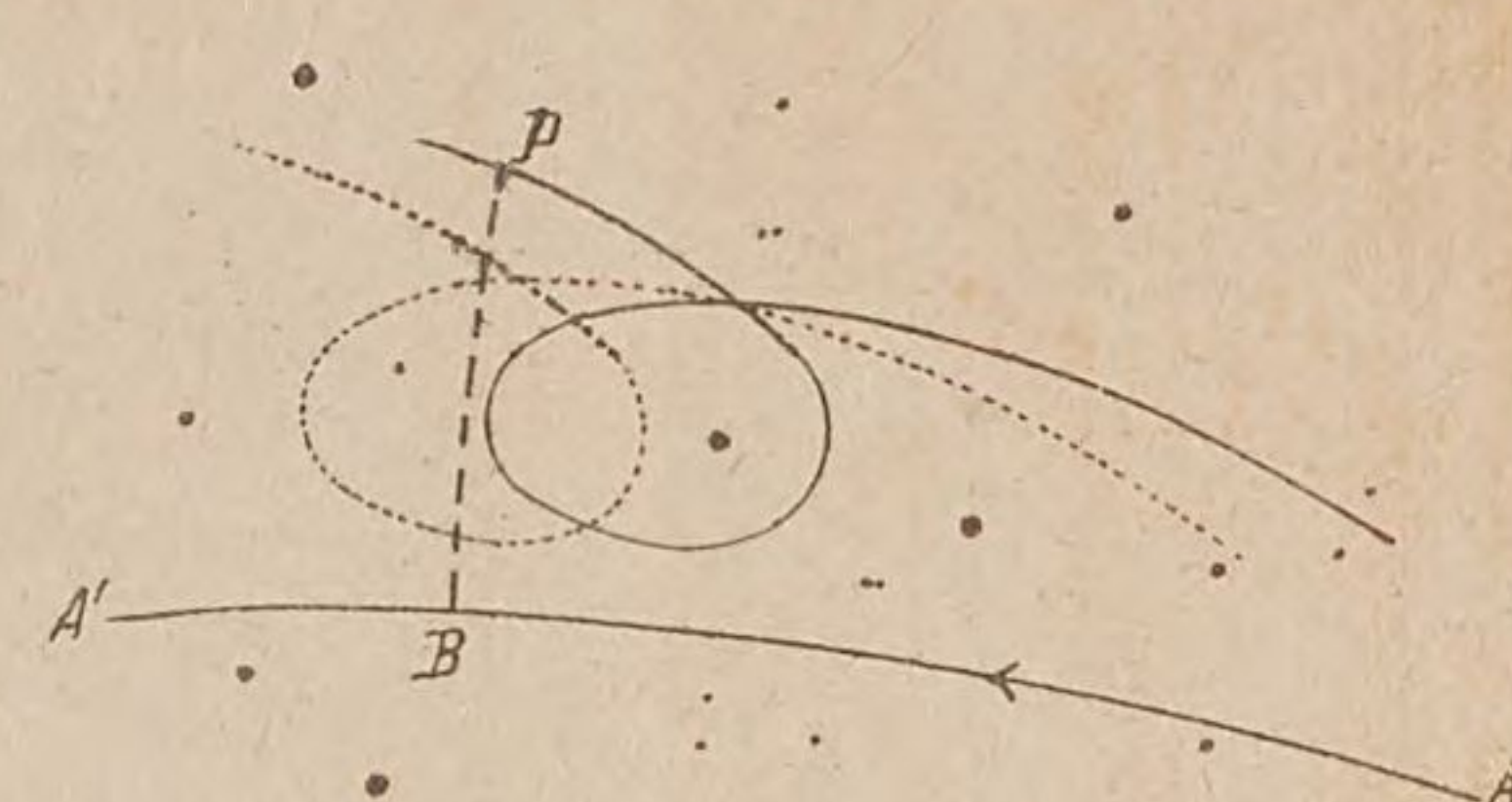


Fig. 1.

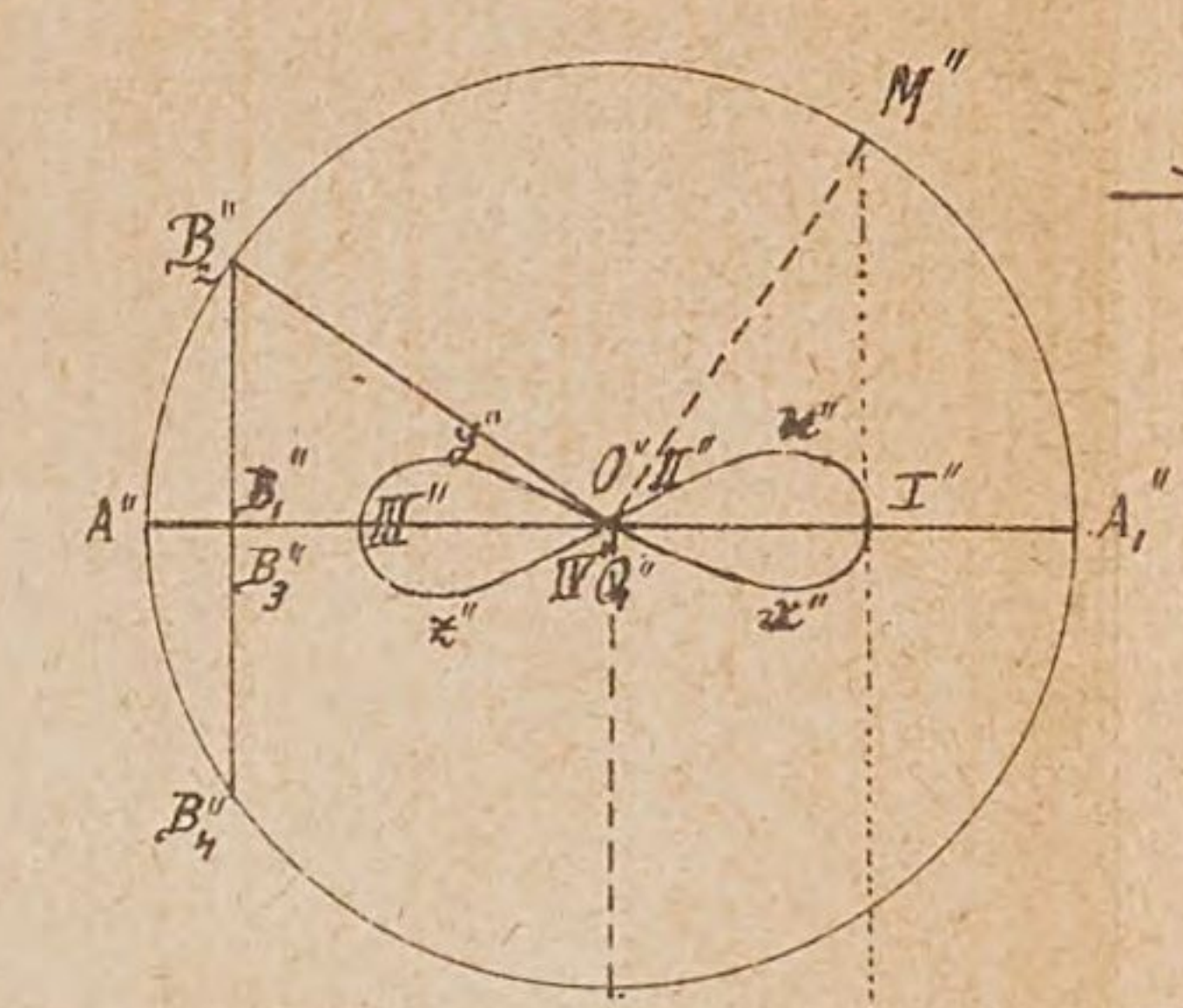


Fig. 2.

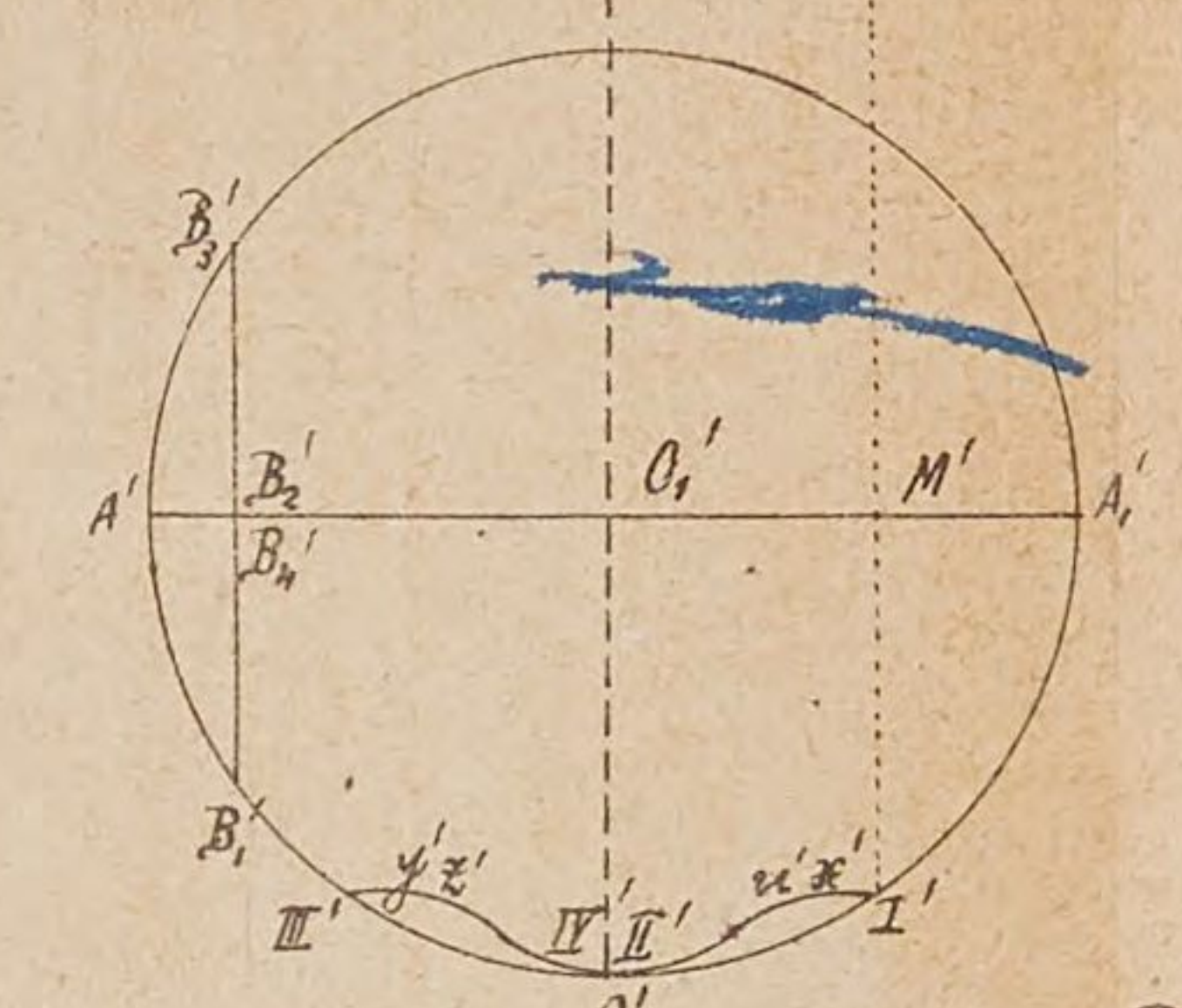


Fig. 3.

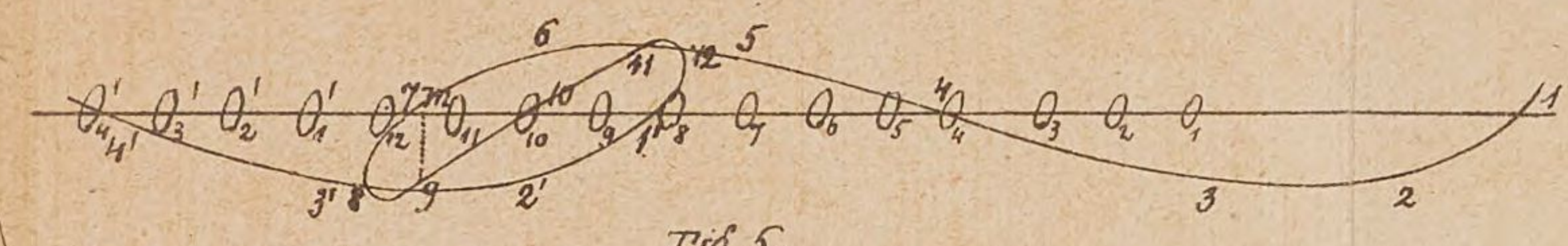


Fig. 4.

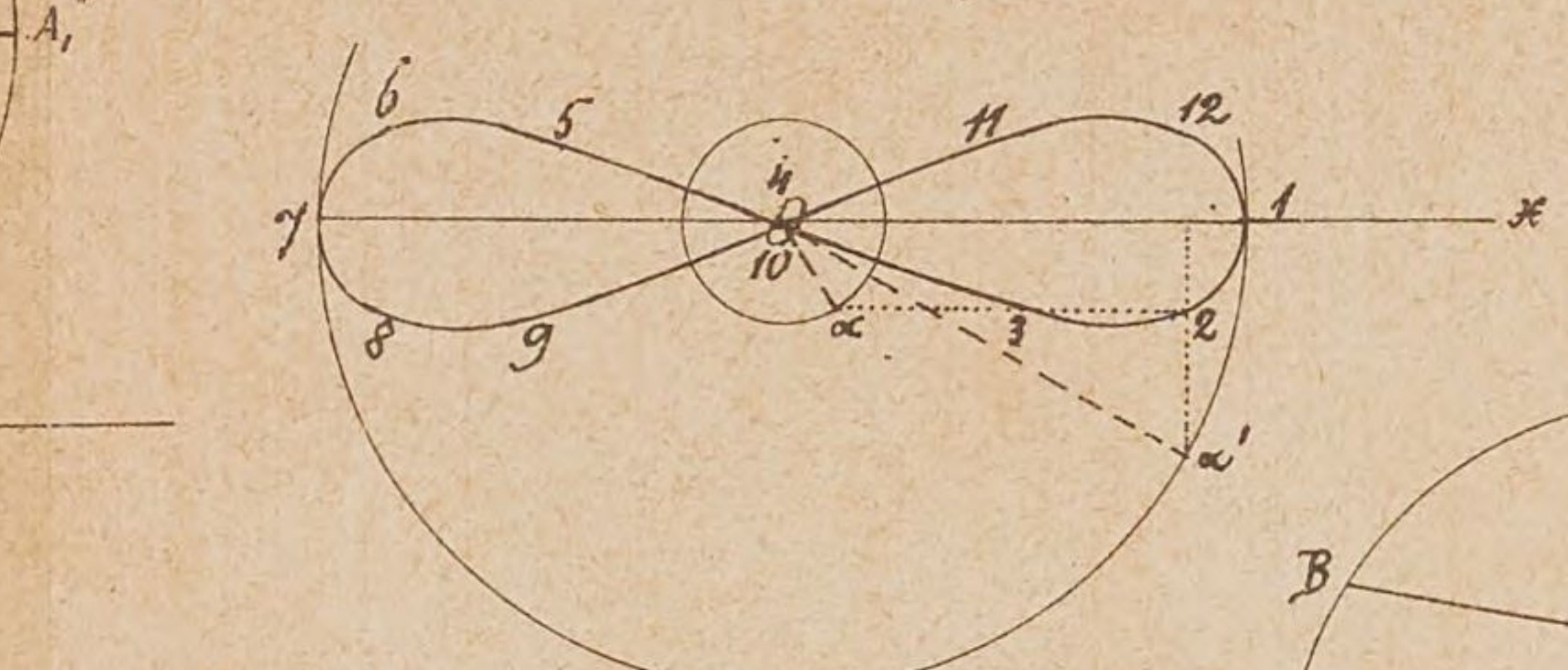


Fig. 5.

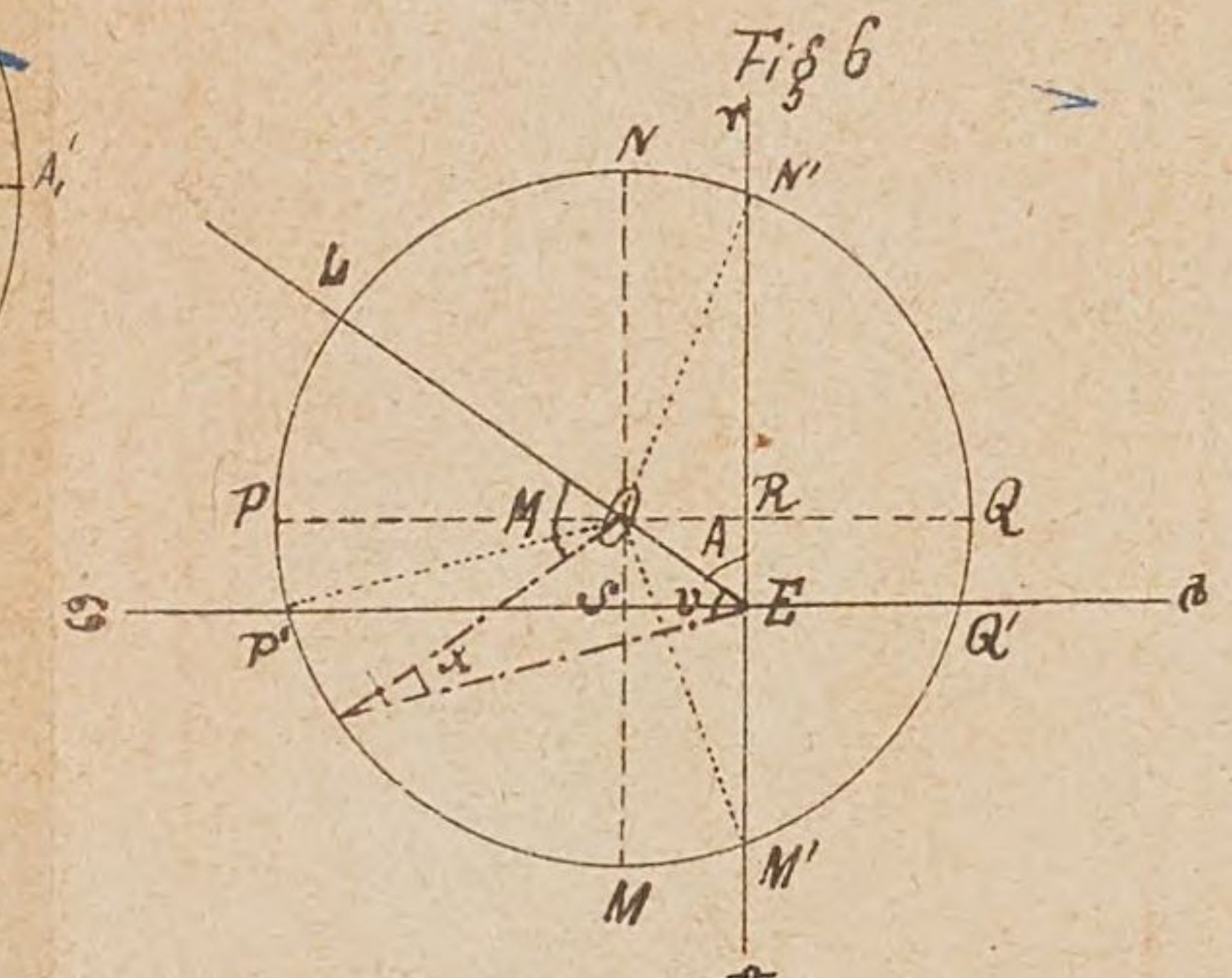


Fig. 6.

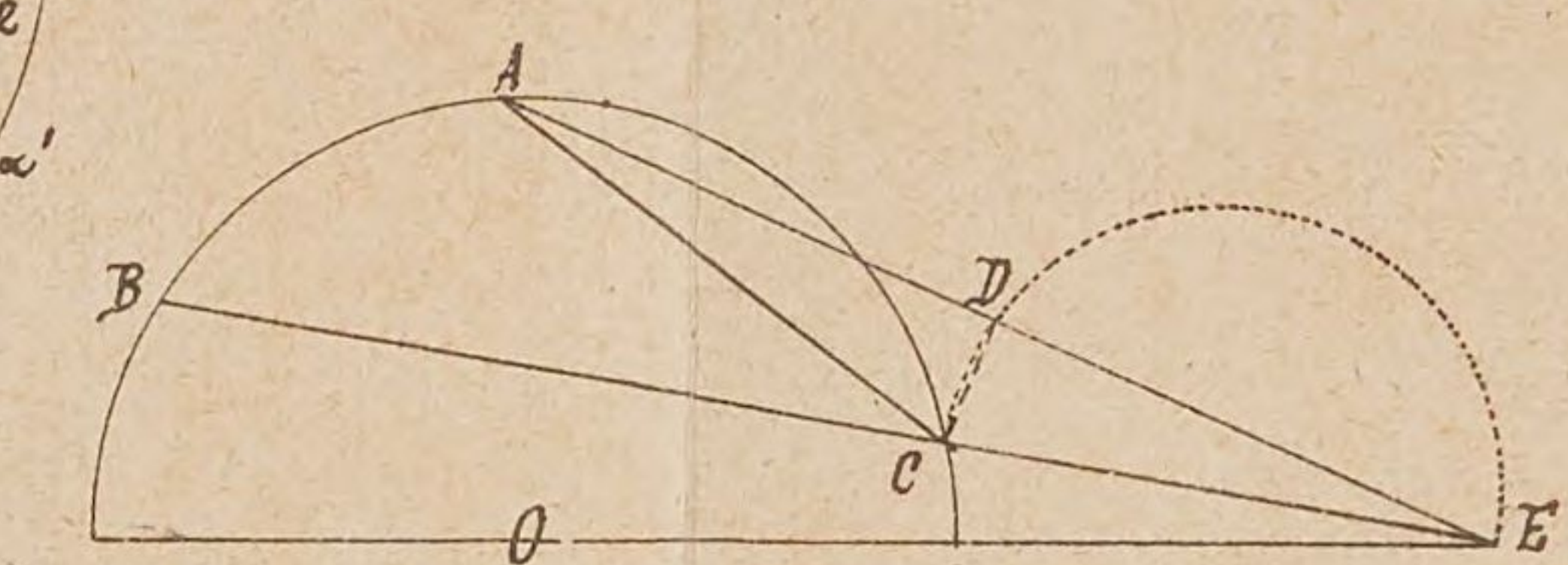


Fig. 7.

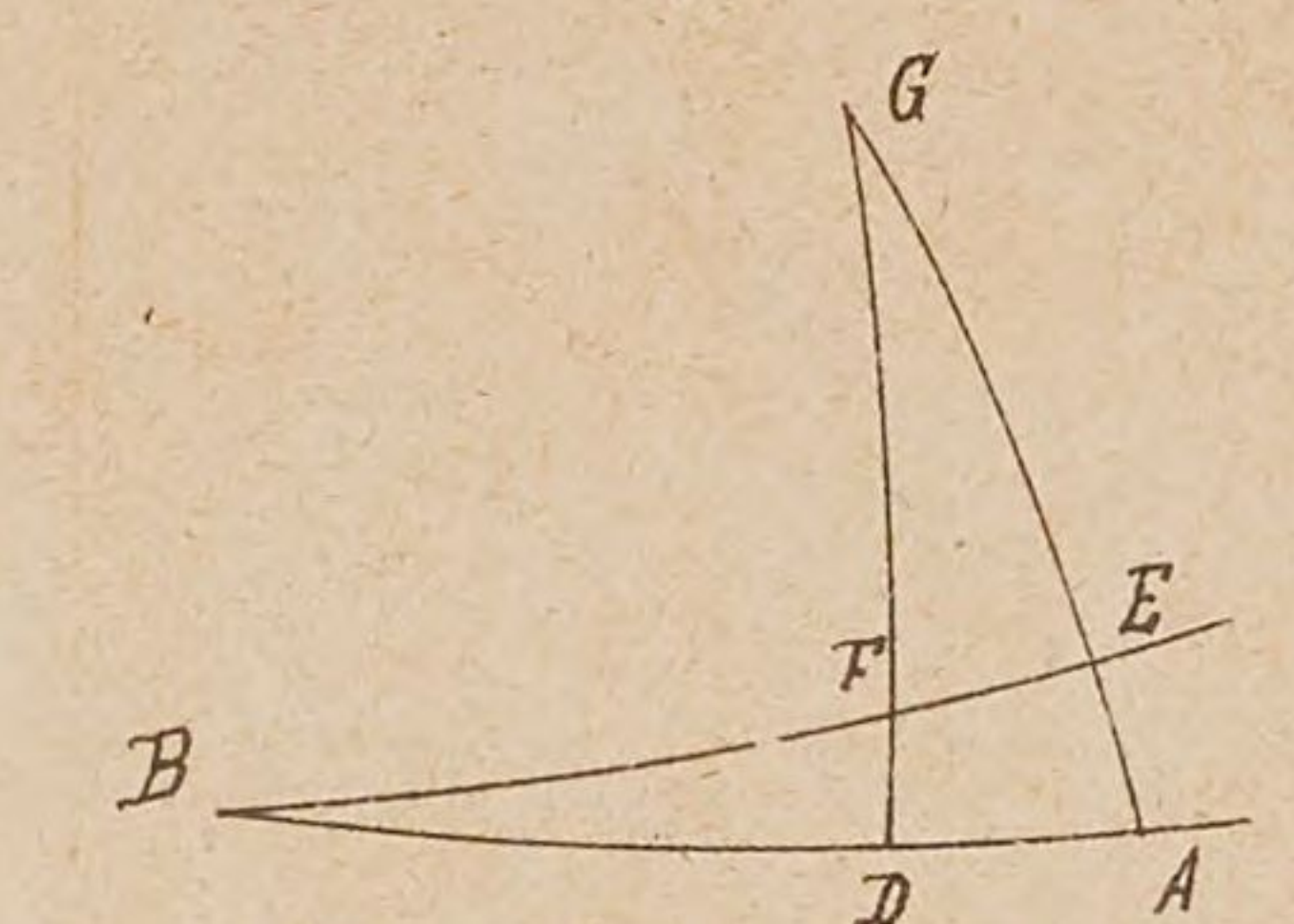


Fig. 8.

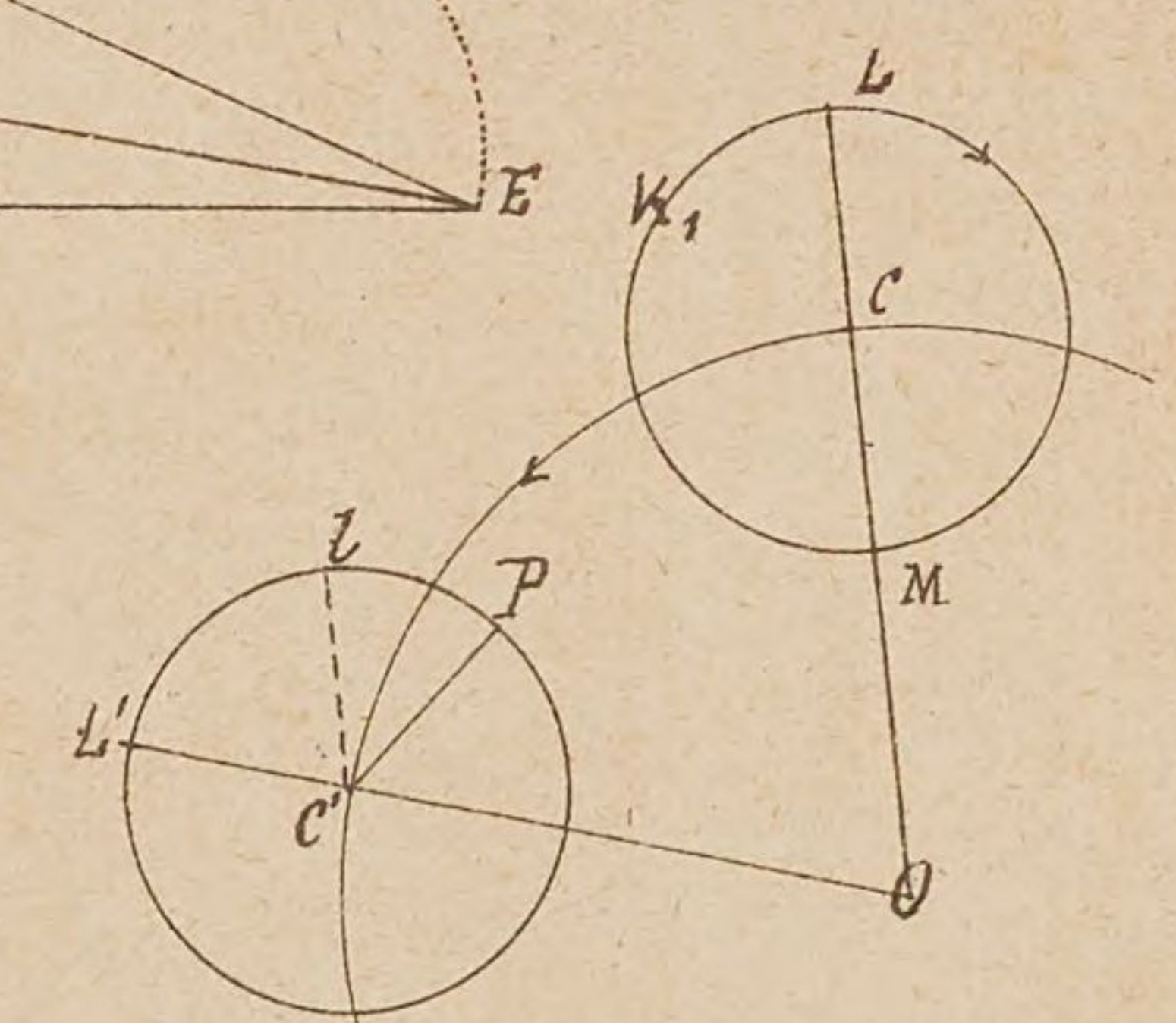


Fig. 9.

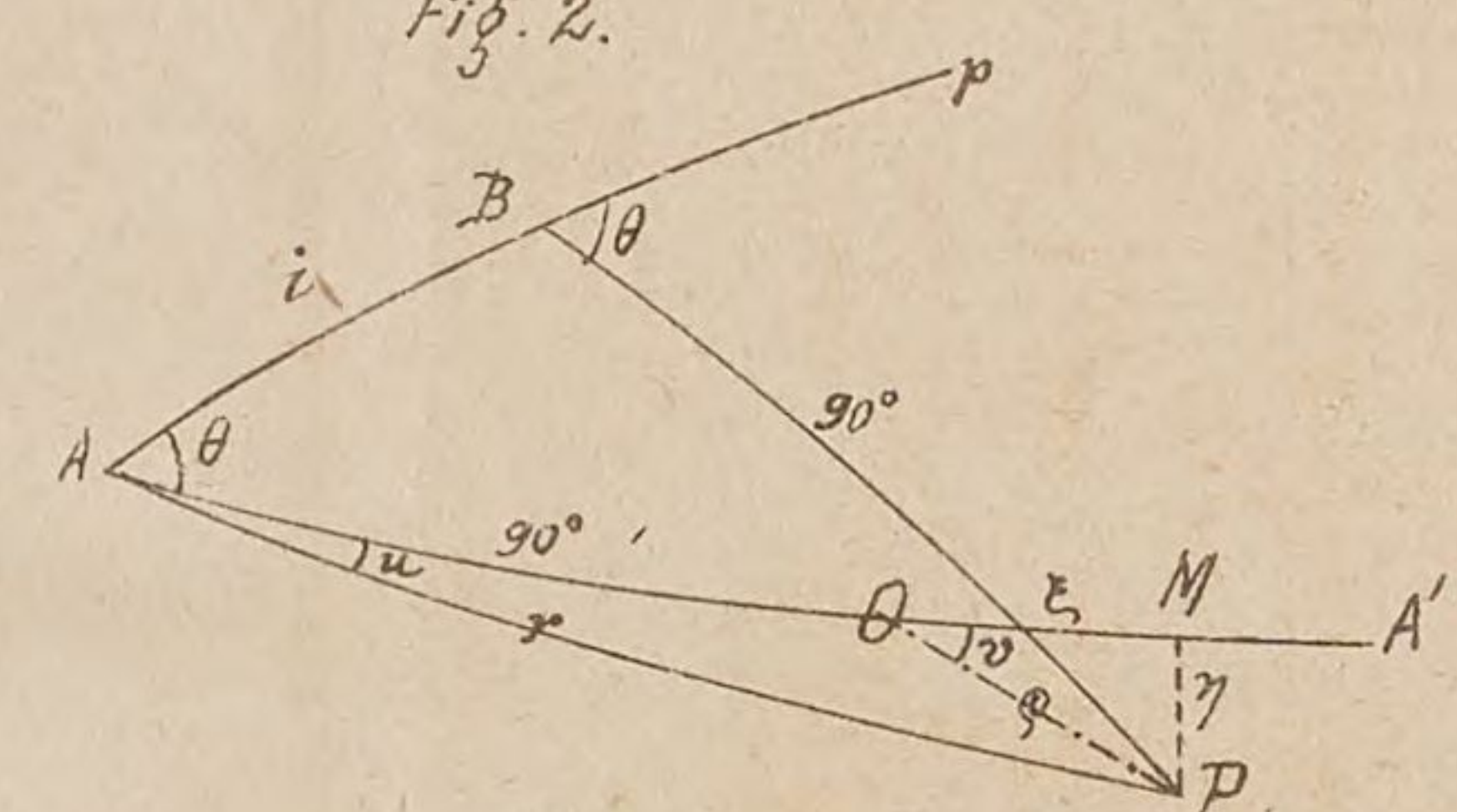


Fig. 10.

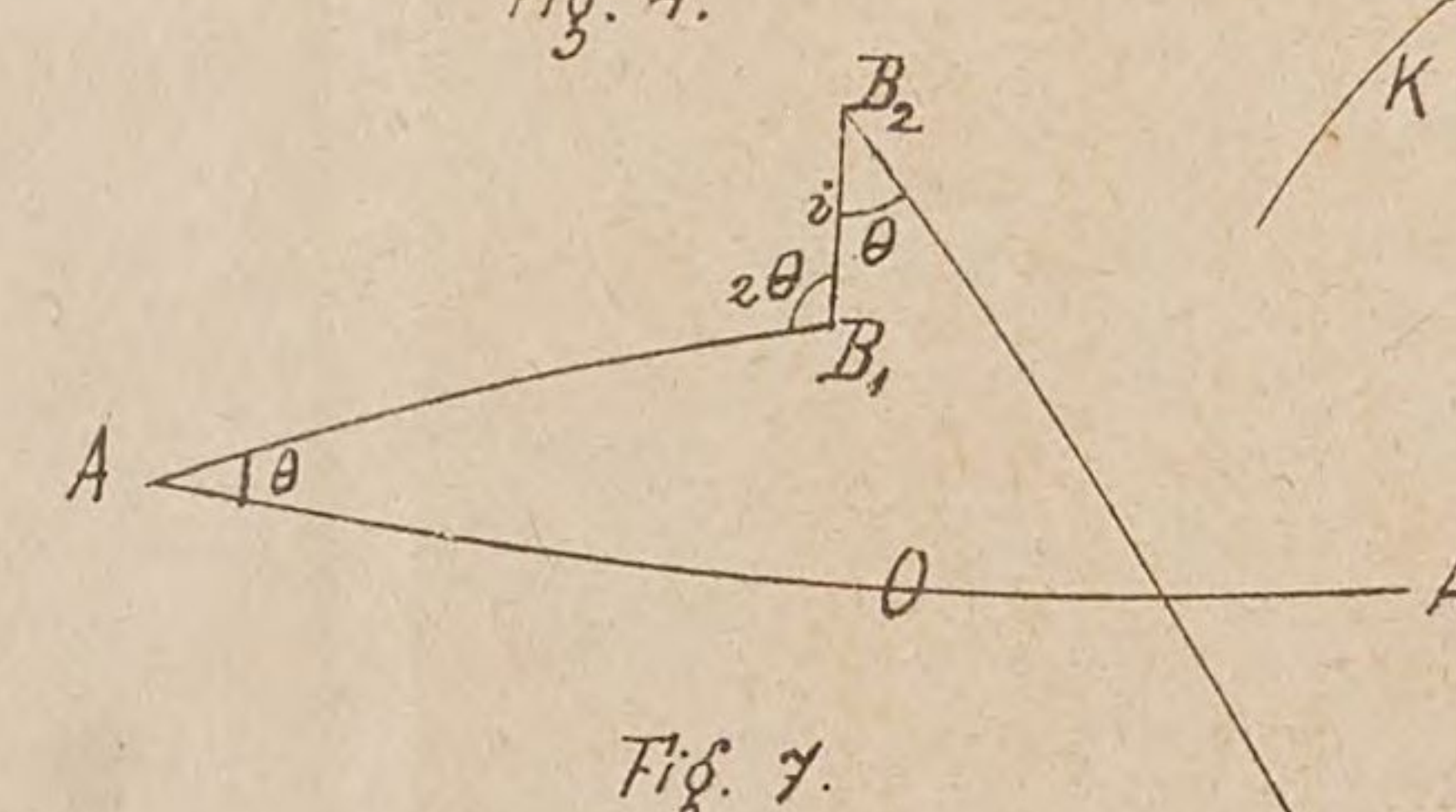


Fig. 11.

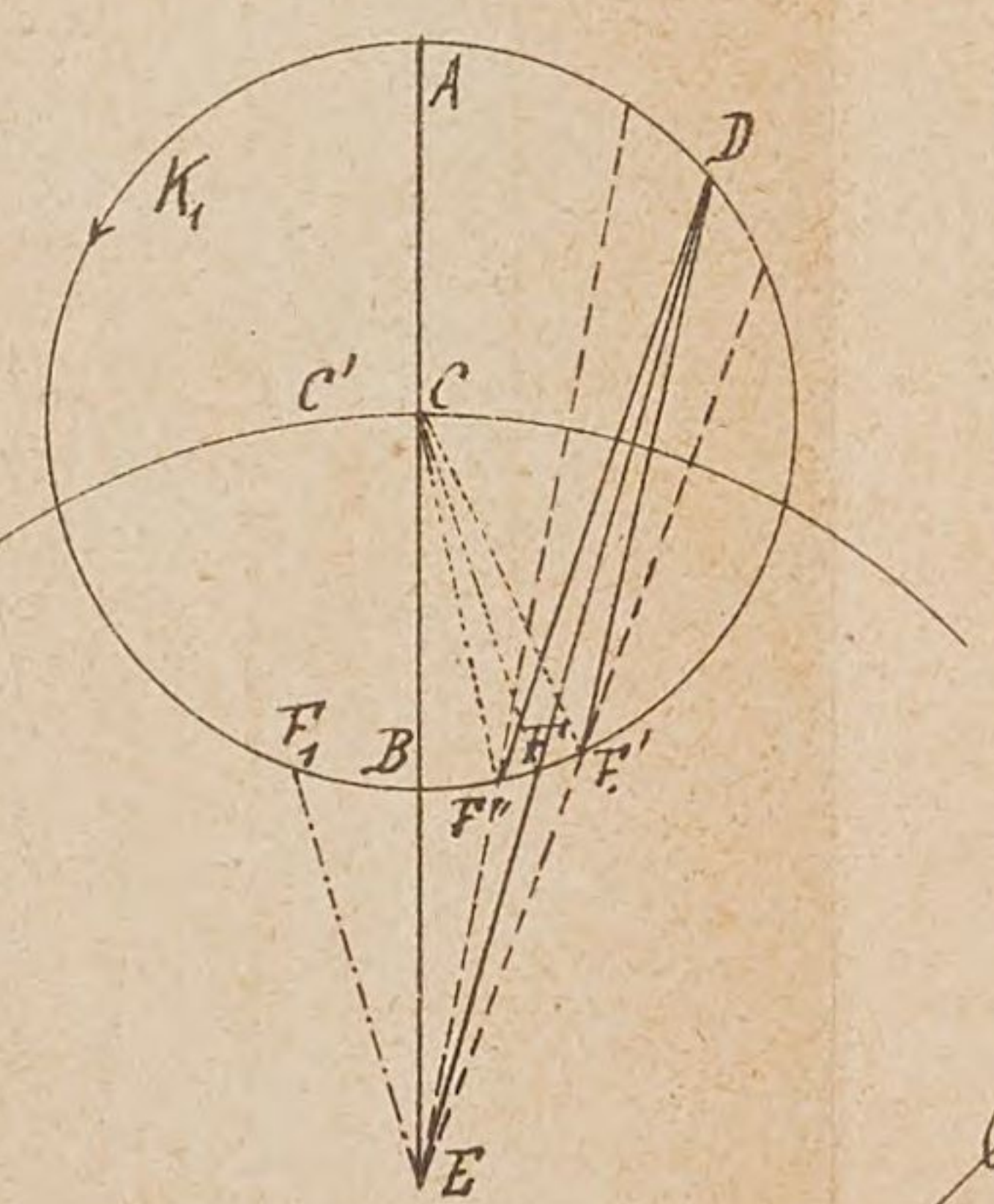


Fig. 12.

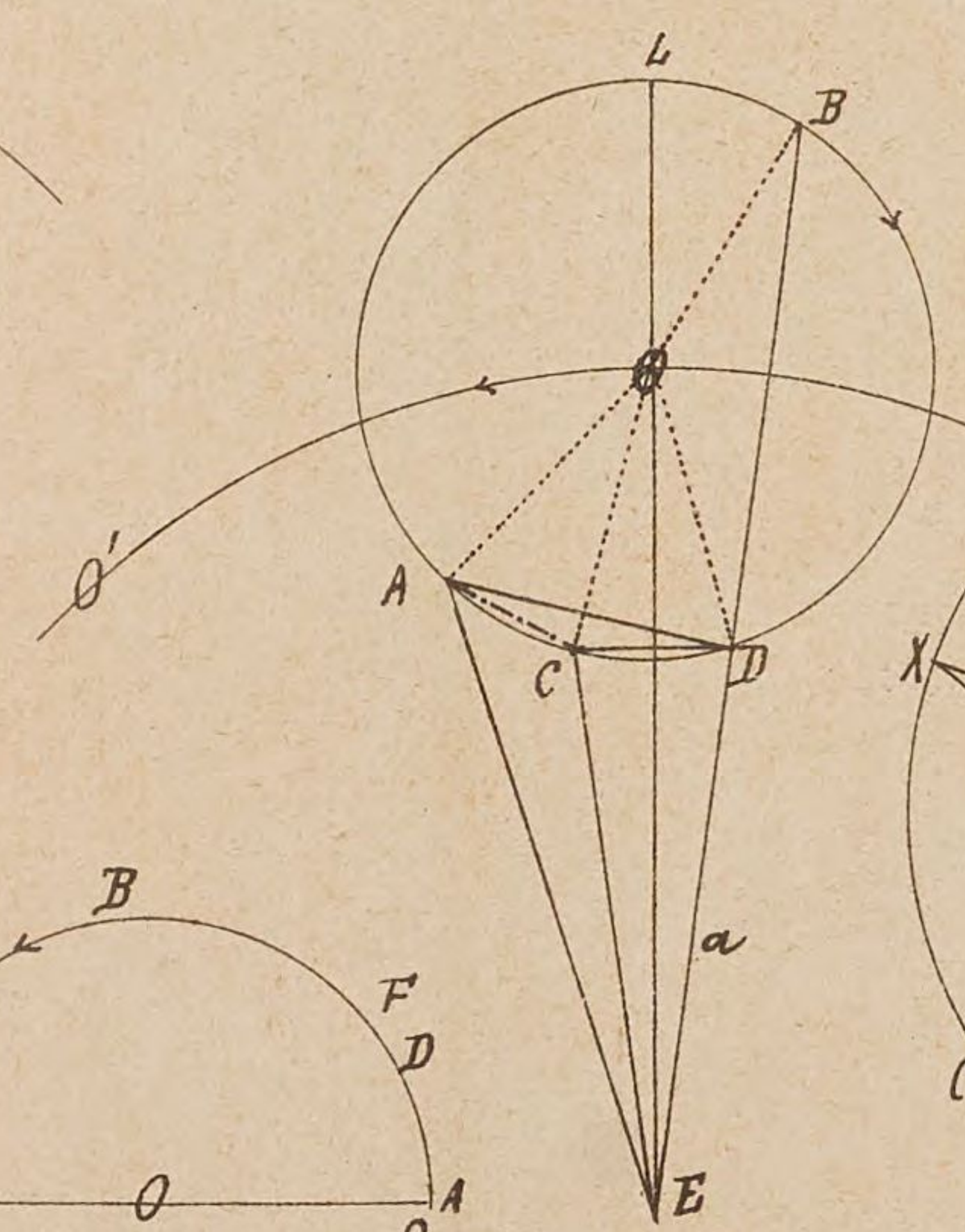


Fig. 13.

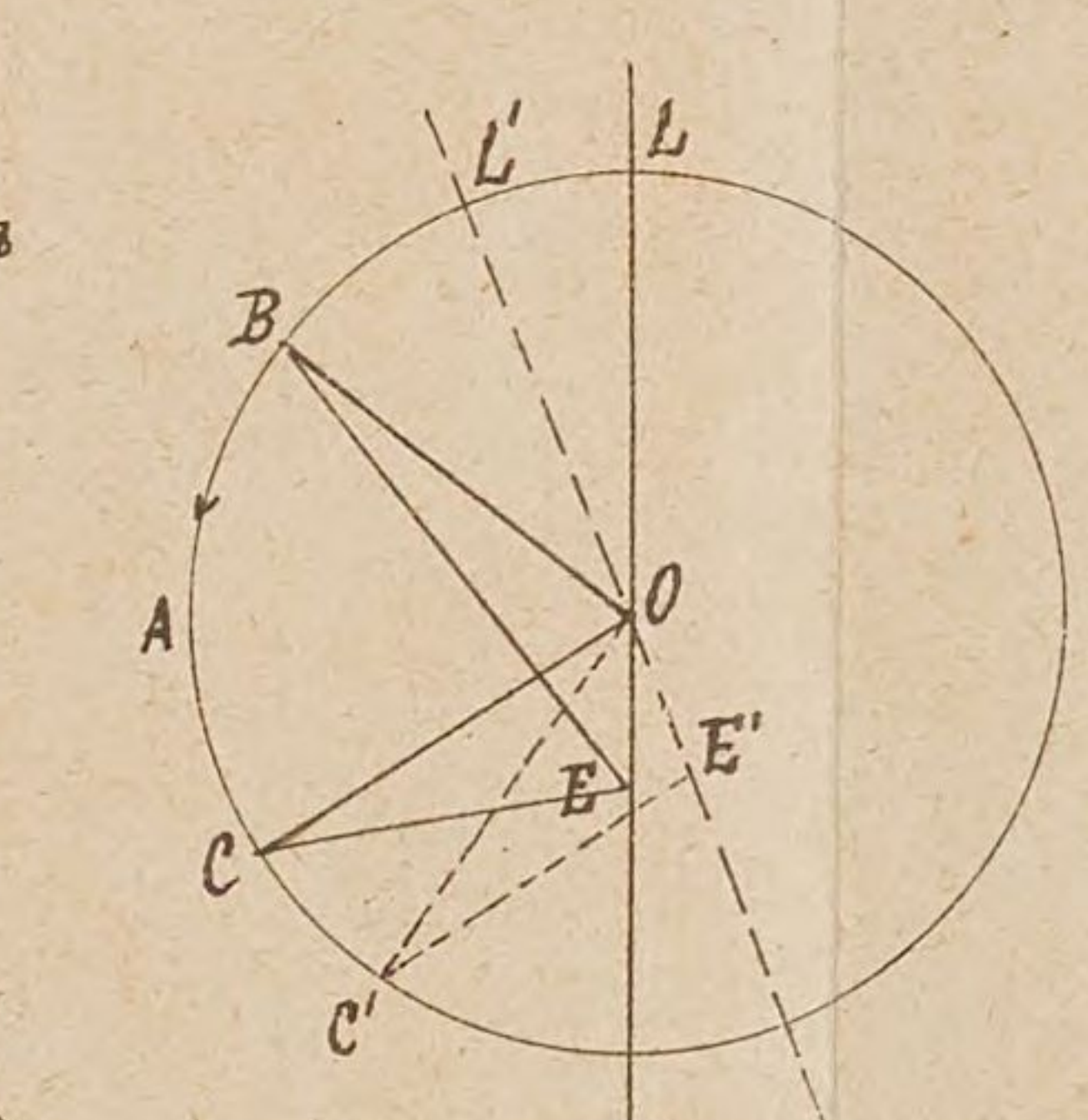


Fig. 14.

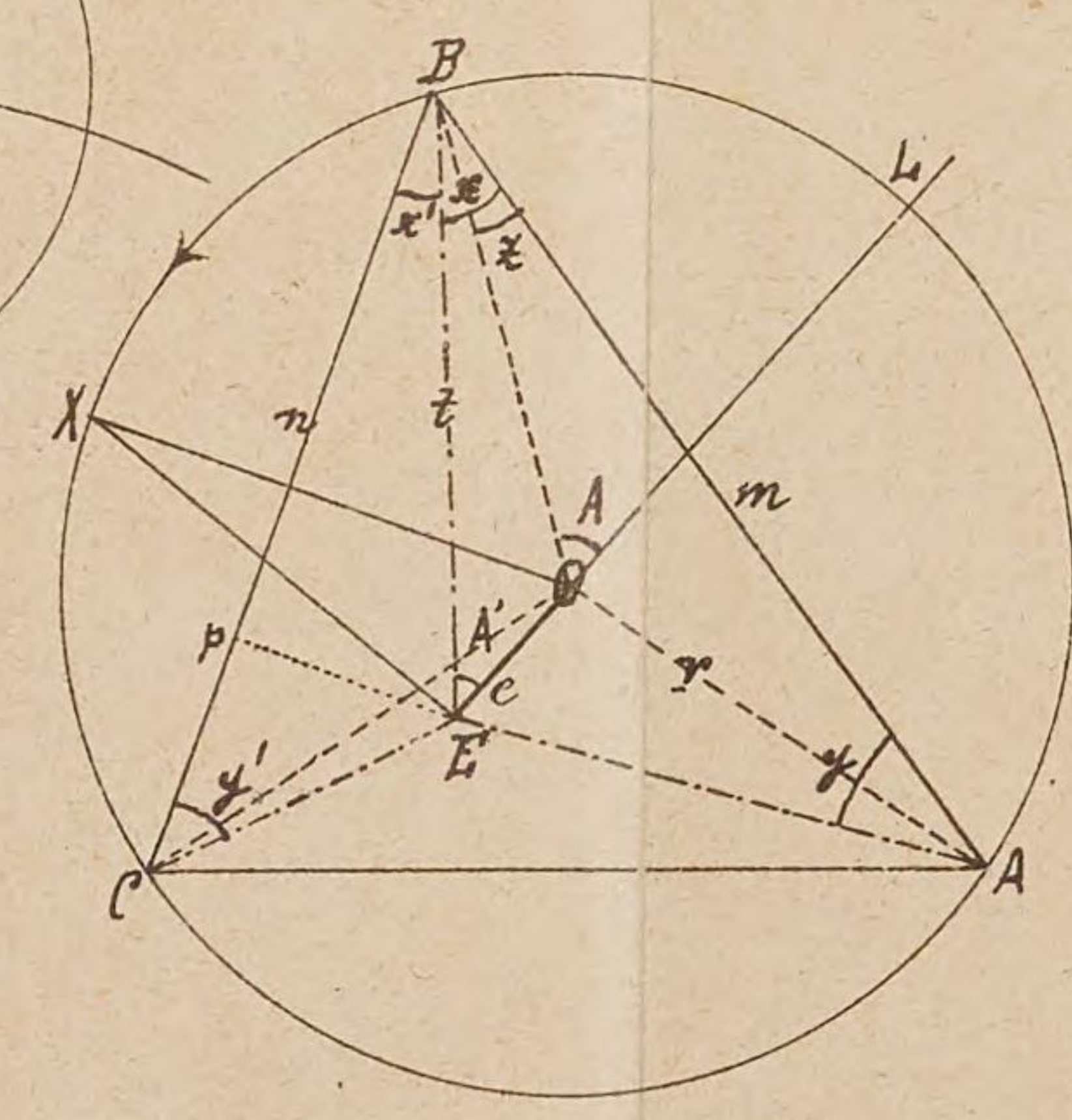


Fig. 15.

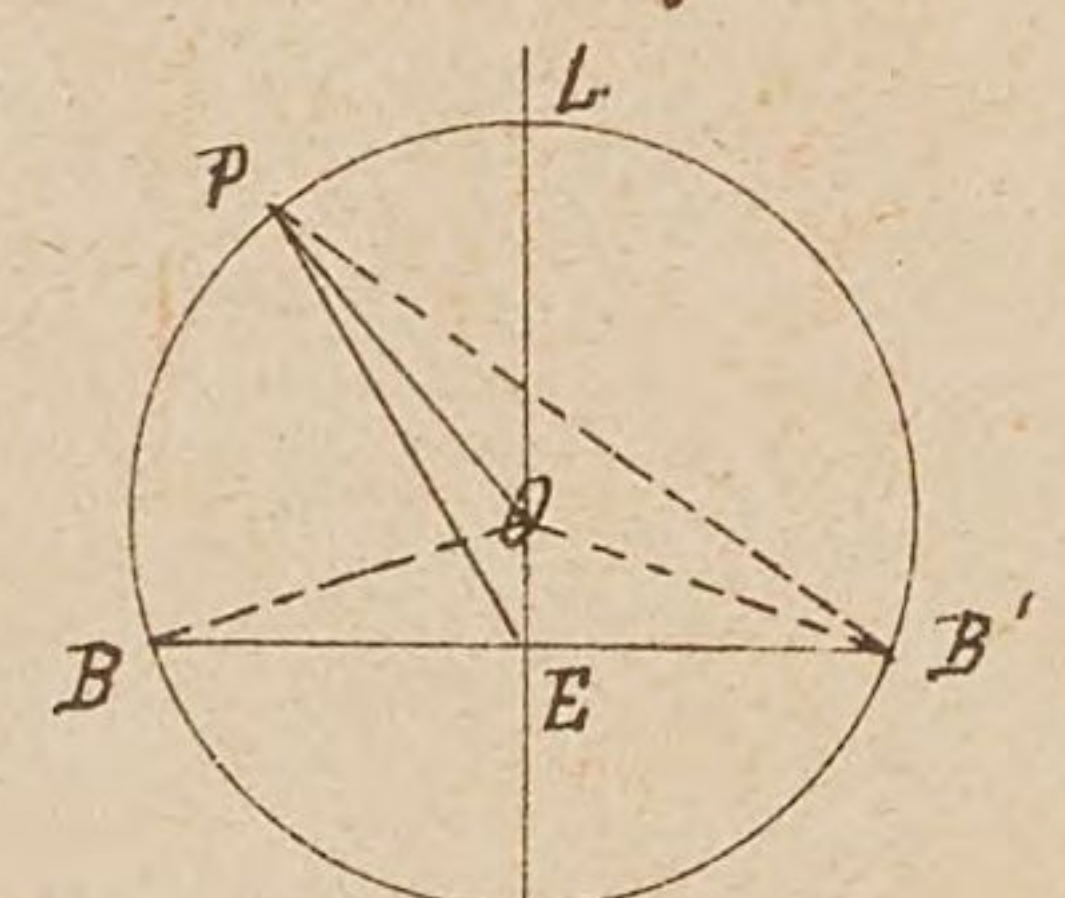


Fig. 16.

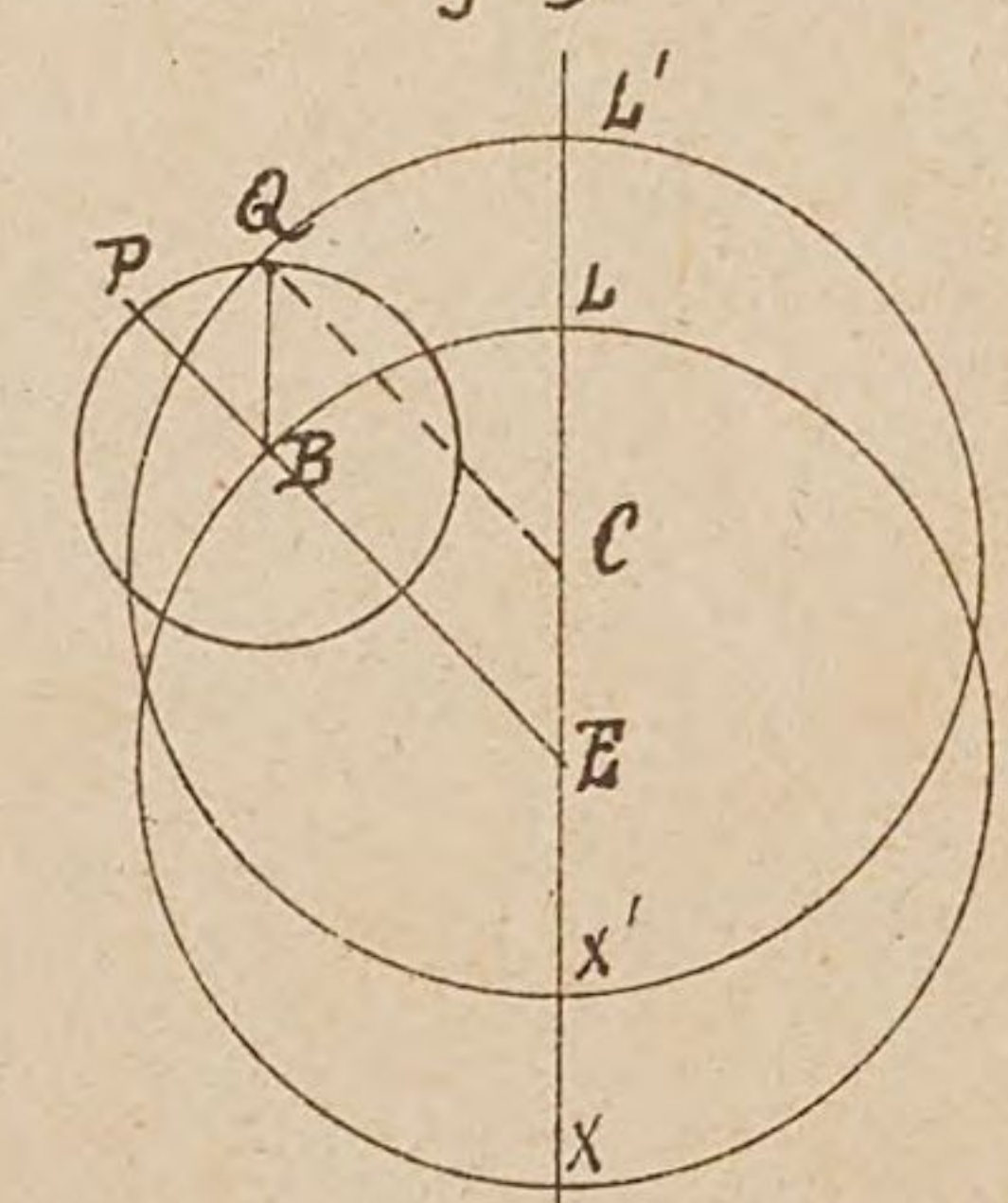


Fig. 17.

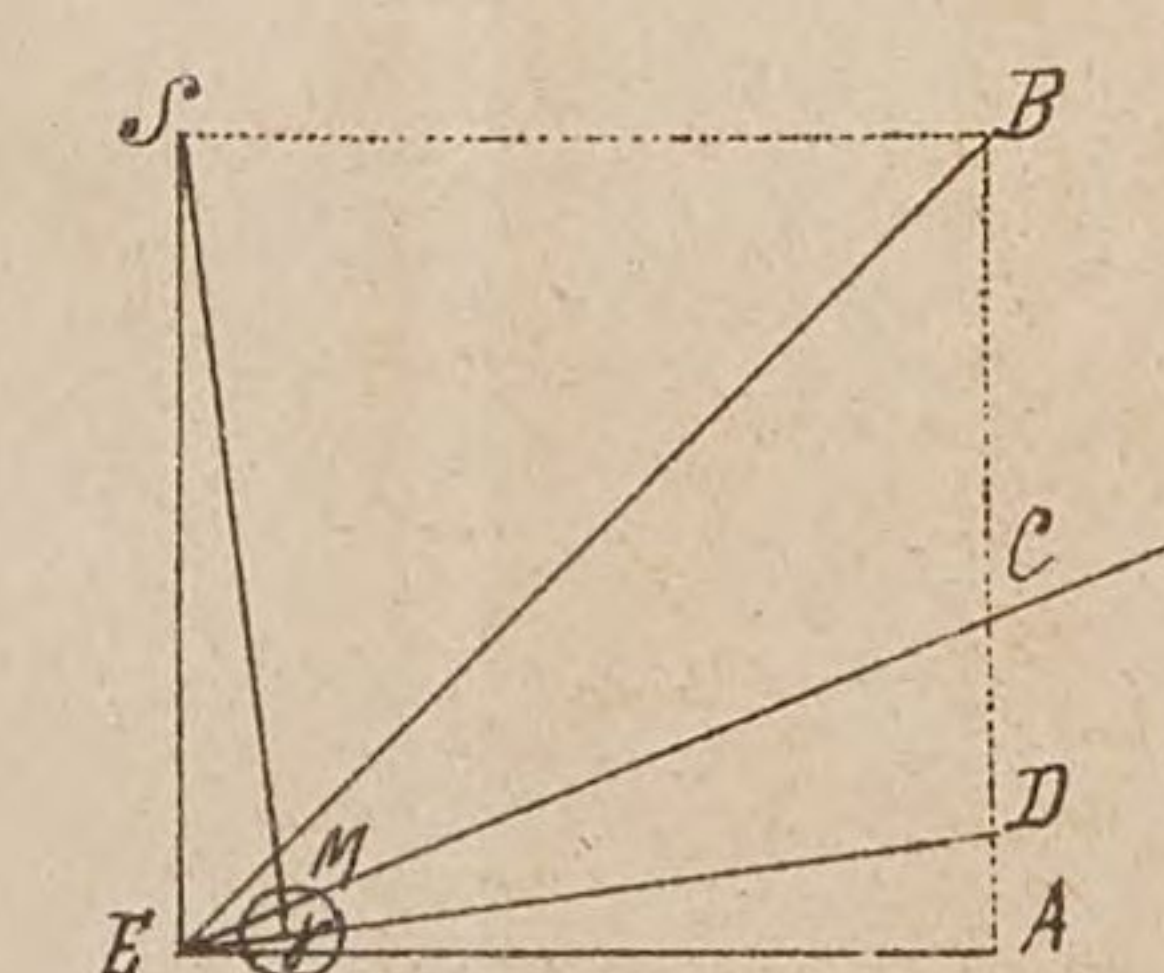


Fig. 18.

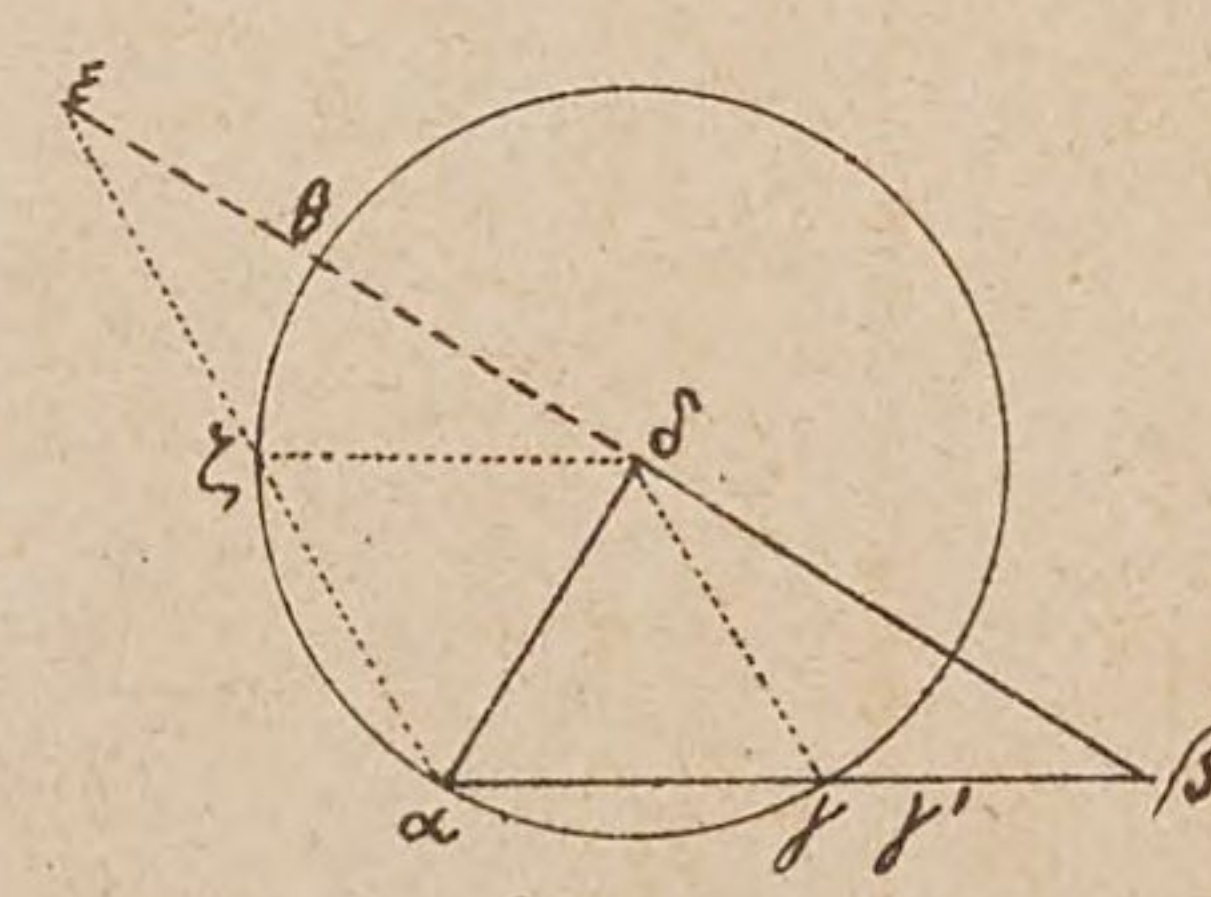


Fig. 19.

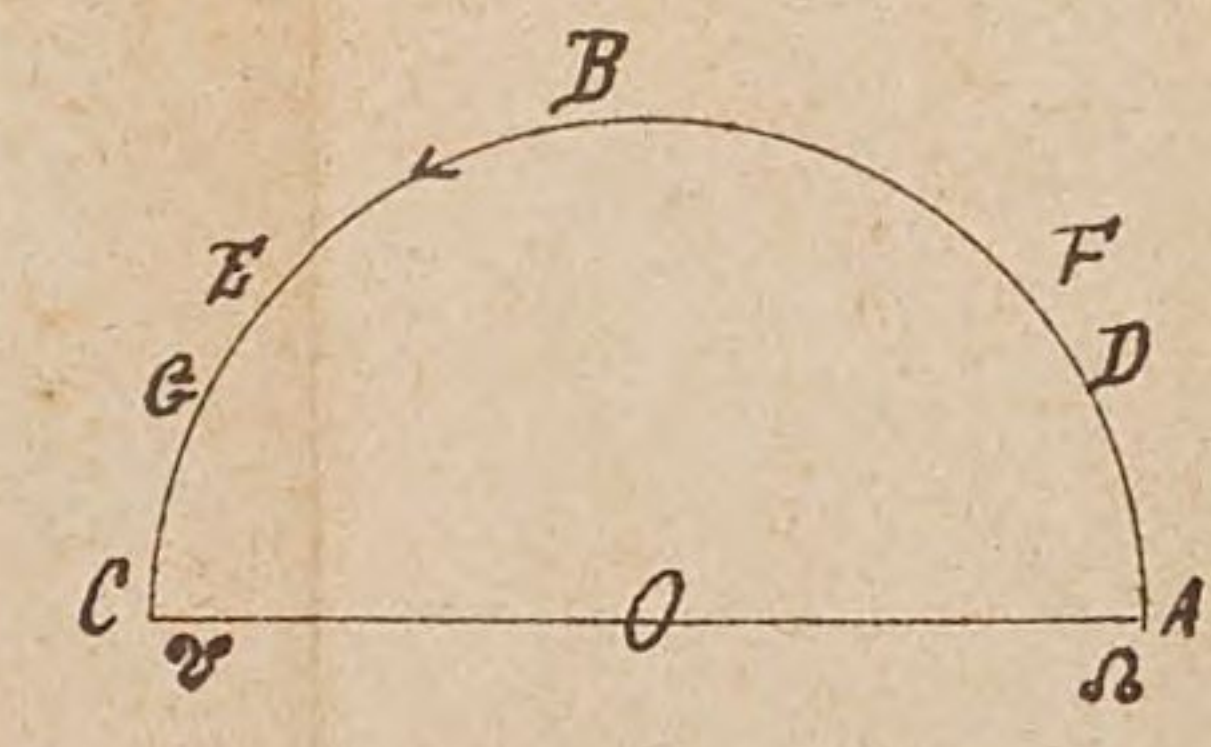


Fig. 20.

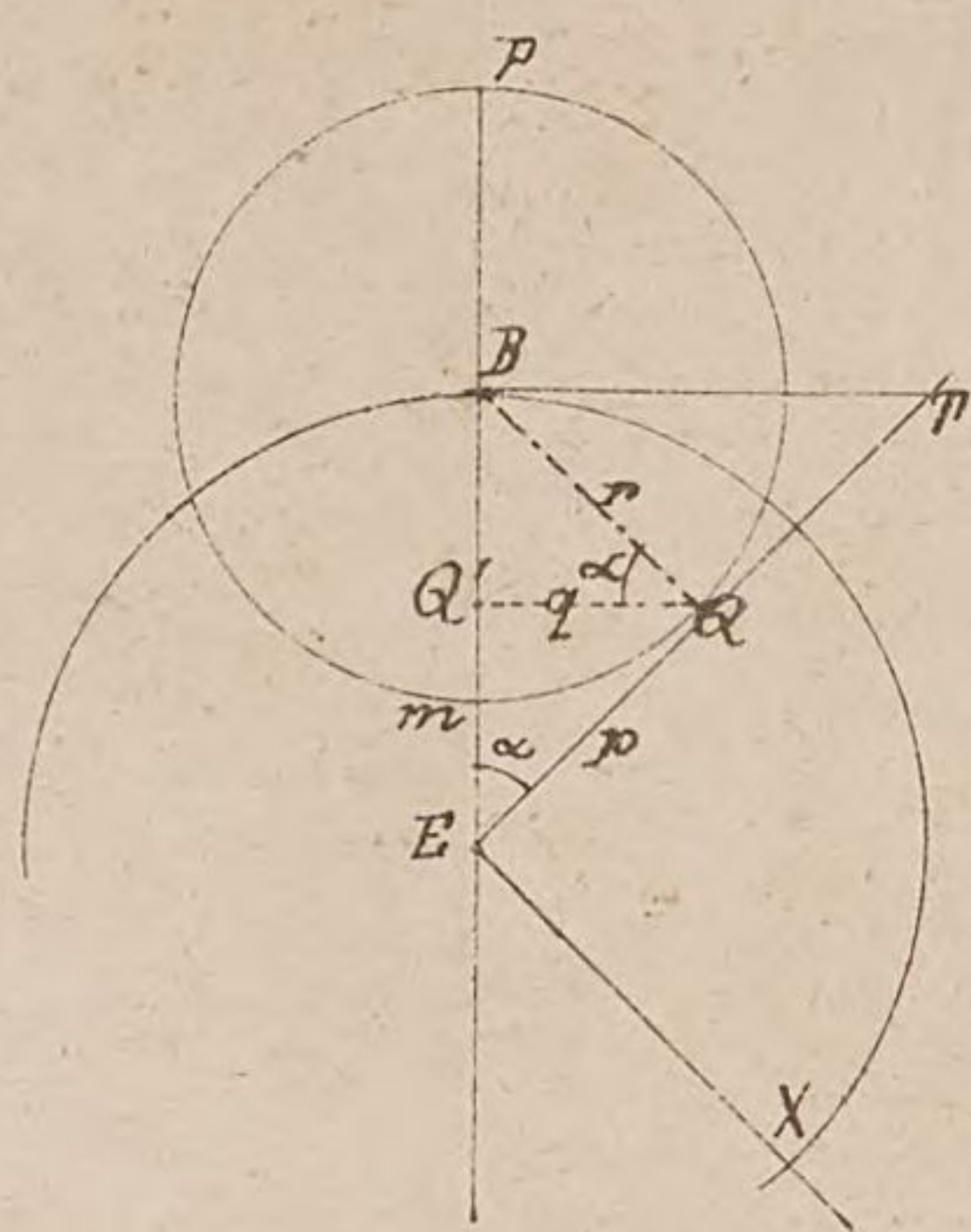


Fig. 21.

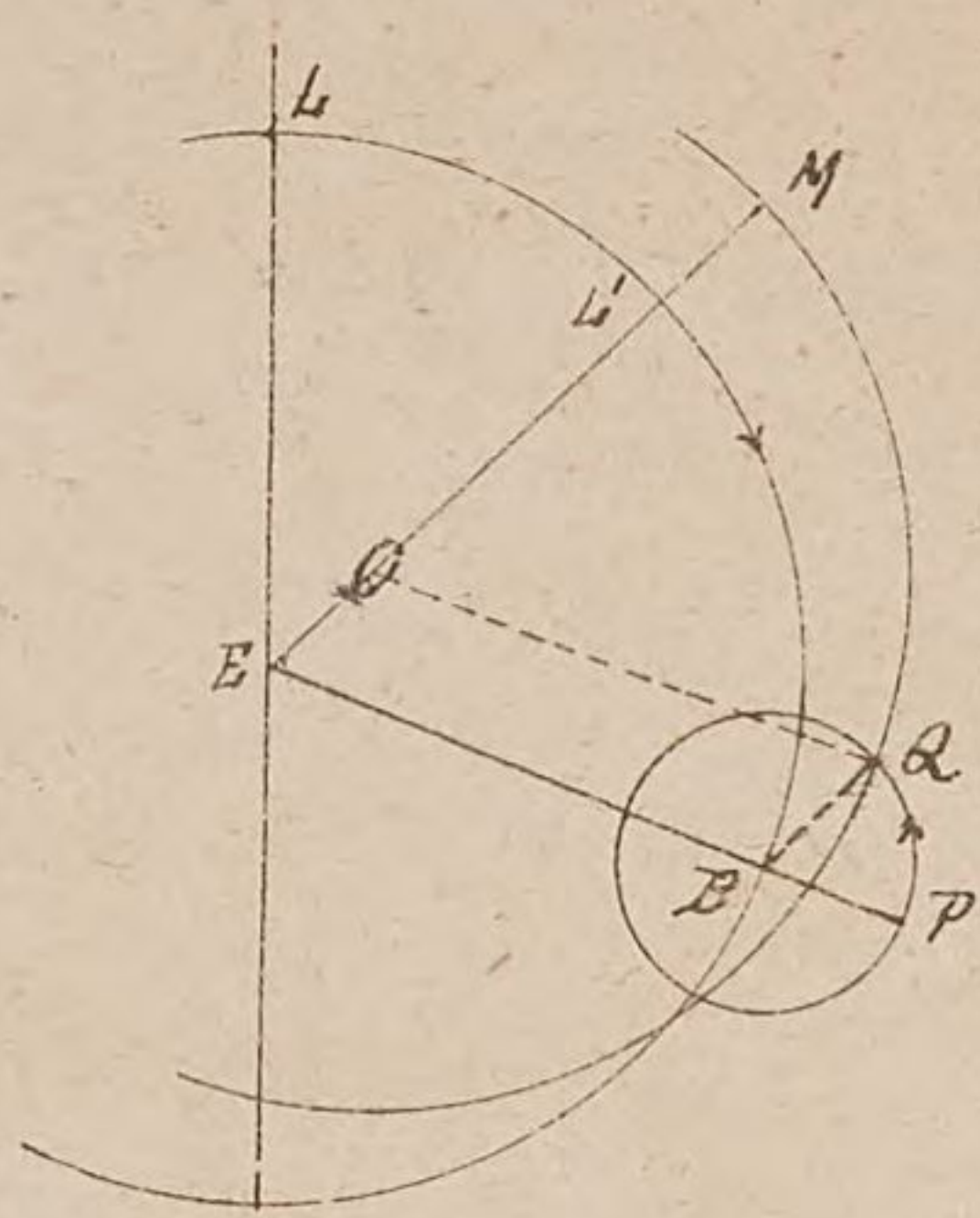


Fig. 22.

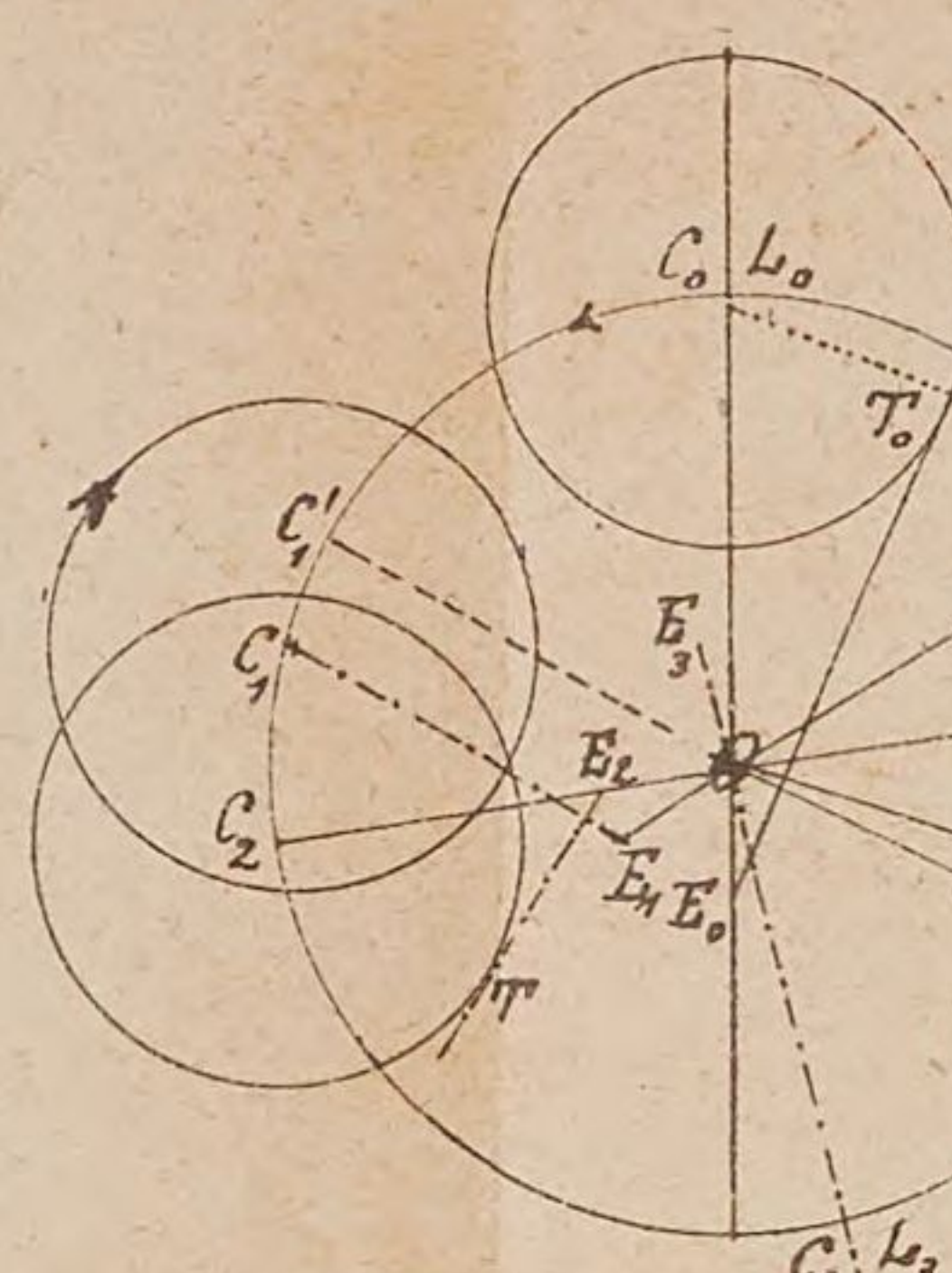


Fig. 23.

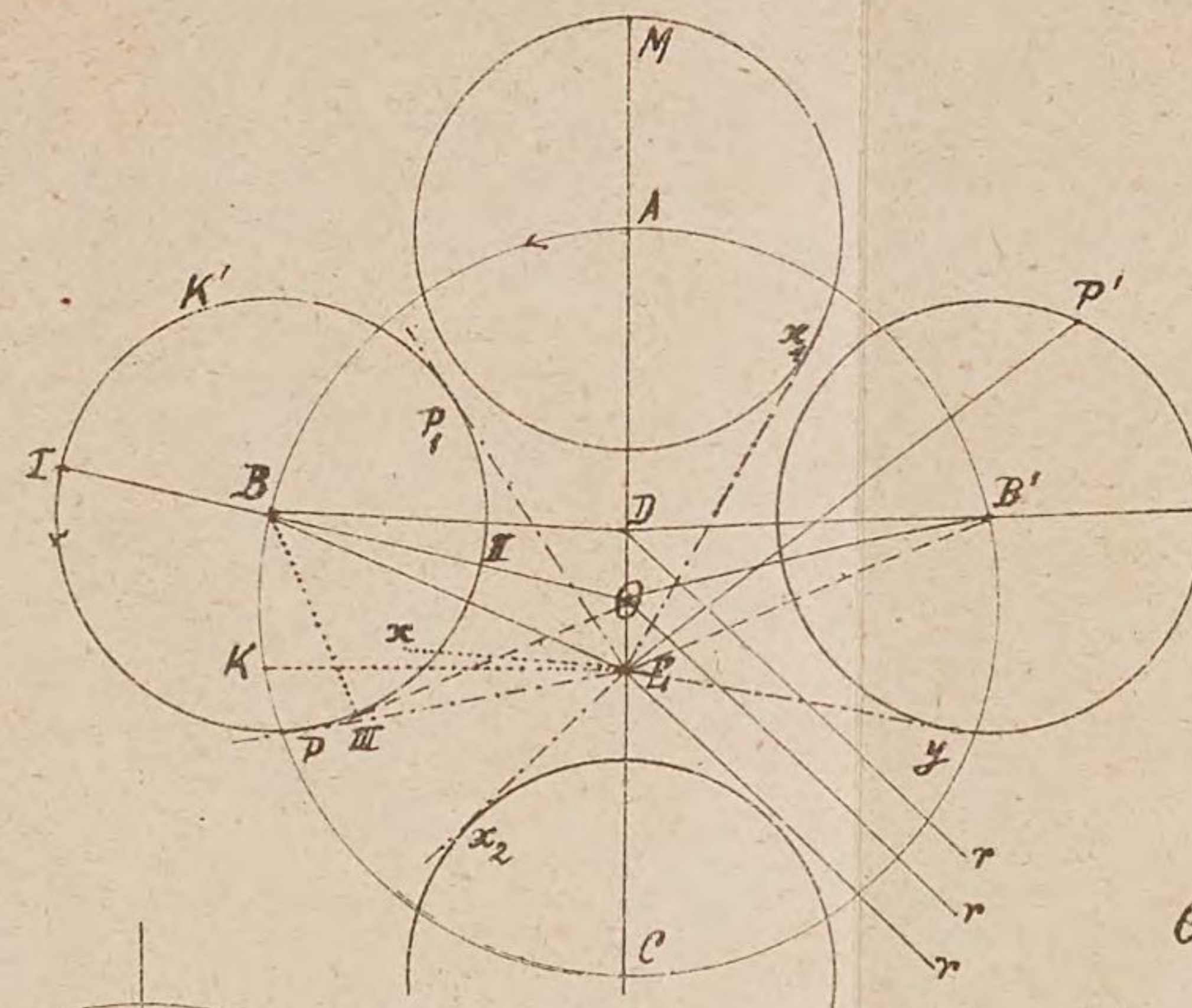


Fig. 26.

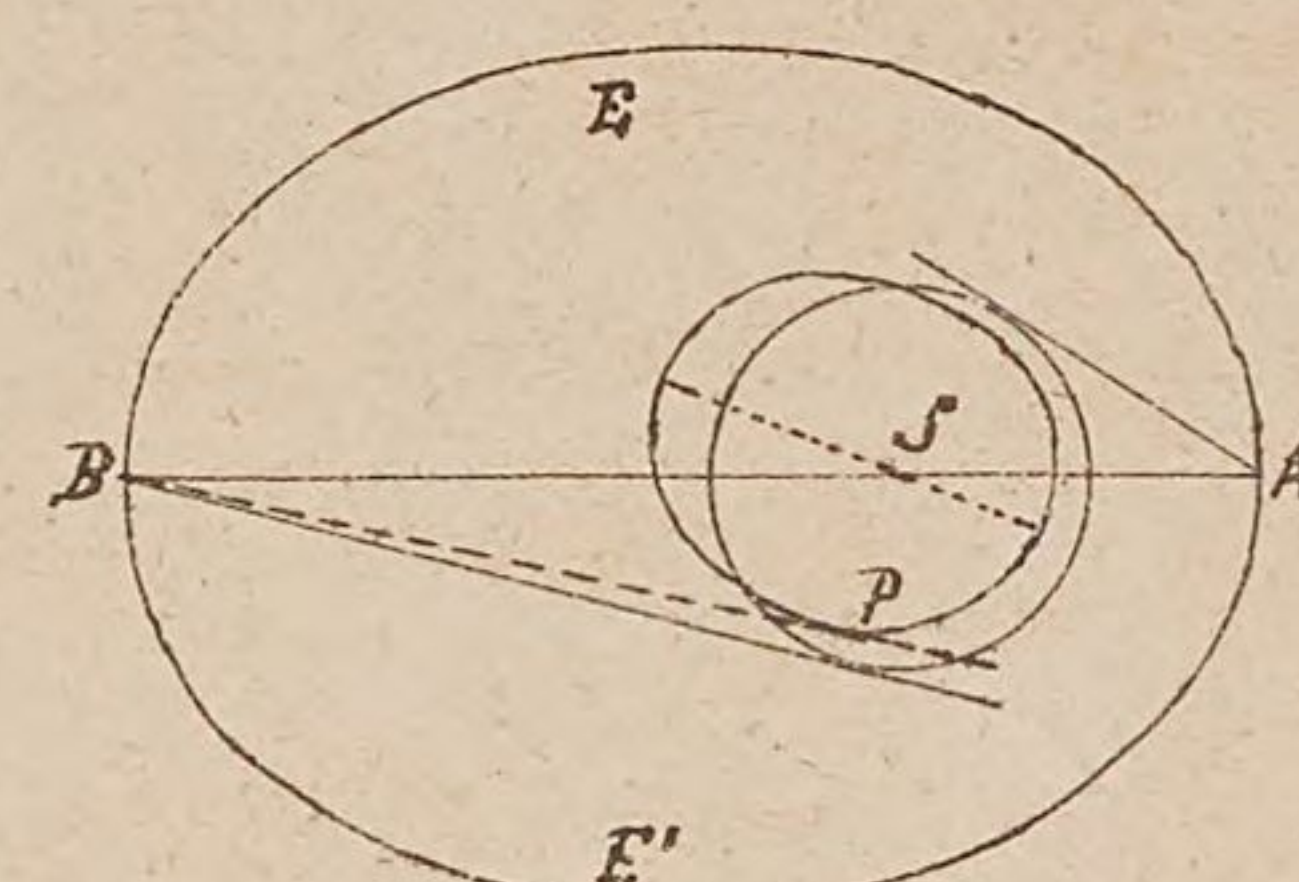


Fig. 30.

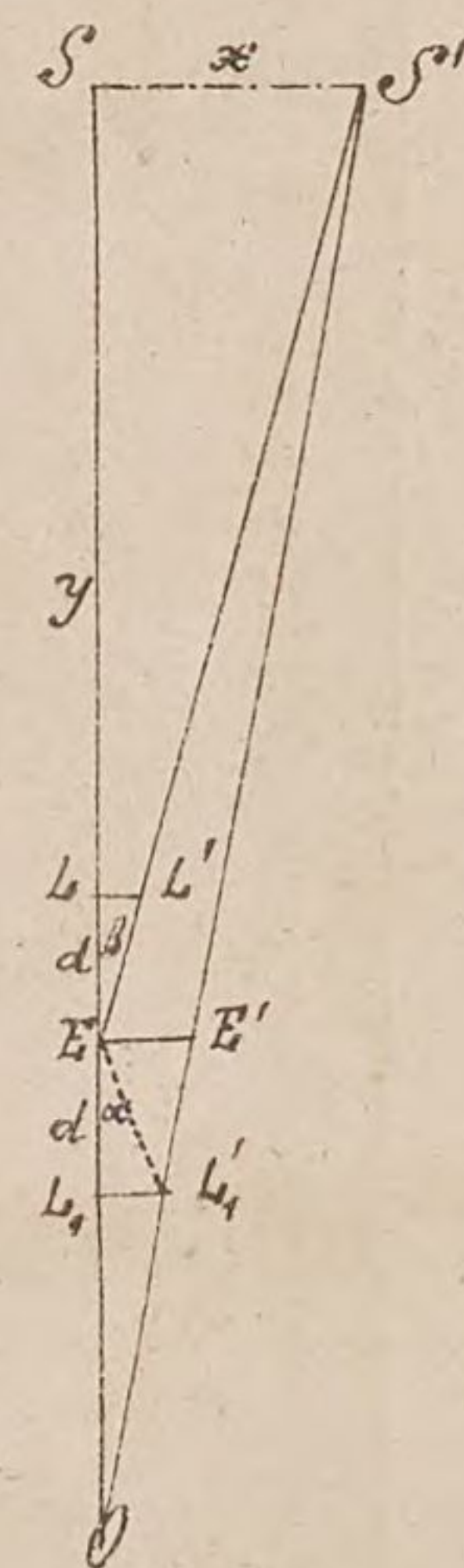


Fig. 25.

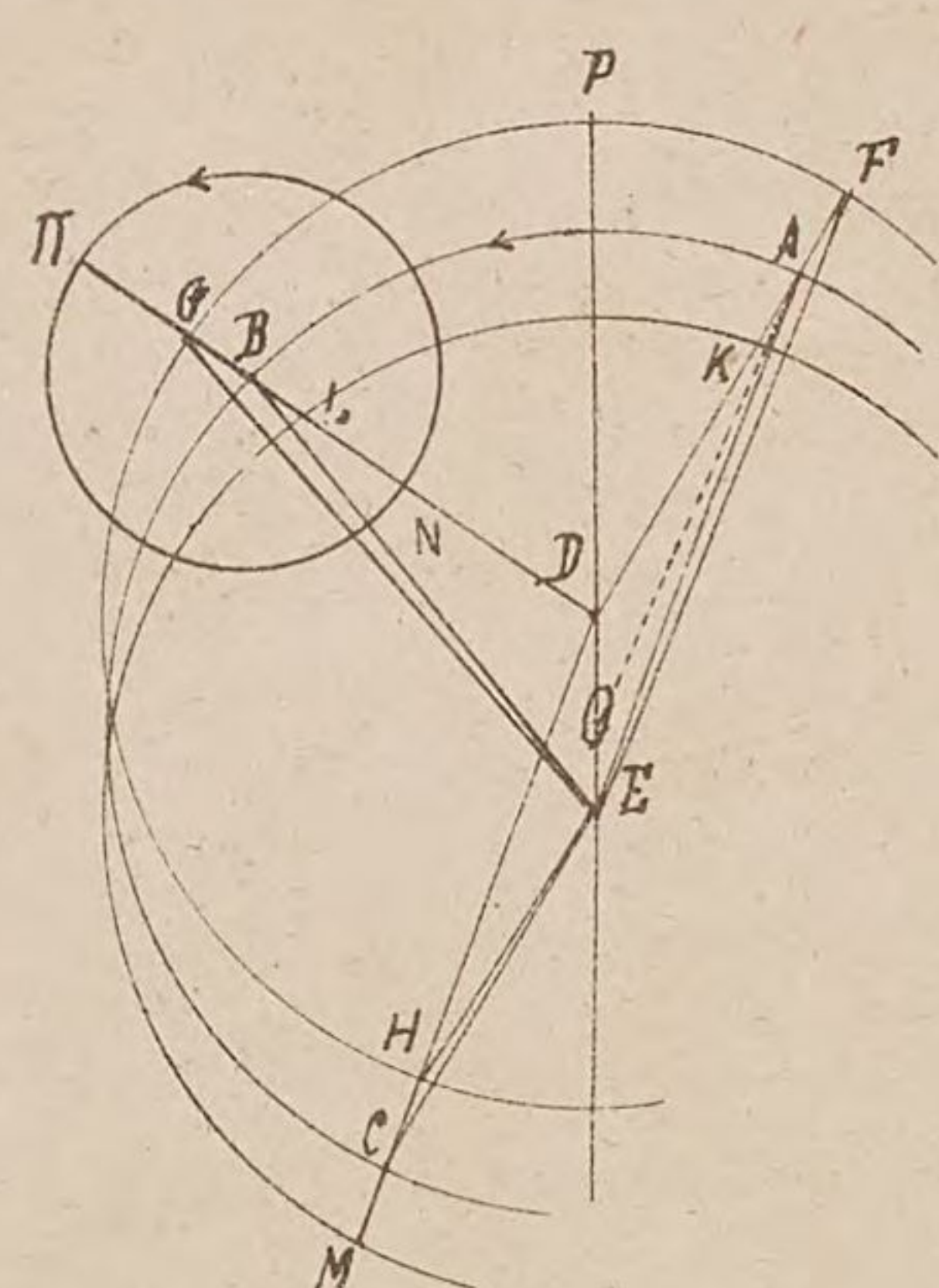


Fig. 28.

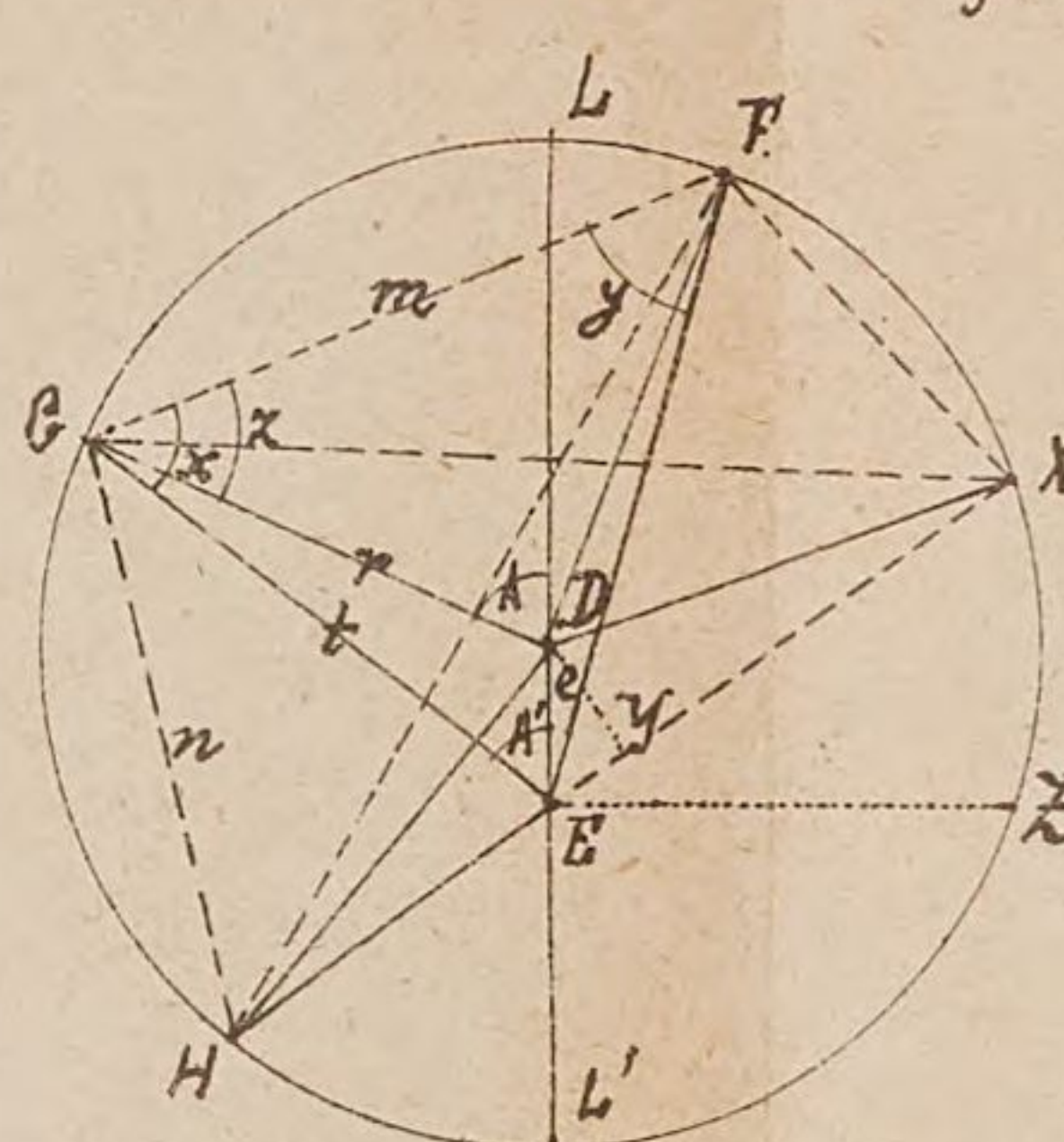


Fig. 29.

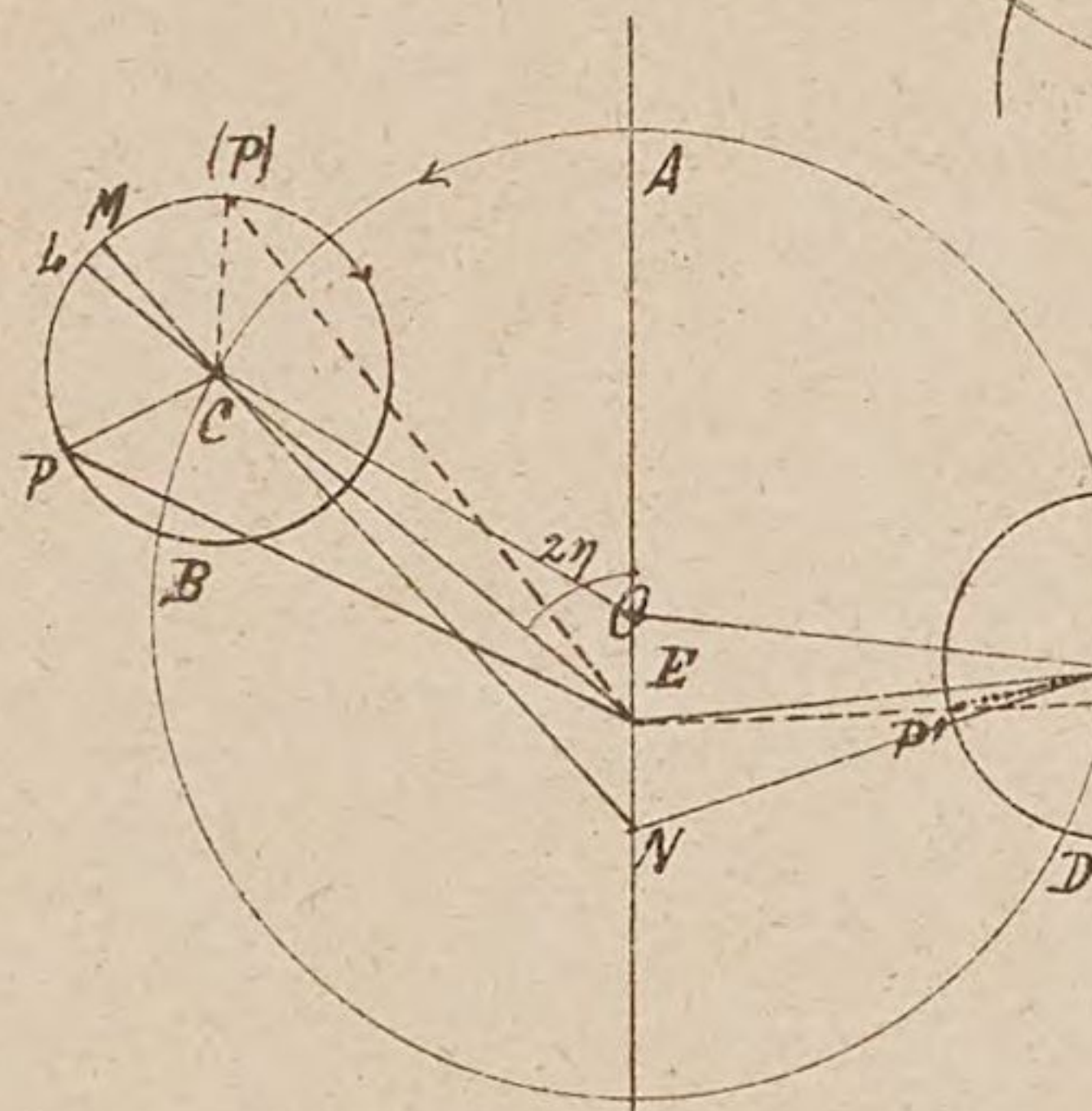


Fig. 24.

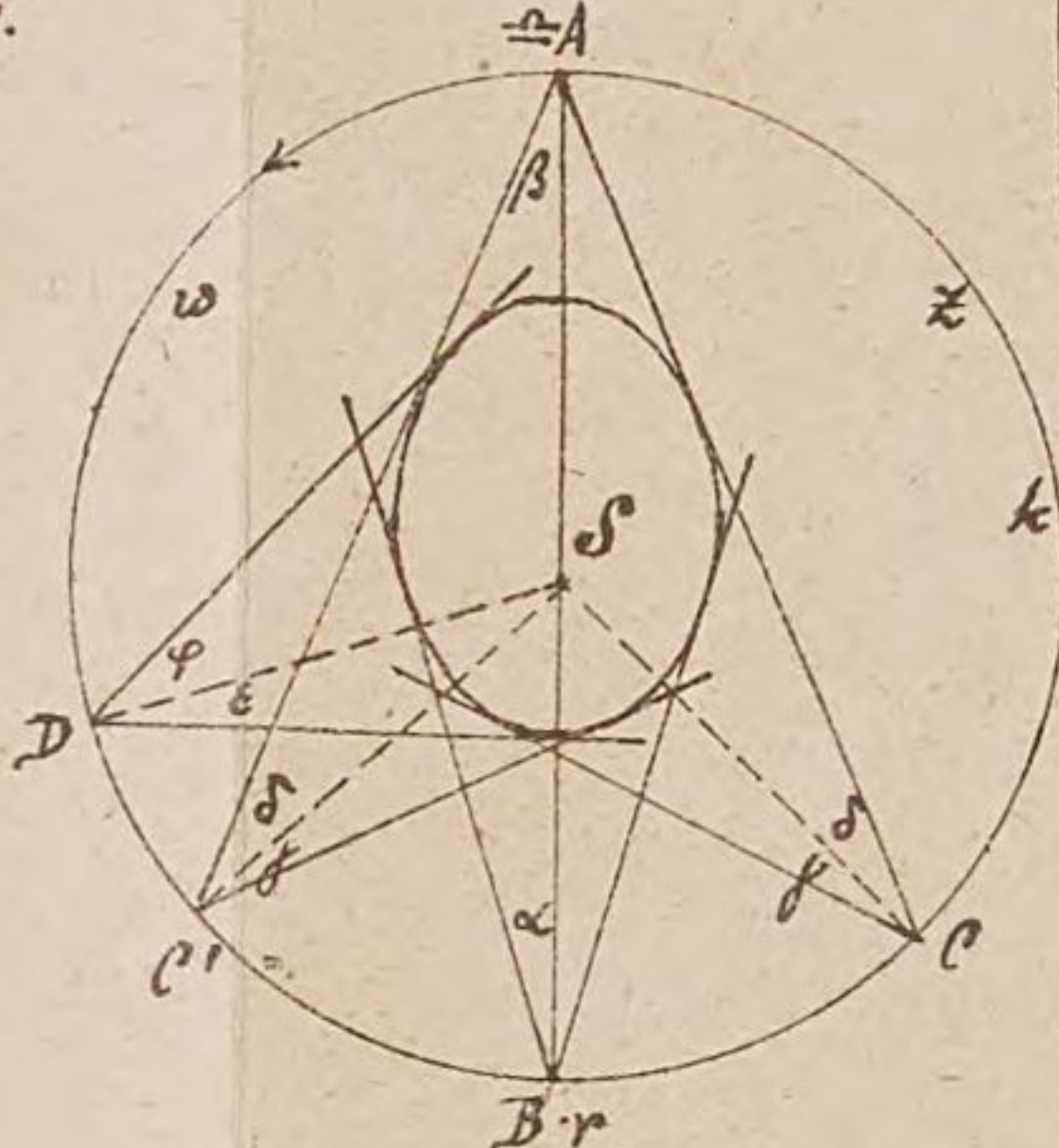


Fig. 31.

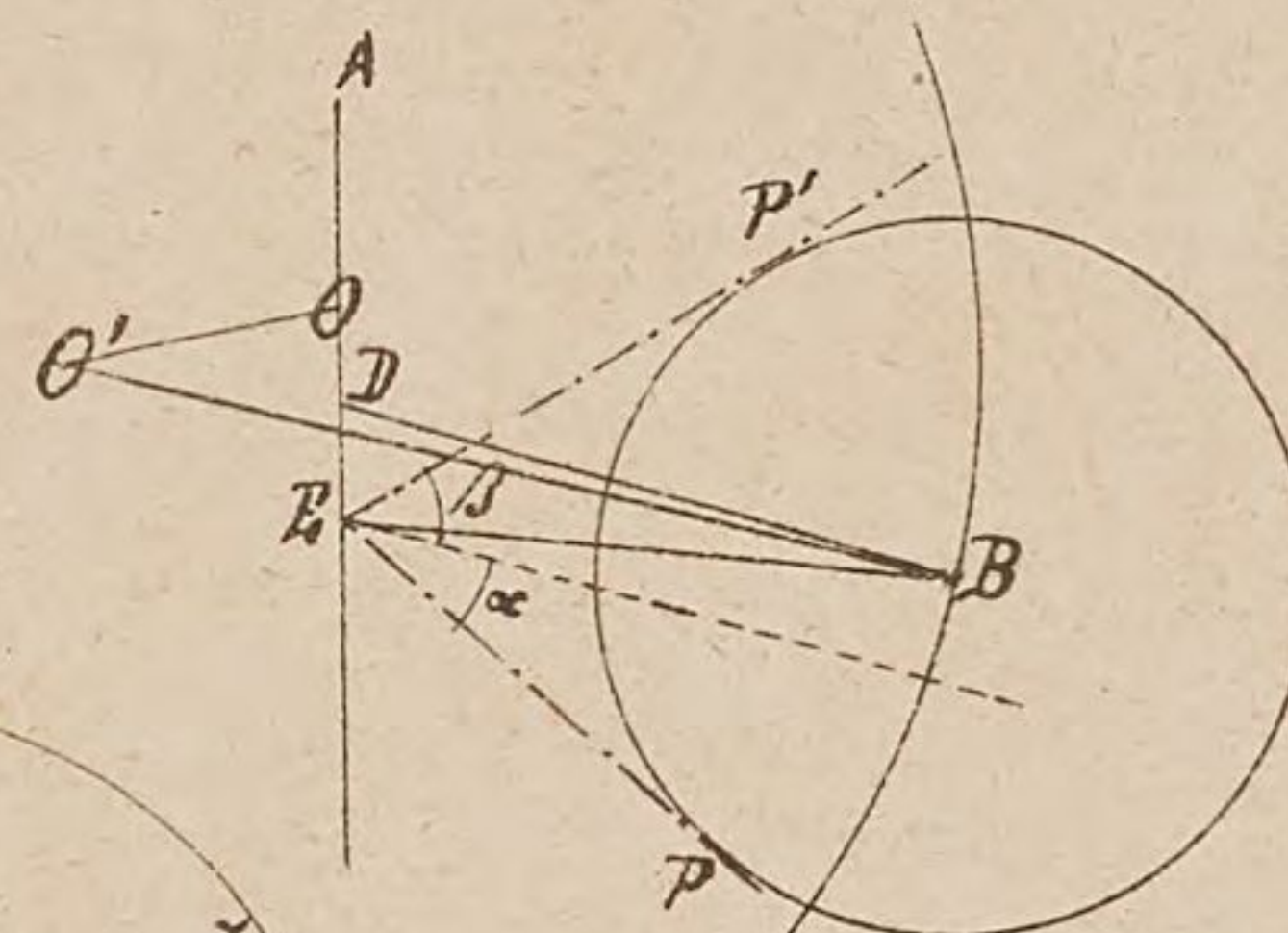


Fig. 33.

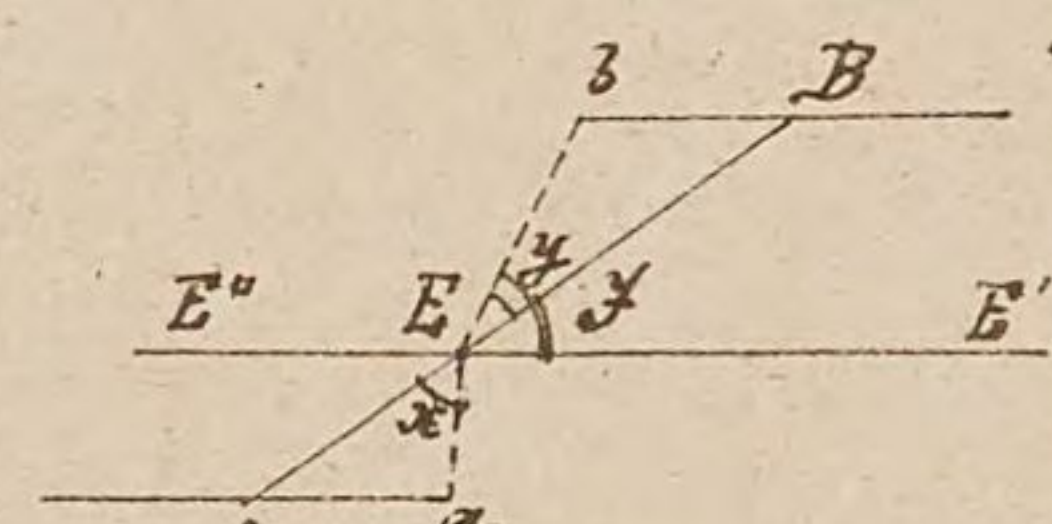


Fig. 37.

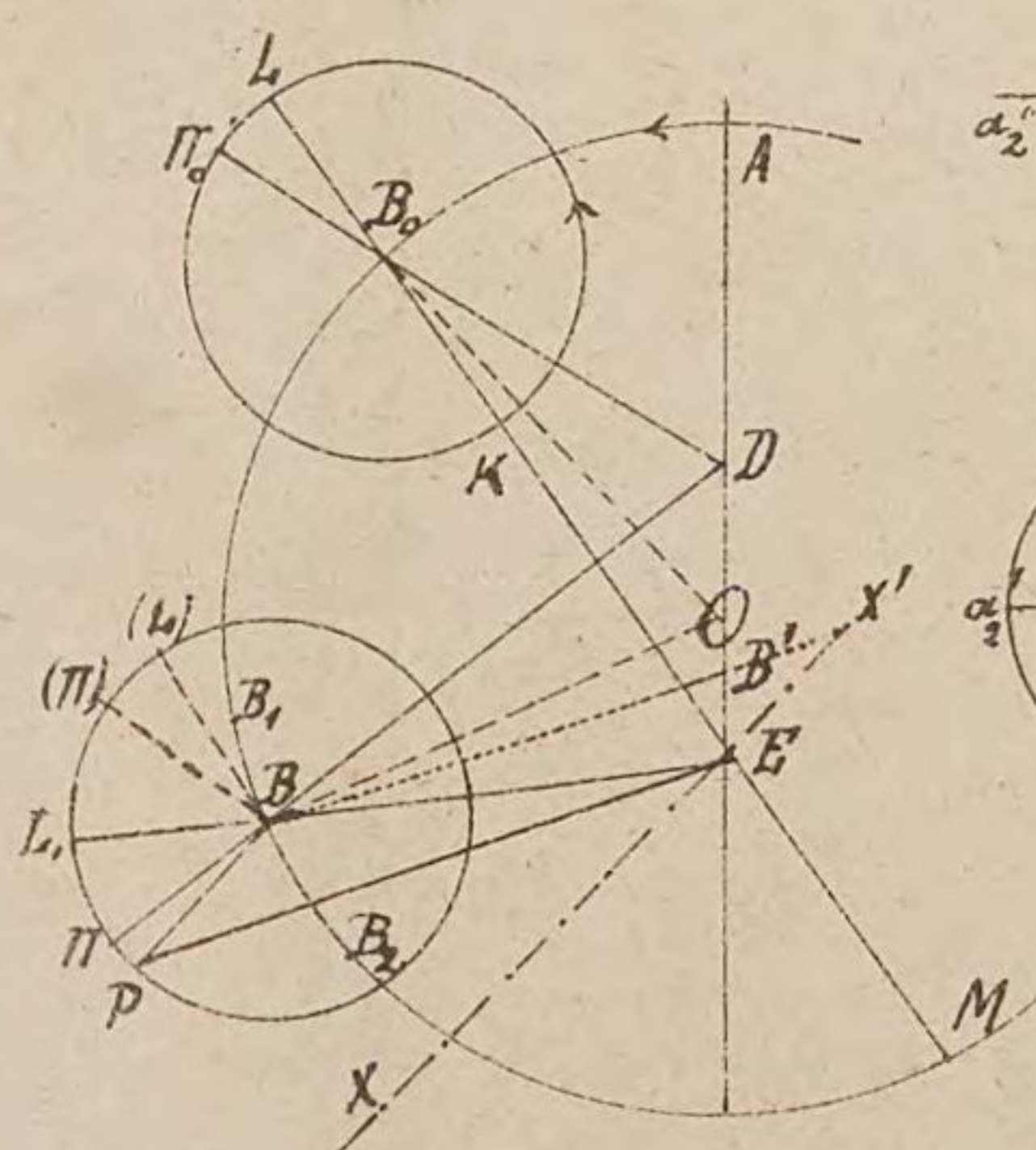


Fig. 27.

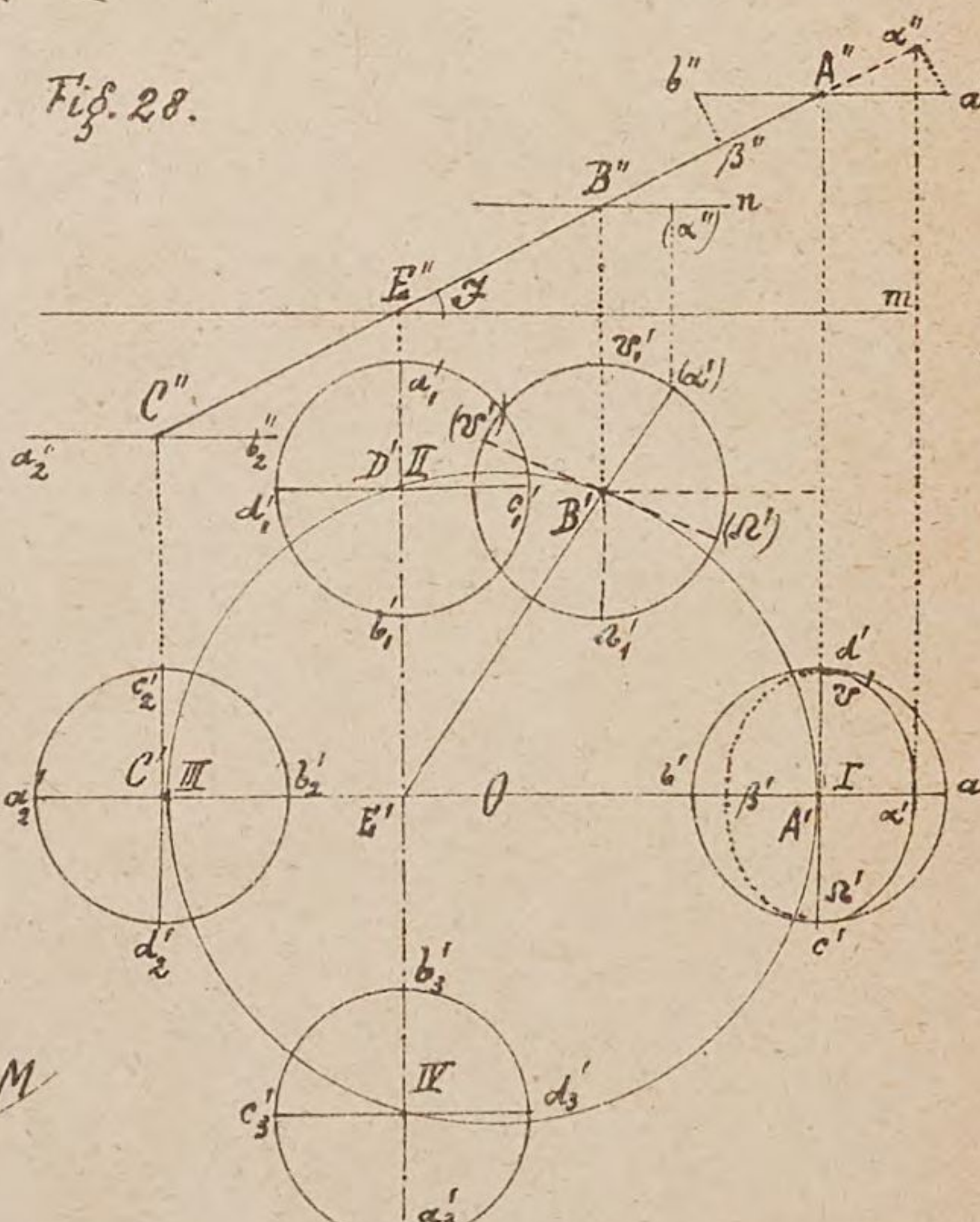


Fig. 34.

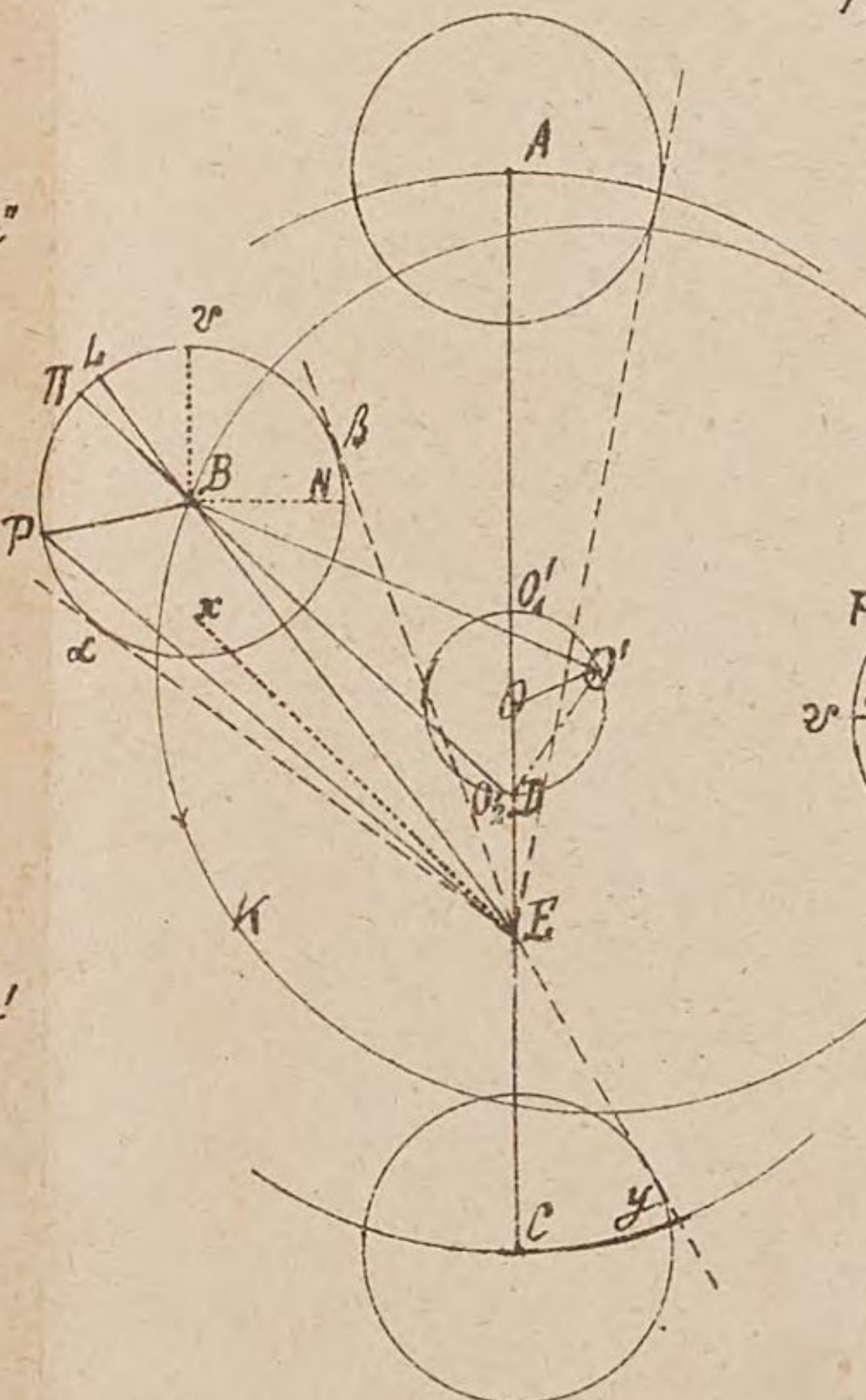


Fig. 32.

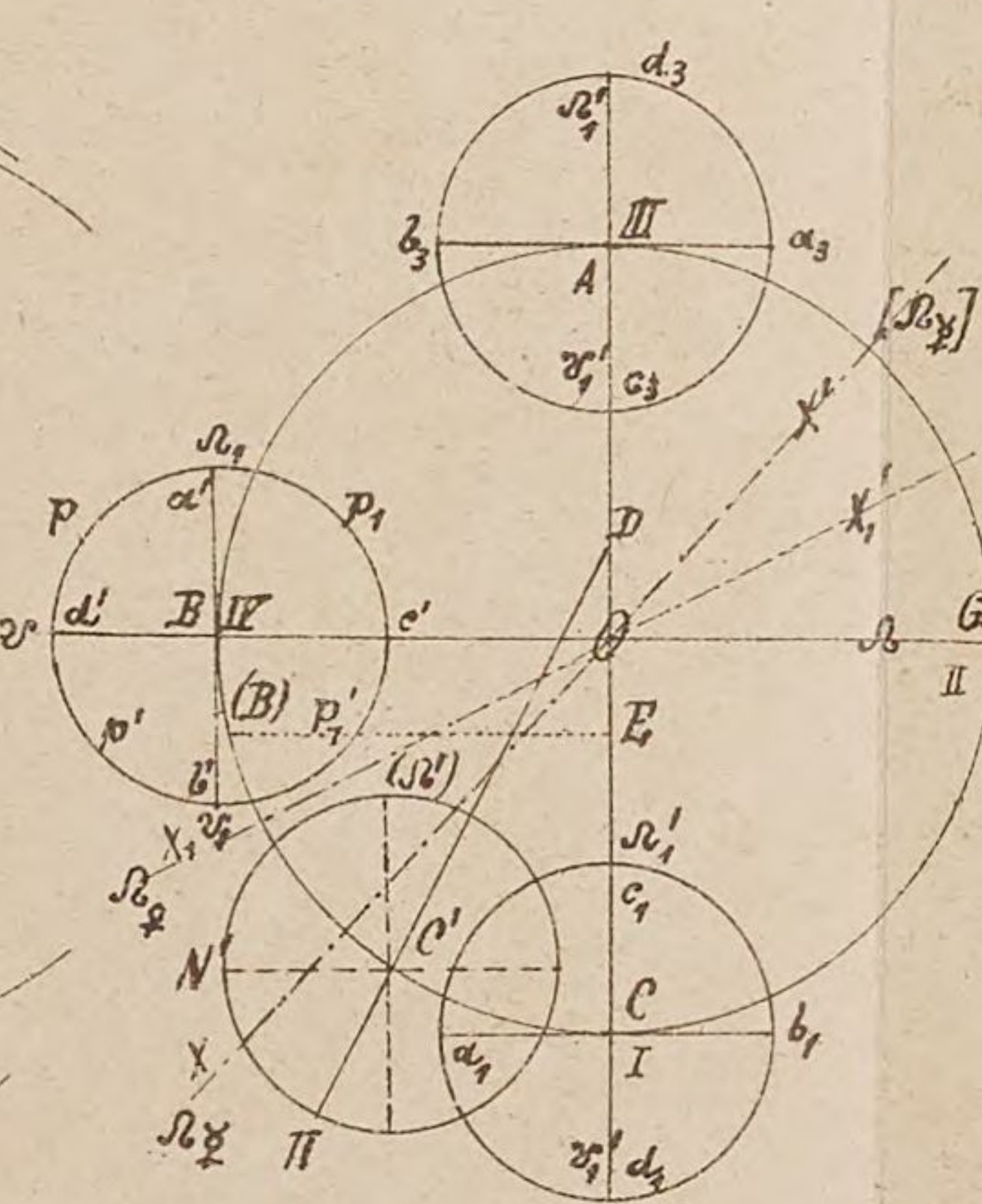


Fig. 35.

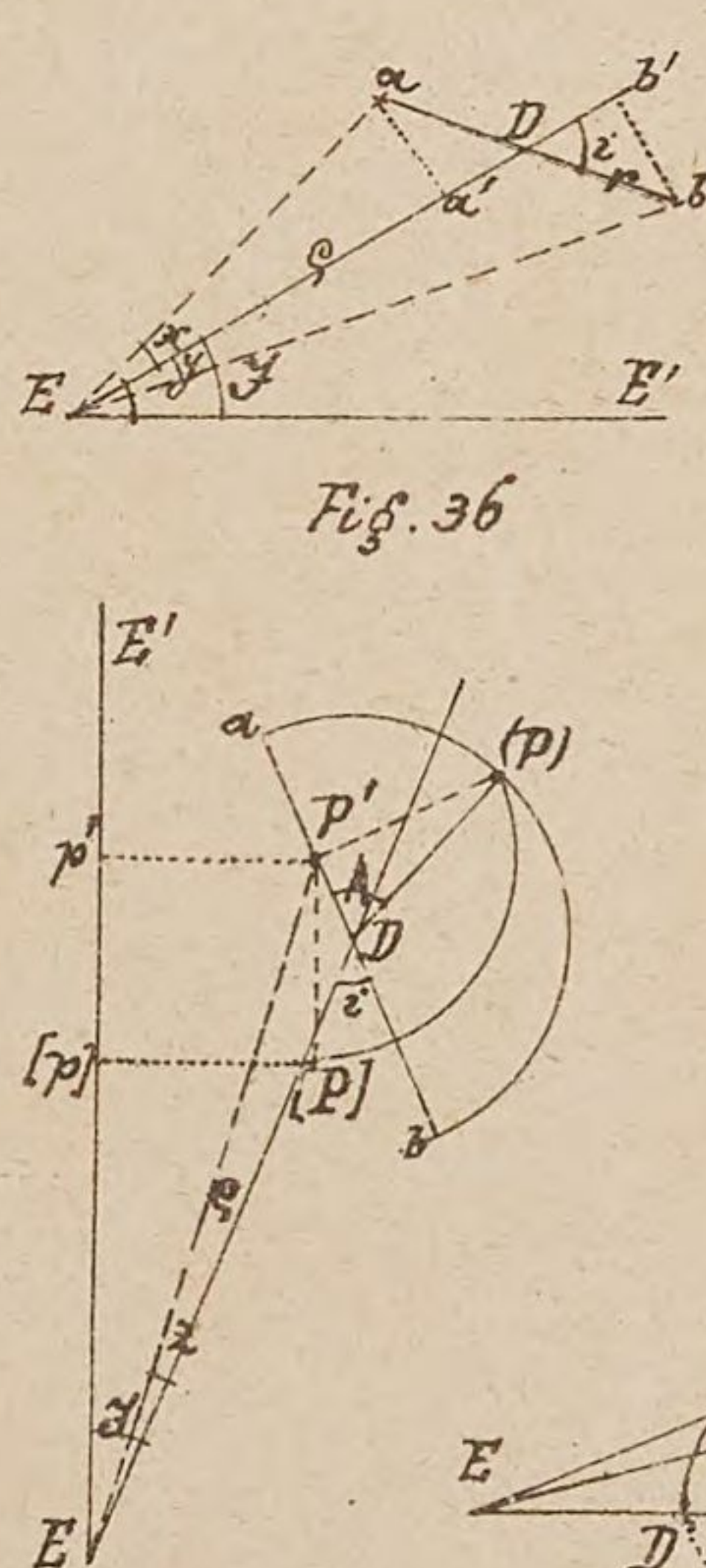


Fig. 38.

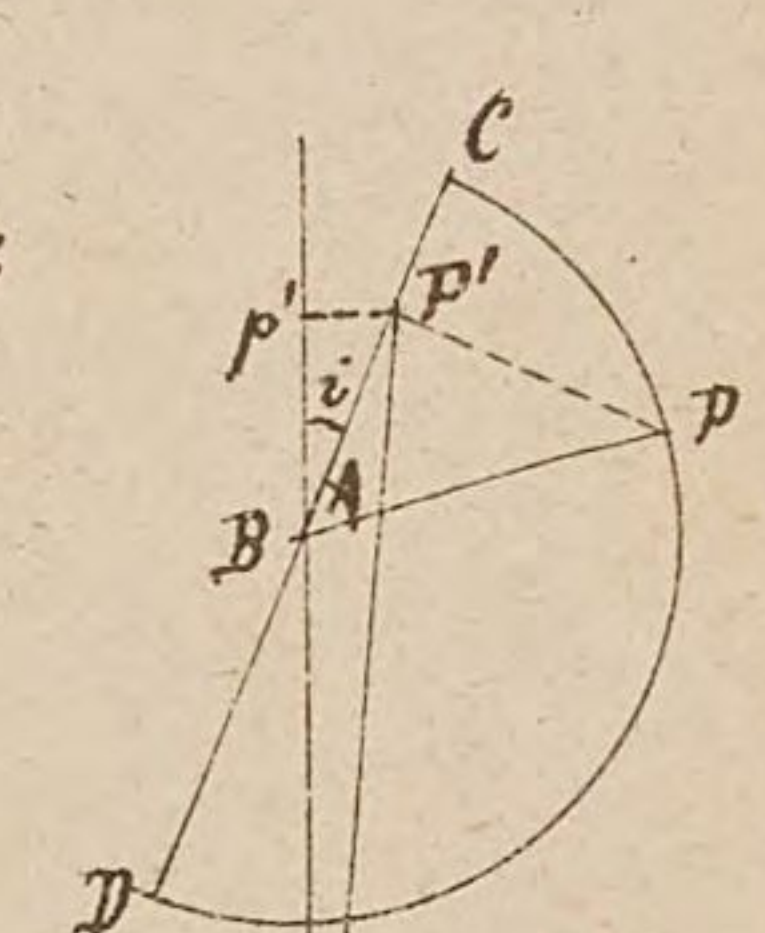


Fig. 39.

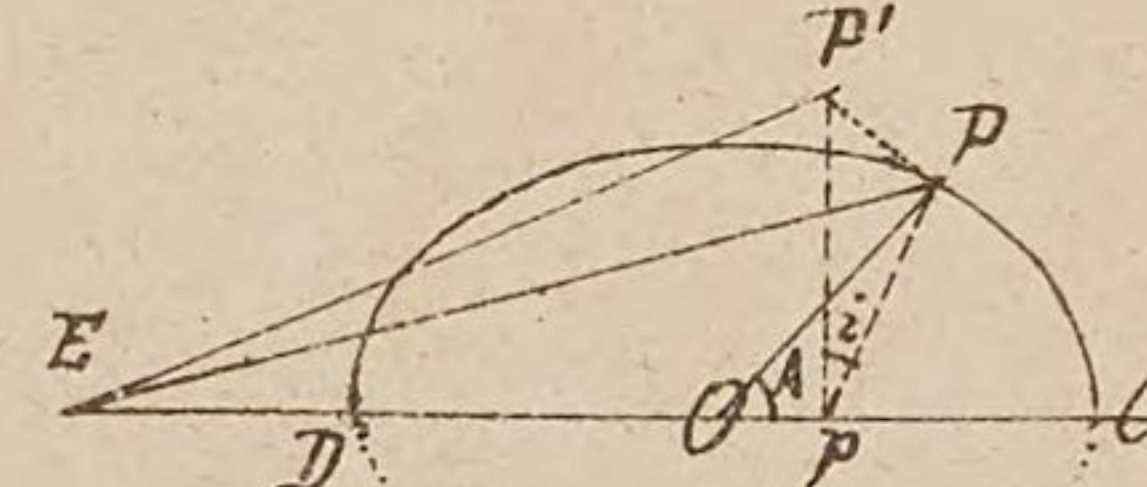


Fig. 40.

DRUCK VON JOHANN N. VERNAY.

**BUCHBINDEREI
BAUR**

8011 Landsham b. Mchn.
Tel. 089/903 39 49

Herz, Norbert

Geschichte der Bahnbestimmung von Planeten und Kometen

Bd.: 1

Leipzig 1887

Astr.p. 65 r-1

urn:nbn:de:bvb:12-bsb11554860-5